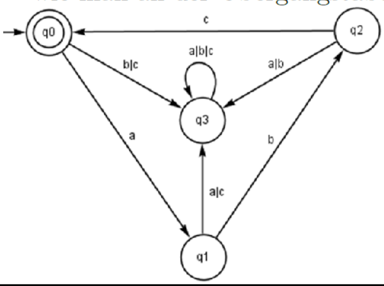
DEA

1. Geben Sie bitte die formale Beschreibung von A an und erläutern Sie, ob A deterministisch ist oder nicht?
   $A = (\{q0, q1, q2, q3\}, \{a, b, c, \}, \delta, q0, \{q0\})$
   mit der Übergangstabelle für δ.
   A ist deterministisch, da δ eine Funktion ist, wie man an der Übergangstabelle für δ sieht.

δ	a	b	c
$q0$	$q1$	$q3$	$q3$
$q1$	$q3$	$q2$	$q3$
$q2$	$q3$	$q3$	$q0$
$q3$	$q3$	$q3$	$q3$



10^*11 die minimale Pumpinglemma-Konstante ist 4,
denn $111 \in 10^*11$ aber nicht aufpumpar, für $n > 0$ ist $10^n11 \in 10^*11$ und
$|10^n11| = 3 + n \geq 4$

0^*101^* die minimale Pumpinglemma-Konstante ist 3,
denn $01 \in 0^*101^*$ aber nicht aufpumpbar, für $n > 0$ oder $m > 0$ ist
$0^n101^m \in 0^*101^*$ und $|0^n101^m| = 2 + n + m \geq 3$

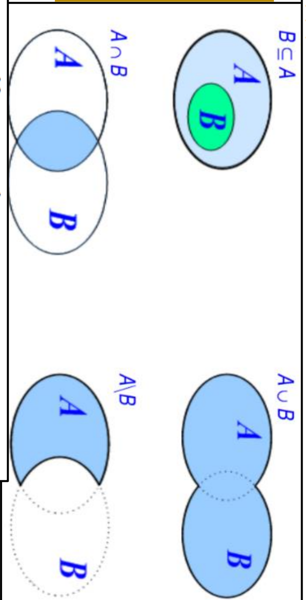
CNF

$S \to ABS|BCS|BSD|\epsilon$
$A \to AB|C|AC$
$B \to 1B|\epsilon$
$C \to 0A$
$D \to 0D|0$

Lösung:

Nutzlose Symbole	$S \to BSD\|\epsilon$ $B \to 1B\|\epsilon$ $D \to 0D\|0$	
ϵ-Regeln	$S' \to S\|\epsilon$ $S \to BSD\|SD\|BD\|D$	$B \to 1B\|1$ $D \to 0D\|0$
Kettenregel	$S' \to BSD\|SD\|BD\|0D\|0\|\epsilon$ $S \to BSD\|SD\|BD\|0D\|0$	$B \to 1B\|1$ $D \to 0D\|0$
Terminale überbrücken	$S' \to BSD\|SD\|BD\|ND\|0\|\epsilon$ $S \to BSD\|SD\|BD\|ND\|0$ $B \to EB\|1$	$D \to ND\|0$ $E \to 1$ $N \to 0$
Regeln aufspalten	$S' \to BX\|SD\|BD\|ND\|0\|\epsilon$ $S \to BY\|SD\|BD\|ND\|0$ $B \to EB\|1$ $D \to ND\|0$	$E \to 1$ $N \to 0$ $X \to SD$ $Y \to SD$

Menge



Gegeben sei ein DEA $D = (Q, \Sigma, q0, \delta, F)$ für eine reguläre Sprache $L = L(D)$. Die zu L gehörige Präfixsprache $PRE(L) = \{w \in \Sigma^* | wu \in L \text{ für ein } u \in \Sigma^*\}$ enthält alle Präfixe der Wörter aus L.

1. Geben Sie ein Beispiel für eine Präfixsprache. ....**3 Punkte**
   Sei $L = \{(abc)^n \mid n \geq 0\}$, dann ist $PRE(L) = (abc)^*(\epsilon + a + ab)$.
2. Konstruieren Sie bitte aus D einen DEA P, der die zu L gehörige Präfixsprache $PRE(L)$ erkennt. .... **5 Punkte**
   Hinweis: $\widehat{\delta}(q, wu) = \delta(\widehat{\delta}(q, w), u)$

   Es gilt $wu \in L(D)$ gdw $\widehat{\delta}(q, wu) = \delta(\widehat{\delta}(q, w), u)$ akzeptierender Endzustand, dann also $w \in L(P)$, gdw $\widehat{\delta}(q, w) = p$ akzeptierend.

