МГТУ им. Н. Э. Баумана
Факультет ФН «Фундаментальные Науки»
Кафедра ФН-12 «Математическое моделирование»

Отчет по домашнему заданию №4
По дисциплине "Численные методы решения задач теории управления"

Студент: Петров М.И.
Преподаватель: Тверская Е. С.
Группа: ФН12-61Б

Москва 2024

Задание 1

1. Постановка задачи. Рассматривается система Лоренца:

$$
\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= -\sigma y_1 + \sigma y_2 \\
\dot{y}_2 &= r y_1 - y_2 - y_1 y_3 \\
\dot{y}_3 &= y_1 y_2 - b y_3
\end{aligned}
$$

со значениями параметров $\sigma = 10, b = \frac{8}{3}$, r = 28

2. Задание
Составить программу интегрирования задачи Коши для системы из n уравнений первого порядка вида

$$y' = f(t, y), y(0) = y_0, y(t) \in \mathbb{R}^n \tag{1}$$

на произвольном отрезке [a, b], используя метод Рунге-Кутта 4-го порядка точности с постоянным шагом h.

Листинг программы:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def RK4_step(f,y,t,h):
        k1 = f(t,y)
        k2 = f(t + h/2,y + h/2*k1)
        k3 = f(t + h/2,y + h/2*k2)
        k4 = f(t + h,y + h*k3)
        return t + h,y + h/6*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)

def Runge_launch(f,start,tbounds,h,eps):
    y = np.copy(start)
    y = y[np.newaxis,:]
    t = [tbounds[0]]
    h_cur = h
    while t[-1] <= tbounds[1]:
        t1,y1 = RK4_step(f,y[-1],t[-1],h_cur/2)
        t2,y2 = RK4_step(f,y[-1],t[-1],h_cur)
        if np.linalg.norm((y1 - y2)/15) > eps:
            h_cur /= 2
        else:
            y = np.append(y,[y2],axis = 0)
            t = np.append(t,[t2],axis = 0)
    return t,y
```

Задание 2

Решить исходную систему уравнений на отрезке [0, 100] при помощи разработанной процедуры для следующих начальных условий y1(0) = 3.051522, y2(0) = 1.582542, y3(0) = 15.62388. Приведите график решения в пространстве (y1, y2, y3).

Листинг программы:

```
sigma = 10
r = 28
b = 8/3

def system(t,y):
    return np.array([-sigma*y[0]+sigma*y[1],r*y[0] - y[1] - y[0]*y[2],y[0]*y[1]-b*y[2]])

sol = Runge_launch(system,[3.051522, 1.582542, 15.62388],[0,100],1e-2,1e-1)

ax = plt.axes(projection='3d')

