



# GIỚI HẠN HÀM SỐ LIÊN TỤC

## ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG ĐỀ TEST SỐ 01

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tìm  $\lim \frac{3n^3 - n^2 + 4}{4n^3 - 2n^2 + 3n}$ .

- A.  $+\infty$ .      B. 3.      C. 4.      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 2:** Tìm  $\lim (3^{2n} - 5^n)$ .

- A. 3.      B.  $+\infty$ .      C. 5.      D.  $-\infty$ .

**Câu 3:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -3$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - 2g(x)]$  bằng

- A. -4.      B. 4.      C. 8.      D. -1.

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+2x^2} - x)$  bằng

- A. 0.      B.  $+\infty$ .      C.  $\sqrt{2} - 1$ .      D.  $-\infty$ .

**Câu 5:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - x^2)}{x - 1}$  bằng

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D.  $-\infty$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khí } x > 0 \\ x & \text{khí } x \leq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $f(0) = 0$ .      B.  $f(x)$  liên tục tại  $x_0 = 0$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. (-2;4).      B. (-∞;2)      C. (-2;1).      D. (0;+∞).

**Câu 8:** Tính tổng  $S = -1 + \frac{1}{10} - \frac{1}{10^2} + \dots + \frac{(-1)^n}{10^{n-1}} + \dots$

- A.  $\frac{9}{10}$ .      B.  $\frac{-10}{11}$ .      C.  $\frac{10}{11}$ .      D.  $\frac{-9}{10}$ .

**Câu 9:** Hàm số nào sau đây **không** liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ .      B.  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ .  
 C.  $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{5}\right)$ .      D.  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 7$ .

Câu 10:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 4}$  bằng

A.  $\frac{3}{2}$ .

B.  $\frac{5}{3}$ .

C.  $\frac{4}{3}$ .

D.  $\frac{6}{5}$ .

Câu 11: Dãy số nào dưới đây có giới hạn bằng 0?

A.  $\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

B.  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

C.  $\left(-\frac{5}{3}\right)^n$ .

D.  $\left(\frac{3}{2}\right)^n$ .

Câu 12:  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-5}{x-1}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B. -5.

C. 2.

D.  $+\infty$ .

**PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

Câu 1: Cho các dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

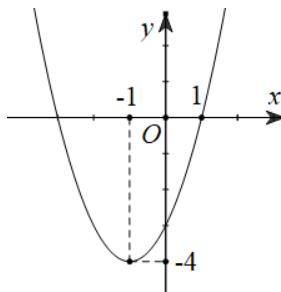
a) Số hạng đầu tiên của  $(u_n)$  bằng  $\frac{1}{3}$ .

b)  $(u_n)$  là một cấp số nhân với công bội  $q = \frac{1}{3}$ .

c) Số hạng thứ 4 bằng  $\frac{1}{12}$ .

d) Tổng của các số hạng của dãy số  $(u_n)$  nằm trong khoảng  $(0;1)$ .

Câu 2: Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



a) Hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

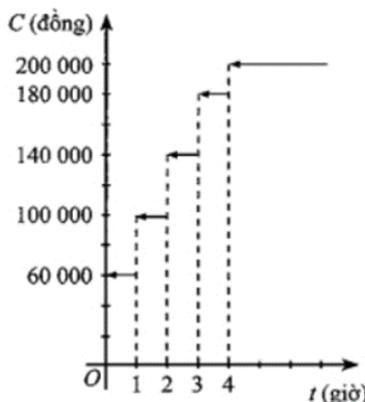
b)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - \sqrt{2x-1}}{f(x) - 4x + 4} = 2$ .

Câu 3: Một bãi đỗ xe tính phí 60000 đồng cho giờ đầu tiên (hoặc một phần của giờ đầu tiên) và thêm 40000 đồng cho mỗi giờ (hoặc một phần của mỗi giờ) tiếp theo, tối đa là 200000 đồng.

a) Đồ thị hàm số  $C = C(t)$  biểu thị chi phí theo thời gian đỗ xe.