   Sei also $U = \{p \in Q \mid \widehat{\delta}(p, u) \in F\} \subset Q$, dann ist $P = (Q, \Sigma, q0, \delta, U)$ der gesuchte Automat, der die Präfixe der Wörter aus L erkennt.
3. Beweisen Sie bitte, dass $L(P) = PRE(L)$. ....**7 Punkte**
   ZZ ist also $L(P) \subseteq PRE(L)$ und $PRE(L) \subseteq L(P)$:
   - Sei $w \in L(P)$, dann ist $\widehat{\delta}(q0, w) \in U$, aber dann gibt es $u \in \Sigma^*$ mit $\widehat{\delta}(\widehat{\delta}(q, w), u) = \widehat{\delta}(q, wu) \in F$, also ist $wu \in L$, dann ist aber auch $w \in PRE(L)$.
   - Sei $w \in PRE(L)$, dann gibt es $u \in \Sigma^*$ mit $wu \in L$, also gilt $\widehat{\delta}(\widehat{\delta}(q, w), u) = \widehat{\delta}(q, wu) \in F$, dann $\widehat{\delta}(q, w) \in U$ und damit $w \in L(P)$.

PL

1. Beweisen oder widerlegen Sie:

$$(L_1 \cap L_2) \circ L_3 = (L_1 \circ L_3) \cap (L_2 \circ L_3)$$

....**7 Punkte**

GegenBSP:
$(\{ab\} \cap \{a\}) \circ \{a, ba\} = \emptyset \circ \{a, ba\} = \emptyset$
$\neq \{aba\} = \{aba, abba\} \cap \{aa, aba\} = (\{ab\} \circ \{a, ba\}) \cap (\{a\} \circ \{a, ba\})$

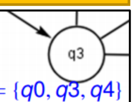
2. Beweisen oder widerlegen Sie:

$$(L_1 \cup L_2) \circ L_3 = (L_1 \circ L_3) \cup (L_2 \circ L_3)$$

....

Direkter Beweis:
$(L_1 \cup L_2) \circ L_3 = \{vw \mid (v \in L_1 \vee v \in L_2) \wedge w \in L_3\}$
$= \{vw \mid (v \in L_1 \wedge w \in L_3) \vee (v \in L_2 \wedge w \in L_3)\}$
$= \{vw \mid (v \in L_1 \wedge w \in L_3)\} \cup \{(v \in L_2 \wedge w \in L_3)\}$
$= (L_1 \circ L_3) \cup (L_2 \circ L_3)$

E-Hüllen



$\widehat{\delta}(q0, \epsilon) = \epsilon\text{-Hülle}(q0) = \{q0, q3\}$
$\widehat{\delta}(q0, b) = \epsilon\text{-Hülle}(\bigcup_{q \in \widehat{\delta}(q0,\epsilon)} \delta(q, b))$
$= \epsilon\text{-Hülle}(\delta(q0, b) \cup \delta(q3, b)) = \epsilon\text{-Hülle}(\{q0, q4\}) = \{q0, q3, q4\}$
$\widehat{\delta}(q0, bb) = \epsilon\text{-Hülle}(\bigcup_{q \in \widehat{\delta}(q0,b)} \delta(q, b))$
$= \epsilon\text{-Hülle}(\delta(q0, b) \cup \delta(q3, b) \cup \delta(q4, b)) = \epsilon\text{-Hülle}(\{q0, q4\})$
$= \{q0, q3, q4\}$
$\widehat{\delta}(q0, bba) = \epsilon\text{-Hülle}(\bigcup_{q \in \widehat{\delta}(q0,bb)} \delta(q, a))$
$= \epsilon\text{-Hülle}(\delta(q0, a) \cup \delta(q3, a) \cup \delta(q4, a))$
$= \epsilon\text{-Hülle}(\{q1, q2\}) = \{q1, q2, q4\}$
weil $\{q1, q2, q4\} \cap F = \{q2\} \neq \emptyset$ ist $bba \in L(A)$

Aufgabe D : Zeigen Sie bitte, dass $L = \{ab^nc^{2n} \mid n \geq 1\}$ nicht regulär ist.
Sei L regulär.
Gegeben sei beliebige PL-Konstante $p \in \mathbb{N}$.
Dann gibt das ein Wort $w = ab^pc^{2p} \in L$ mit $|w| = 3p + 1 \geq p$, so dass für jede Zerlegung in $w = xyz$ – nämlich

Fall 1: $x = \epsilon$
$y = ab^i$ mit $0 \leq i \leq p-1$
$z = b^{p-i}c^{2p}$

gilt :

- $|xy| = i + 1 \leq p$,laut Zerlegung
- $y \neq \epsilon$, weil $a \neq \epsilon$
- *aber* $xy^2z = ab^iab^ib^{p-i}c^{2p} \notin L$, weil
  aus L

Fall 2: $x = ab^i$ mit $0 \leq i \leq p-1$
$y = b^j$ für $j > 0$ und $i + j \leq p-1$
$z = b^{p-i-j}c^{2p}$

gilt :

- $|xy| = i + j + 1 \leq p$, weil $i + j \leq p - 1$
- $y \neq \epsilon$, weil $j > 0$
- *aber* $xy^0z = ab^{p-j}c^{2p} \notin L$, weil $2(p-j) \neq 2p$ für $j > 0$

WIDERSPRUCH!!!