# Data for a three-dimensional line
y1line = sol[1][:,0]
y2line = sol[1][:,1]
y3line = sol[1][:,2]
ax.set_xlabel('y1')
ax.set_ylabel('y2')
ax.set_zlabel('y3')
ax.plot3D(y1line, y2line, y3line, 'gray')
```

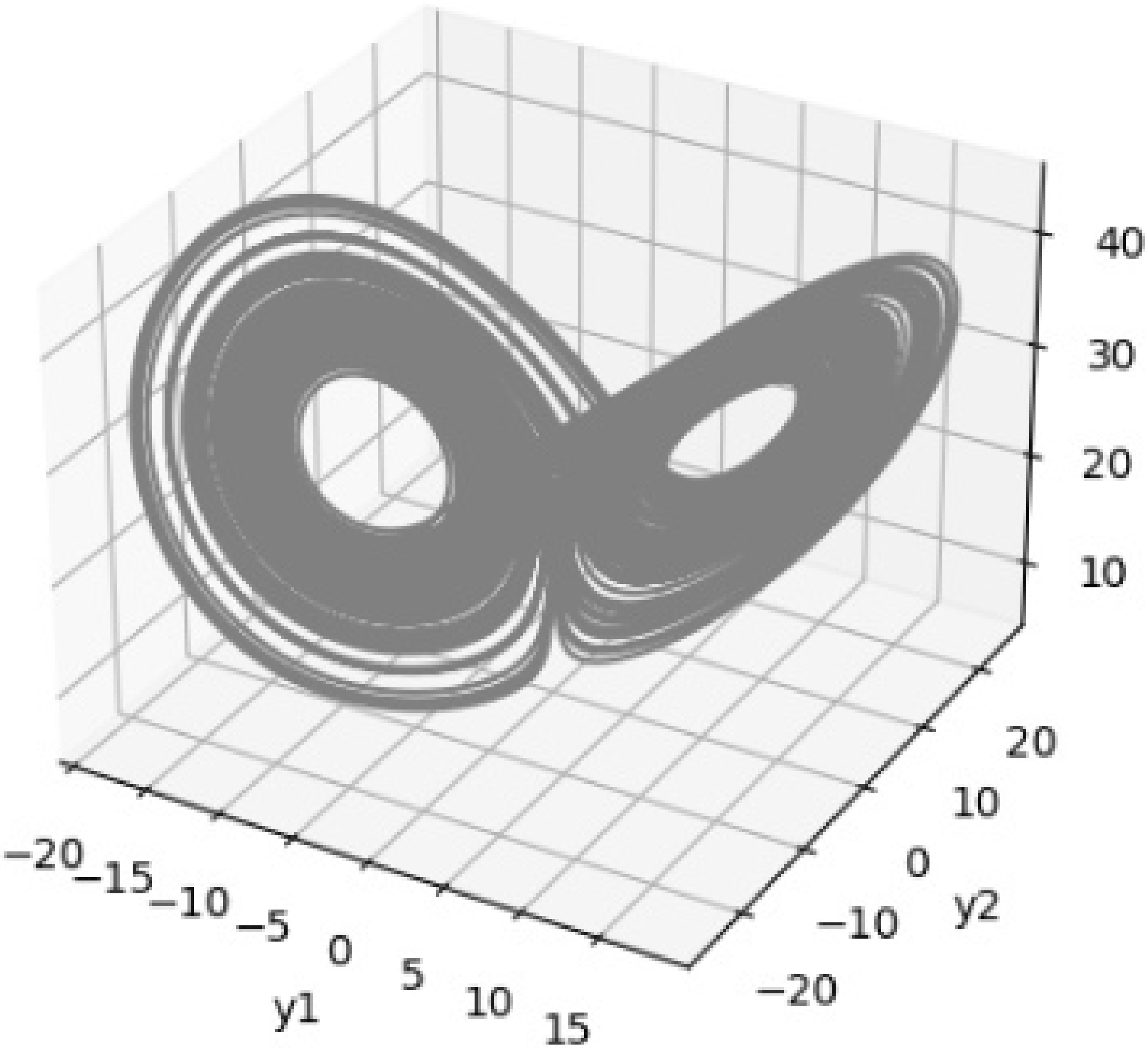

Рис. 1: Полученный результат

Задание 3

Определить положения равновесия системы и условия на параметры системы при которых эти положения существуют.

Найдем условия на параметры системы:

$$
\begin{aligned}
0 &= -\sigma y_1 + \sigma y_2 \\
0 &= r y_1 - y_2 - y_1 y_3 \\
0 &= y_1 y_2 - b y_3
\end{aligned}
$$

Тогда получаем

$$\sigma \in \mathbb{R}^{n+}$$
$$b = \frac{y_1^2}{y_3}$$
$$r = y_3 + 1$$
$$y_1 = y_2$$

Учитывая эти условия находим точки положения равновесия для системы, которая исследовалась в этой работе:

$$(0, 0, 0)$$
$$(6\sqrt{2}, 6\sqrt{2}, 27)$$
$$(-6\sqrt{2}, -6\sqrt{2}, 27)$$