- b) Hàm số  $C = C(t)$  liên tục trên  $[0; +\infty)$ .
- c) Từ đồ thị ta thấy  $\lim_{t \rightarrow 3} C(t) = 180000$ .
- d) Một người có thời gian để xe tăng dần đến 3 giờ và một người có thời gian để xe giảm dần đến 3 giờ thì chênh lệch chi phí giữa hai người là 20000 đồng.

**Câu 4:** Một bảng giá cước taxi được cho như sau:

Giá mở cửa ( $0,5km$ )	Giá cước các km tiếp theo đến $30km$	Giá cước từ km thứ 31
10000 đồng	13500 đồng	11000 đồng

- a) Công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo quãng đường di chuyển

$$f(x) = \begin{cases} 5000 + 13500(x - 0,5); & 0,5 < x \leq 30 \\ 403250 + 11000(x - 30); & x > 30 \end{cases}$$

- b) Công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo quãng đường di chuyển

$$f(x) = \begin{cases} 10000x; & x \leq 0,5 \\ 5000 + 13500(x - 0,5); & 0,5 < x \leq 30 \\ 403250 + 11000(x - 30); & x > 30 \end{cases}$$

- c) Hàm số  $f(x) = \begin{cases} 10000x; & x \leq 0,5 \\ 5000 + 13500(x - 0,5); & 0,5 < x \leq 30 \\ 403250 + 11000(x - 30); & x > 30 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- d) Khách hàng đi quãng đường  $40km$  thì số tiền vị khách đó phải trả là 515000 đồng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

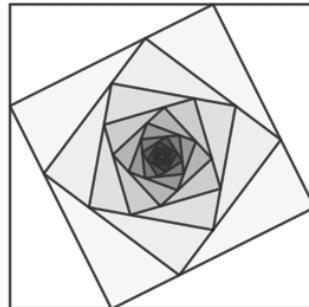
**Câu 1:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} + x)$ .

**Câu 2:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} + \sqrt{x+4} - 4}{x}$ .

**Câu 3:** Một cái hồ chứa  $600l$  nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối  $30g/l$  vào hồ với tốc độ  $15l/\text{phút}$ . Tính nồng độ muối trong hồ khi  $t$  dần về dương vô cùng (đơn vị  $g/l$ )

**Câu 4:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \frac{5}{n^2} + \frac{7}{n^2} + \dots + \frac{2n+1}{n^2} \right)$ .

**Câu 5:** Cho hình vuông  $(C_1)$  có cạnh bằng 2. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành ba phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông  $(C_2)$  (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Từ hình vuông  $(C_2)$  lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông  $C_i$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,..,  $C_n$ ,.. Gọi  $S_i$  là diện tích của hình vuông  $C_i$  ( $i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ). Tính  $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$



**Câu 6:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)-1}{x-1} = 3$ .

Biết  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x) \cdot g(x) + 4} - 3}{x-1} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $a, b$  là những số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Giá trị của biểu thức  $P = a + 2b$  bằng

----- HẾT -----



# GIỚI HẠN HÀM SỐ LIÊN TỤC

## ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG ĐỀ TEST SỐ 02

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{n+2}}{2n-3}$ .

- A.**  $\frac{3}{2}$ .      **B.** 2.      **C.** 1.      **D.**  $\frac{1}{5}$ .

**Câu 2:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$ .

- A.**  $-\infty$ .      **B.** 2.      **C.** 0.      **D.**  $\frac{1}{5}$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3$ . Khi đó giá trị  $f(1)$  bằng

- A.**  $f(1) = 3$ .      **B.**  $f(1) = -1$ .      **C.**  $f(1) = 1$ .      **D.**  $f(1) = -3$ .