Also ist L nicht regulär.

Aufgabe E : Zeigen Sie bitte, dass $L = \{0^n1^m0^{n \cdot m} \mid n, m \geq 0\}$ nicht regulär ist.
Sei L regulär.
Gegeben sei beliebige PL-Konstante $p \in \mathbb{N}$.
Dann gibt das ein Wort $w = 0^p10^p \in L$ mit $|w| = 2p + 1 \geq p$, so dass für jede Zerlegung in $w = xyz$ – nämlich

$x = 0^i$

$y = 0^j$ für $j > 0$ und $i + j \leq p$

$z = 0^{p-i-j}10^p$

gilt :

- $|xy| = i + j \leq p$, laut Zerlegung
- $y \neq \epsilon$, weil $j > 0$
- *aber* $xy^2z = 0^{p+j}10^p \notin L$, weil $(p-j) \cdot 1 \neq p$ für $j > 0$

WIDERSPRUCH!!!

Also ist L nicht regulär.

PL

Ist diese Sprache $L = \{a^nb^ma^{n-m} \mid n \geq m \geq 0\}$ regulär?
Bitte beweisen oder widerlegen sie das. L ist nicht regulär. Beweis durch Widerspruch.
Sei L regulär.
Gegeben sei beliebige PL-Konstante $p > 0$.
Dann gibt das ein Wort $w = a^pb^p \in L$ mit $|w| = 2p \geq p$, so dass für jede Zerlegung in $w = xyz$ – nämlich

- $x = a^i$
- $y = a^j$ mit $j > 0$ und $i + j \leq p$
- $z = a^{p-i-j}b^pa^{p^2}$

gilt :

- $|xy| = i + j \leq p$
- $y \neq \epsilon$, weil $j \geq 0$
- **aber** $xy^0z = a^{p-j}b^p \notin L$, weil $p - j < p$ für $j >$

Also ist L nicht regulär.

Gegeben $L = \{a^nb^mc^{m-n} | 0 \leq n < m\}$. Ist L regulär oder nicht?
Bitte beweisen Sie ihre Antwort.
Lösung:

L ist **nicht** regulär.
Beweis durch Widerspruch mit Hilfe des Pumping Lemmas:
Sei L regulär.
Dann gilt für beliebige PL-Konstante $p > 0$, und für $w = b^pc^p \in L$ mit $|w| = 2p \geq p$ dass jede Zerlegung von $w = xyz$ mit

- $x = b^i$ mit $i \geq 0$
- $y = b^j$ mit $j > 0$ und $i + j \leq p$
- $z = b^{p-i-j}c^p$

zu $xy^2z = b^i(b^j)^2b^{p-i-j}c^p = b^{p+j}c^p \notin L$ führt, da $p + j \neq p$ für $j > 0$. WIDERSPRUCH!!
Also L nicht regulär.

Ist diese Sprache $L = \{a^{k^3} \mid k \geq 0\}$ regulär?
Bitte beweisen oder widerlegen Sie das. L ist n
Widerspruch.
Sei L regulär.
Gegeben sei beliebige PL-Konstante $p \in \mathbb{N}$.
Dann gibt das ein Wort $w = a^{p^3} \in L$ mit $|w| = p^3 \geq p$, so dass für jede Zerlegung in $w = xyz$ – nämlich

- $x = a^i$
- $y = a^j$ mit $j > 0$ und $i + j \leq p$
- $z = a^{p^3-i-j}$

gilt :

- $|xy| = i + j \leq p$
- $y \neq \epsilon$, weil $j \geq 0$
- **aber** $xy^2z = a^{p^3+j}L$, weil $p^3 + j < (p+1)^3$ für $j > 0$ und $3p^3 + 3p + 1 > p > j$

WIDERSPRUCH!!!

Also ist L nicht regulär.

Sei L nicht regulär, dann gibt für jede PL-Konst. $p > 0$ das Wort $w = ca^pca^pc$ mit $|w| = 2p + 3 \geq p$, so dass für jede Zerlegung $w = xyz$,

Fall 1:
$x = \epsilon$
$y = ca^j$ mit $0 \leq j \leq p - 1$
$z = a^{p-j}ca^pc$ gilt

Fall 2:
$x = ca^i$ mit $0 \leq i < p - 1$
$y = a^j$ mit $j > 0$ und $i + j \leq p - 1$
$z = a^{p-(i+j)}ca^pc$ gilt

Aufgabe F : Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{0,1\}$.
Ist $L = \{(\bigcirc_{1=i}^{n} 1^{k_i}0) |$ mit $k_i > 0$ und $k_{i+1} = k_i + 1\}$,
wobei $\bigcirc_{1=i}^{n} w_i := w_1 \circ w_2 \circ \ldots \circ w_n$ ist,
regulär oder nicht?

Bitte beweisen Sie Ihre Aussage.
Wörter aus dieser Sprache sind beispielsweise: $10, 101101110, 1101110, 1^4 01^5 01^6 01^7 0$
Sie enthalten also i Folgen von Einsen, denen eine einzelne Null folgt, so dass die jeweils nächste Folge von Einsen genau eine Eins mehr hat. L ist also nicht regulär.

Beweis durch Widerspruch:
Sei L regulär.
Sei PL-Konstante p beliebig. Dann gibt es das Wort $w = 1^p 0 1^{(p+1)} 0 \in L$ mit $|w| = 2p + 3 \geq p$,
so dass für jede Zerlegung $w = xyz$ mit
$x = 1^k$
$y = 1^l$ mit $l > 0$ und $k + l \leq p$ und
$z = 1^{p-k-l} 0 1^{p+1} 0$

Aber $xy^3z = 1^{p+2l} 0 1^{p+1} 0 \notin L$, weil $p + 2l \neq p + 1$ für $l > 0$. WIDERSPRUCH

Also ist L nicht regulär.

PL

Zu zeigen: L ist nicht regulär.

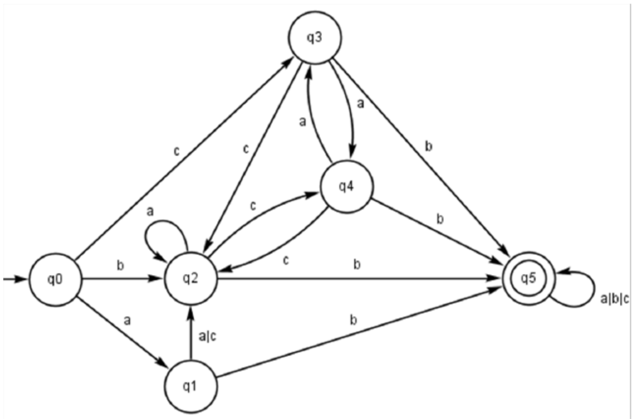
Beweis durch Widerspruch: Sei L regulär.
Sie zeigen

1. Sei PL-Konstante p **beliebig** (oder größer einer geeigneten Zahl).
2. **Wählen** Sie ein **geeignetes** Wort $w \in L$ mit $|w| \geq p$
3. und zeigen Sie für alle **erlaubten** Zerlegungen $w = xyz$ (also mit $|xy| \leq p$ und $|y| > 0$)
4. dass für **ein** $k \geq 0$ das Wort $xy^kz \notin L$.

Also ist L nicht aufpumpbar, also wegen des PL WIDERSPRUCH!!!
Also L ist doch nicht regulär.

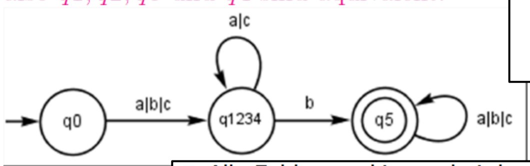
Minimieren Sie bitte diesen DEA mit Hilfe des Table-Fillings.

	a	b	c
$\rightarrow q0$	$q1$	$q2$	$q3$
$q1$	$q2$	$q5$	$q2$
$q2$	$q2$	$q5$	$q4$
$q3$	$q4$	$q5$	$q2$
$q4$	$q3$	$q5$	$q2$
$*q5$	$q5$	$q5$	$q5$



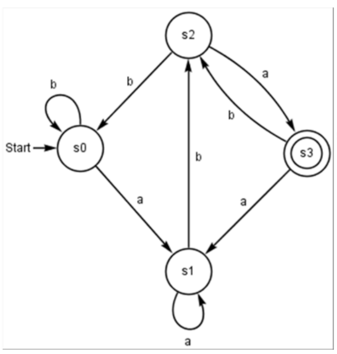
$q1$	X				
$q2$	X				
$q3$	X				
$q4$	X				
$q5$	X	X	X	X	X
	$q0$	$q1$	$q2$	$q3$	$q4$

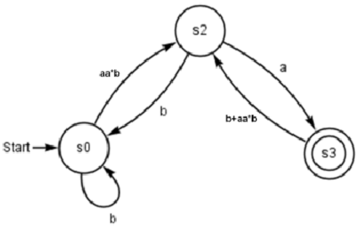
also $q1, q2, q3$ und $q4$ sind äquivalent.