**Câu 4:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2^n - 5 \cdot 7^{n+1}}{3 \cdot 2^n + 2 \cdot 7^n}$  có giới hạn bằng  $-\frac{a}{b}$  với  $(a, b) = 1$ . Giá trị của biểu thức

$P = a^2 - b^2$  là

- A.**  $P = 1225$ .      **B.**  $P = 1221$ .      **C.**  $P = -37$ .      **D.**  $P = -34$ .

**Câu 5:** Gọi  $S = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$ . Giá trị của  $S$  bằng

- A.**  $S = 3$ .      **B.**  $S = 5$ .      **C.**  $S = 6$ .      **D.**  $S = 4$ .

**Câu 6:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( \sqrt{x^2 + 5} - x \right)$  bằng:

- A.**  $+\infty$ .      **B.**  $\sqrt{5}$ .      **C.**  $-\infty$ .      **D.**  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 7:** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

- A.** 5.      **B.** 2.      **C.** -6.      **D.** 3.

**Câu 8:** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{a}{b}$  trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a^2 + b^2$ .

- A.**  $S = 20$ .      **B.**  $S = 17$ .      **C.**  $S = 10$ .      **D.**  $S = 25$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề đúng?

- A. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .  
 B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .  
 C.  $f(4) = 2$ .  
 D.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = \frac{6^n + 8^n}{2 \cdot 10^n + 9^n}$ . Khi đó  $\lim u_n$  bằng

- A.  $+\infty$ .  
 B.  $\frac{1}{2}$ .  
 C.  $-\infty$ .  
 D. 0.

**Câu 11:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$  là

- A. 2.  
 B. 0.  
 C. 1.  
 D.  $-\infty$ .

**Câu 12:** Tìm giới hạn của hàm số  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x-3}$

- A. 4.  
 B. -4.  
 C.  $\frac{1}{4}$ .  
 D.  $-\frac{1}{4}$ .

**PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  với  $u_n = 4 \cdot 3^n - 7^{n+1}; v_n = 7^n$ .

a)  $\lim \frac{1}{v_n} = 0$ .

b)  $\lim \frac{u_n - v_n}{3u_n + 2v_n} = \frac{8}{19}$ .

c)  $\lim u_n = +\infty$ .

d)  $\lim v_n = +\infty$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  và  $g(x) = x^2 - 3x + 1$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .  
 b) Hàm số  $g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .  
 c) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1}{2}$ .  
 d) Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .

**Câu 3:** Cho các hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 5 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  và  $g(x) = \frac{2}{x-1}$ .

- a) Hàm số  $g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 3$ .
- b) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
- c) Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 2$ .
- d) Hàm số  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 2$ .

**Câu 4:** Cho các hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x-7}-1}{x^2-4} & \text{khi } x > 2 \\ \frac{3x-4}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$  và  $g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{2-x} & \text{khi } x > 2 \\ \frac{-1-x}{12} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 2$ .
- b) Hàm số  $g(x)$  gián đoạn tại điểm  $x_0 = 2$ .
- c) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \frac{1}{4}$ .
- d) Hàm số  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 2$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} + \sqrt{x+4} - 4}{x}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $H(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ 1 & \text{khi } t \geq 0 \end{cases}$  (hàm Heaviside, thường được dùng để mô tả việc chuyển trạng thái tắt/mở của dòng điện tại thời điểm  $t = 0$ ). Tính  $\lim_{t \rightarrow 0^-} H(t)$ .

**Câu 3:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{4x+4}-2}$  bằng

**Câu 4:** Biết rằng  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{5x^2 + 2x} + x\sqrt{5}) = a\sqrt{5} + b$ ,  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $S = 5a + b$

**Câu 5:** Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất  $x (m^3)$  nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,12 triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc cho mỗi mét khối sản phẩm. Gọi  $C(x)$  là chi phí sản suất  $x (m^3)$  sản phẩm mỗi ngày và  $\bar{C}(x)$  là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm.

Khi đó tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x)$

**Câu 6:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt[3]{1+6x}}{x^2}$ .

----- HẾT -----