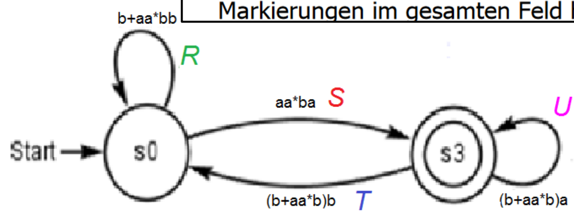


- Alle Felder markieren, bei denen ein Zustand akzeptierend und der andere nicht akzeptierend ist.
  Formal:
  Alle Felder (p, q) mit $(p \in F \wedge q \notin F) \vee (p \notin F \wedge q \in F)$ markieren.
- Für alle unmarkierten Felder (r, s) überprüfen, ob es ein Eingabezeichen $a \in \Sigma$ gibt, für das es Kanten von r und s auf ein markiertes Feld gibt (also zu einem Paar nicht-äquivalenter Zustände).
  Formal:
  Wenn $(\delta(r,a), \delta(s,a))$ markiert, dann (r, s) markieren.
- Für alle unmarkierten Felder wiederholen, bis keine neuen Markierungen im gesamten Feld hinzukommen.

Eliminierung: NEA → RA







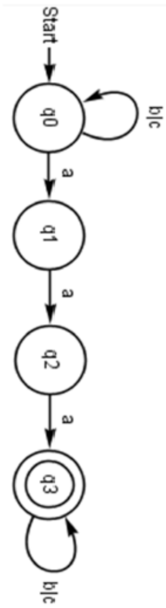
$(R + SU^*T)^*SU^*$

Resultierender Ausdruck:

$$(b + aa^*bb + ((aa^*ba)((b + aa^*b)a)^*(b + aa^*b)b)^*(aa^*ba)((b + aa^*b)a)^*$$

1. $L_1 = \{w \cdot aaa \cdot v | w, v \in \{b,c\}^*\}$

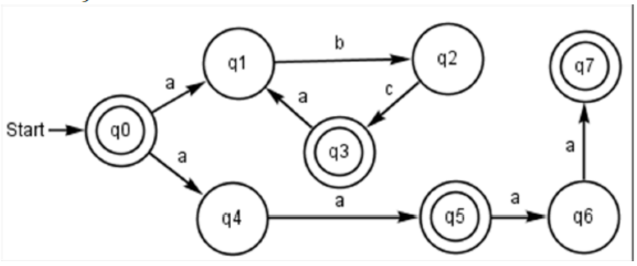
Automat:



Begründung: Erst beliebige Wörter aus $\{b,c\}^*$, dann 3a's, dann wieder beliebige Wörter aus $\{b,c\}^*$.

2. $L_2 = \{(abc)^n | n \geq 0\} \cup \{(aa)^n | \mathbf{1} \leq \mathbf{n} \leq \mathbf{2}\}$

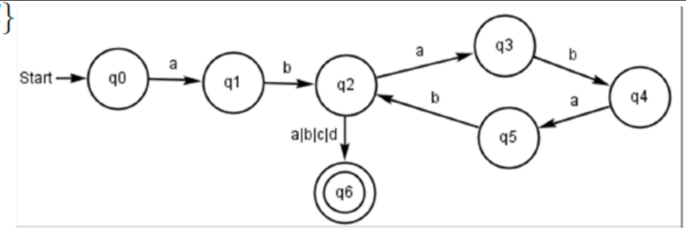
Automat:



Begründung: $\epsilon = (abc)^0$ wird erkannt, da $q0 \in F$.
Nicht deterministisch wird entschieden, ob $(abc)^n$ oder aa bzw $aaaa$ erkannt wird.
Im ersten Fall geht der Automat in Zustand $q1$ und dann arbeitet er b und c ab und ist in $q3 \in F$. Danach kann er abc beliebig oft wiederholen.
Im zweiten Fall geht der Automat in Zustand $q4$ und dann mit a in $q5 \in F$ oder er kann noch zwei a's machen und ist in $q6 \in F$.
Was anderes kann er nicht.

3. $L_3 = \{(ab)^{2n+1} | n \geq 0\} \circ \{a,b,c,d\}$

Automat:



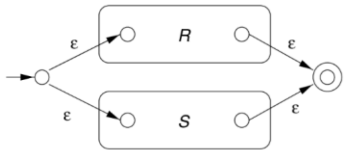
Begründung: Zuerst muss der Automat ab erkennen.
Dann kann er beliebig häufig $abab$ erkennen, insgesamt also eine ungerade Anzahl von ab's. Danach kann er mit a oder b oder c oder d in den Zustand $q6 \in F$ übergehen und akzeptieren.

NEA

RA → E-NEA

a) Vereinigung: ***R + S***

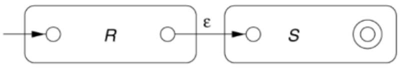
L (ε-NEA) = L (R) ∪ L (S)



(a)

b) Verkettung: ***RS***

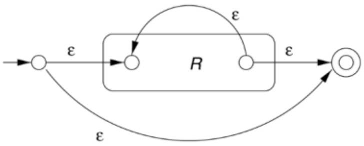
L (ε-NEA) = L (R) L (S)



(b)

c) Hülle: ***R****

L (ε-NEA) = {ε} ∪ L (R) ∪ L (R) L (R) ∪ L (R) L (R) L (R)... = L (R *)



(c)

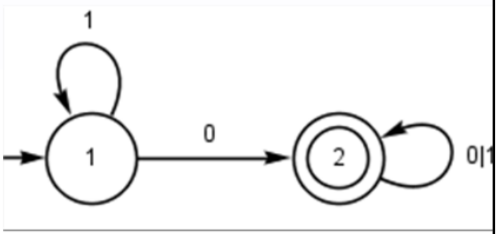
Chomsky-Hierarchie

Grammatik	Regeln	Sprachen	Automat	Abge-schlossenheit
Typ 0	$\alpha \to \beta$	aufzählbar	Turing Maschine	KSV*
Typ 1	$\alpha \to \beta$ mit $\lvert\alpha\rvert \leq \lvert\beta\rvert$	kontext-sensitiv	Linear platzbeschränkte, nicht-deterministische Turingmaschine	CKSV*
Typ 2	$A \to \gamma$	kontextfrei	Nichtdeterminister Pushdown Automat	KV*
		LR(k)	Determinister Pushdown Automat	C
Typ 3	$A \to aB$ und $A \to a$	regulär	Endlicher Automat	CKSV*

A, B: Nichtterminale   a, b: Zeichenketten aus Terminalen   α, β, γ: beliebig
C: Komplement   K: Verkettung   S: Schnitt V: Vereinigung   *: Kleene

k-Pfade

durch den Automaten



k-Pfad	reg. Ausdruck
$R_{11}^{(0)}$	$\epsilon + 1$
$R_{12}^{(0)}$	0
$R_{21}^{(0)}$	$\emptyset$
$R_{22}^{(0)}$	$\epsilon + 0 + 1$

k-Pfad	vereinf. Ausdruck
$R_{11}^{(1)}$	1^*
$R_{12}^{(1)}$	1^*0
$R_{21}^{(1)}$	$\emptyset$
$R_{22}^{(1)}$	$\epsilon + 0 + 1$

k-Pfad	ind. Pfadausdruck	reg. Ausdruck
$R_{11}^{(2)}$	$1^* + 1^*0(\epsilon+0+1)^*\emptyset$	1^*
$R_{12}^{(2)}$	$1^*0 + 1^*0(\epsilon+0+1)^*(\epsilon+0+1)$	$1^*0(0+1)^*$
$R_{21}^{(2)}$	$\emptyset + (\epsilon+0+1)(\epsilon+0+1)^*\emptyset$	$\emptyset$
$R_{22}^{(2)}$	$(\epsilon+0+1) + (\epsilon+0+1)(\epsilon+0+1)^*(\epsilon+0+1)$	$(0+1)^*$

K-Pfade

2. Bei der Konstruktion eines regulären Ausdrucks aus einem DEA durch die k-Pfade wird wie folgt berechnet $R_{ij}^{(k)} = R_{ij}^{(k-1)} + R_{ik}^{(k-1)}(R_{kk}^{(k-1)})^* R_{kj}^{(k-1)}$.
Erläutern Sie bitte diese Berechnung. ....**8 Punkte**

Erläuterung:

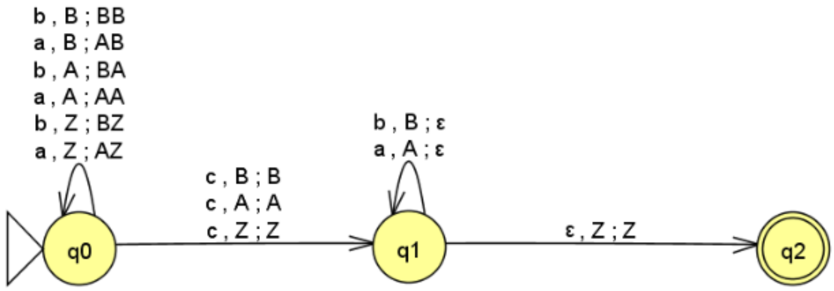
Die Pfade in einem DEA werden auf Basis der Kantenbeschriftungen rekursiv in RA überführt. Dafür müssen Zustände des DEA werden in $1, 2, ..., n$ umbenannt werden. Dann bezeichnet der k-Pfad $R_{ij}^{(k)}$ genau den RA, dessen Sprache genau die Wörter umfasst, die den Beschriftungen der Pfade von Zustand i nach Zustand j entsprechen, wobei kein Zustand mit einem Namen $> k$ durchlaufen werden darf. $R_{ij}^{(k)}$ lässt sich aus $R_{ij}^{(k-1)}$ berechnen und der RA ist die Summe aller $R_{1f}^{(k)}$ mit 1 dem Startzustand und $f \in F$ einem Endzustand.

KA

$\hat{\delta}(q0, \epsilon) = \epsilon\text{-Hülle}\{q0\} = \{q0, q1, q2\}$
$\hat{\delta}(q0, a) = \epsilon\text{-Hülle}\{\bigcup_{q \in \hat{\delta}(q0,\epsilon)} \delta(q, a)\} = \epsilon\text{-Hülle}\{q1\} = \{q1, q2\}$
$\hat{\delta}(q0, ab) = \epsilon\text{-Hülle}\{\bigcup_{q \in \hat{\delta}(q0,a)} \delta(q, b)\} = \epsilon\text{-Hülle}\{q2\} = \{q2\}$
$\hat{\delta}(q0, aba) = \epsilon\text{-Hülle}\{\bigcup_{q \in \hat{\delta}(q0,ab)} \delta(q, a)\} = \epsilon\text{-Hülle}\{\} = \{\}$ da $F \cap \emptyset = \emptyset$ ist also $aba \notin L(A)$.

E-Hüllen

Aufgabe B : Gegeben die Sprache $L = \{wcw^R | w \in \{a, b\}^*\}$ und der deterministische Kellerautomat D:



Beweisen Sie bitte, dass $L(D) = L$.
ZZ $L \subseteq L(D)$ und $L(D) \subseteq L$.

- $wcw^R \in L \Longrightarrow wcw^R \in L(K)$ mit Induktion über $n = |w|$

  IA $w = \epsilon$, dann $wcw^R = c$ und $c \in L(D)$, dennn
  $(q0, c, Z_0) \mapsto (q1, \epsilon, Z_0) \mapsto (q2, \epsilon, Z_0)$

  IB für w mit $|w| = n$ für bel. $n \in \mathbb{N}$ gelte, $wcw^R \in L(D)$,
  $(q0, wcw^R, Z_0) \overset{*}{\mapsto} (q0, cw^R, w^R Z_0) \mapsto (q1, w^R, w^R Z_0) \overset{*}{\mapsto} (q1, \epsilon, Z_0)$

  IS Für v mit $|v| = n + 1$ gilt $v = xw$ und zz $xwcw^R x \in L(K)$
  $(q0, xwcw^R x, Z_0) \mapsto$
  $\underbrace{(q0, wwcw^R x, xZ_0) \overset{*}{\mapsto} (q0, cw^R x, w^R x Z_0) \mapsto (q1, w^R x, w^R x Z_0) \overset{*}{\mapsto} (q1, x, xZ_0)}_{IB}$
  $\mapsto (q1, \epsilon, Z_0) \mapsto (q2, \epsilon, Z_0)$

- $w \notin L(D) \Longrightarrow w \notin L(D)$
  Fallunterscheidung:
  - $w \in \{a, b\}^* \notin L(D)$, denn $(q0, w, Z_0) \overset{*}{\mapsto} (q0, \epsilon, w^R Z_0)$ hat keine Folgekonfiguration.
  - $w = vxucu^R yv' \notin L(D)$ für $x \neq y$ mit $x, y \in \{a, b\}$ und $u, v, v' \in \{a, b\}^*$, denn $(q0, vxucu^R yv', Z_0) \overset{*}{\mapsto} (q1, cu^R yv', u^R xv^R Z_0) \mapsto (q1, u^R yv', u^R xv^R Z_0) \overset{*}{\mapsto} (q1, yv', xv^R Z_0)$ hat keine Folgekonfiguration.

Beweis

Gegeben: $S \to aS|aSbS|\epsilon$

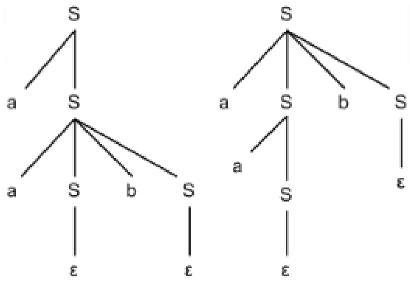
Zeigen Sie bitte, dass für aab je zwei

- Ableitungsbäume
- linksseitige Ableitungen
- rechtsseitige Ableitungen

existieren.

Finden Sie für diese Sprache eine Grammatik, die eindeutig ist.

- 2 linksseitige Ableitungen :
  $S \Longrightarrow aS \Longrightarrow aaSbS \Longrightarrow aabS \Longrightarrow aab$ und
  $S \Longrightarrow aSbS \Longrightarrow aaSbS \Longrightarrow aabS \Longrightarrow aab$
- 2 rechtsseitige Ableitungen :
  $S \Longrightarrow aS \Longrightarrow aaSbS \Longrightarrow aaSb \Longrightarrow aab$ und
  $S \Longrightarrow aSbS \Longrightarrow aSb \Longrightarrow aaSb \Longrightarrow aab$



Eindeutige Grammatik:

$S \to aS|aTbS|\epsilon$

$T \to aTbT|\epsilon$

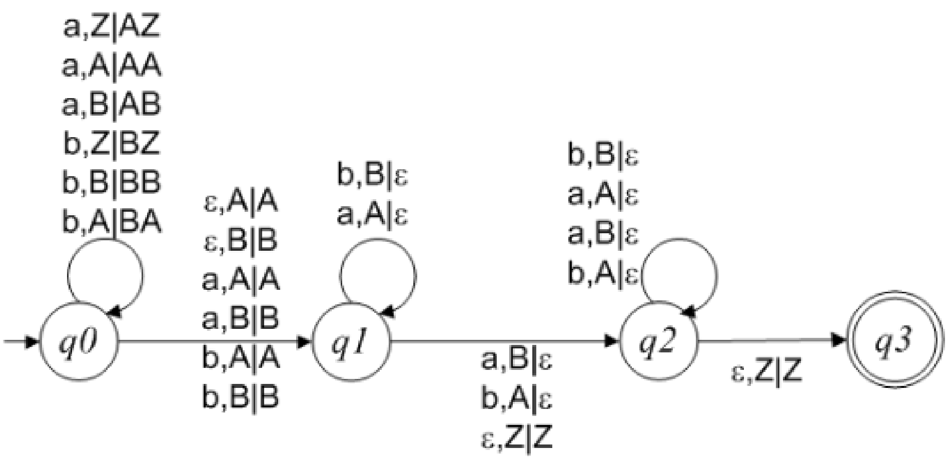
- G heißt eindeutig, wenn es zu jedem Wort $w \in L(G)$ nur genau einen Ableitungsbaum gibt.
- G heißt mehrdeutig, wenn es zu einem Wort w mehr als einen Ableitungsbaum gibt.
- Eine Sprache heißt mehrdeutig, falls es keine Möglichkeit gibt eine eindeutige kfG für die Sprache zu erstellen.
- Beispielsweise: $L = \{a^i b^j c^k : i = j \vee j = k\}$

KellerAutomat KA

KFG

1. Geben Sie bitte für $L = \{w | w \neq trans(w)$ für $w \in \{a, b\}^*\}$
   mit $trans : \Sigma^* \to \Sigma^*$ und $trans(\epsilon) = \epsilon$ bzw. $trans(aw) = trans(w) \cdot a$ für $a \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$
   einen Kellerautomaten A mit $L(A) = L$ an.

2. Gibt es auch einen DKA, der L erkennt? Bitte begründen Sie Ihre Antwort.



1.

2. Nein, denn auch hier muss die Mitte des Wortes geraten werden.

$L = \{a^n b^n c^n | n \in N\}$ ist nicht kontextfrei.

Beweis: L sei kontextfrei, also gilt das Pumping-Lemma.

Sei $z = a^p b^p c^p$, dann $z \in L$ und $|z| \geq p$.

vwx enthält nicht alle drei Zeichen a, b und c, denn $|vwx| \leq p$.

Das fehlende Zeichen wird beim Aufpumpen zu uv^2wx^2y nicht vervielfältigt.

Weil aber $|vx| > 0$ werden die Zeichen in vx vervielfältigt.

$uv^2wx^2y \notin L$, denn nicht mehr gleich viele a's, b's und c's

Widerspruch zur Aussage des Pumping-Lemmas.

Daher muss die Annahme falsch sein, d.h. L ist nicht kontextfrei.

PL KFG

Chomsky-Normalform

Gegeben sei diese Grammatik:

$S \to AaBb|cABd|cCa$

$A \to cBa|\epsilon$

$B \to bAd|\epsilon$

$C \to Fd|BF$

Geben sie bitte die CNF für G an.

Rekursives Startsymbol	$S' \to S$ $S \to BSD\|\epsilon$

Nutzlose Symbole	$S \to AaBb\|cABd, A \to cBa\|\epsilon, B \to bAd\|\epsilon$		
Rekursives Startsymbol	$--$		
ϵ-Regeln	$S \to AaBb\|cABd\|aBb\|cBd\|Aab\|cAd\|ab\|cd$ $A \to cBa\|ca, B \to bAd\|bd$		
Kettenregel	$--$		
Terminale überbrücken	$S \to AX_1BX_2\|X_3ABX_4\|X_1BX_2\|X_3BX_4$ $S \to AX_1X_2\|X_3AX_4\|X_1X_2\|X_3X_4$ $A \to X_3BX_1\|X_3X_1, B \to X_2AX_4\|X_2X_4$ $X_1 \to a, X_2 \to b, X_3 \to c, X_4 \to d$		
Regeln aufspalten	$S \to AY_1$	$S \to X_3Y_6$	$A \to X_3Y_9$
	$Y_1 \to X_1Y_2$	$Y_6 \to BX_4$	$Y_9 \to BX_1$
	$Y_2 \to BX_2$	$S \to AY_7$	$A \to X_3X_1$
	$S \to X_3Y_3$	$Y_7 \to X_1X_2$	$B \to X_2Y_{10}$
	$Y_3 \to AY_4$	$S \to X_3Y_8$	$Y_{10} \to AX_4$
	$Y_4 \to BX_4$	$Y_8 \to AX_4$	$B \to X_2X_4$
	$S \to X_1Y_5$	$S \to X_1X_2\|X_3X_4$	$X_1 \to a, X_2 \to b$
	$Y_5 \to BX_2$		$X_3 \to c, X_4 \to d$