Innhold

0.1 Følger

`Sum[ <Uttrykk>, <Variabel>, <Start>, <Slutt> ]` (CAS)

Finner summen av en rekke med en løpende variabel på et intervall.

Eksempel

Finn summen av den uendelige rekka ..

$$1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + ...$$

Svar:

Dette er en geometrisk rekke med $k = \frac{1}{5}$ og eksplisitt formel gitt som:

$$a_n = \frac{1}{5^{(n-1)}}$$

hvor $n \in [1, 2, ...]$.

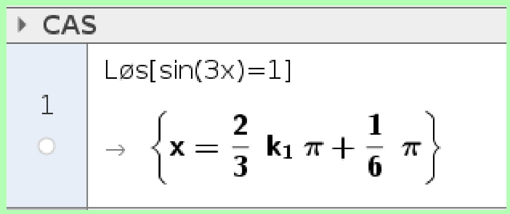
I CAS skriver vi da (∞-tegnet finner du ved å trykke på α-tegnet oppe i høyre hjørne):

0.2 Trigonometriske uttrykk

Løs[<Likning med x>] (CAS)

Løser en likning med x som ukjent.

Eksempel



I teoridelen til denne boka bruker vi $n \in \mathbb{N}$ som heltallsvariabel. GeoGebra bruker en indeksert k, her $k_1 \in \mathbb{N}$.

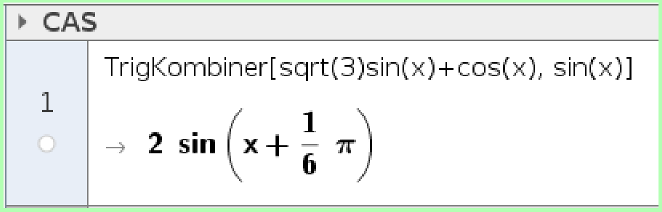
Merk: Du kan også løse ligningen $\sin(3x) = 1$ ved å skrive den inn i en CAS-celle og deretter trykke på Løs.

0.3 Trigonometriske funksjoner

TrigKombiner[<Funksjon>, sin(x)]

Skriver om en funksjon på formen $a \sin(kx) + b \cos(kx)$ til et kombinert uttrykk på formen $r \sin(kx + c)$.

Eksempel



RegSin[<Liste>]

Finner den best tilpassede sinusfunksjonen for punkt i en liste.

Eksempel

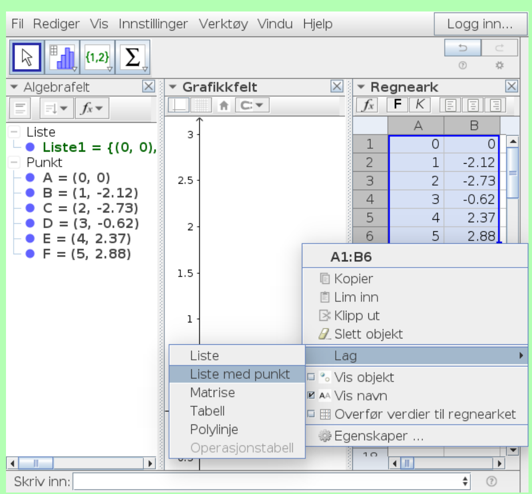
Gitt tabellen

x	$f(x)$
1	-2.12
2	-2.73
3	-0.62
4	2.37
5	2.88

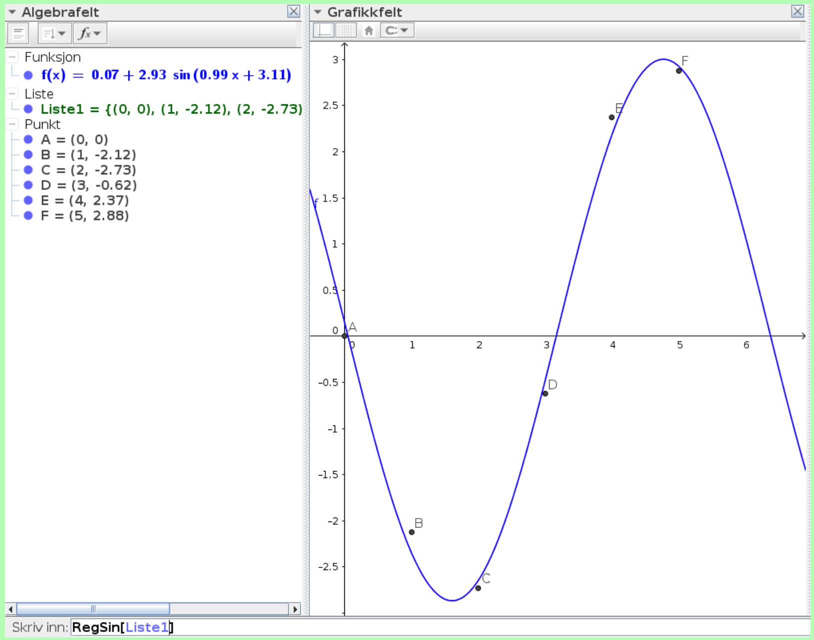
Bruk regresjon for å finne en tilnærming til $f(x)$.

Svar:

Vi velger `Vis` ▶ `Regneark` og skriver inn tabellen. Vi markerer så begge kolonner, høyreklikker innenfor markeringsfeltet og velger `Lag` ▶ `Liste med punkt`:



Om vi ønsker at alle punktene skal vises i grafikkfeltet, høyreklikker vi på grafikken og velger `Vis alle objekt`. Deretter skriver vi `RegSin[Liste1]` i kommandolinjen, og får funksjonen `f(x)` i algebrafeltet og grafen til `f` i grafikkfeltet. Denne funksjonen er en tilnærming til $f(x)$ gitt i oppgaven.



0.4 Vektorer

`Determinant[ <Matrise> ]`

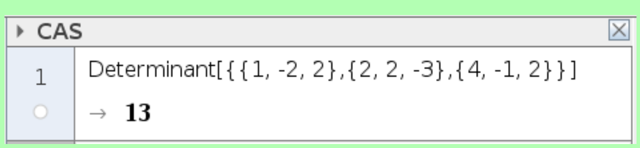
Finner determinanten til en matrise.

Eksempel

Regn ut:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Svar:



0.5 Rom

Skalarprodukt[<Vektor>, <Vektor>]

Finner skalarproduktet av to vektorer. (Merk: For to vektorer u og v kan man like gjerne skrive u*v).

Vektorprodukt[<Vektor>, <Vektor>] (CAS)

Finner vektorproduktet av to vektorer. (Merk: For to vektorer u og v kan man like gjerne skrive u⊗v. Hurtigtast for ⊗ er alt+shift+8).

Pyramide[<Punkt>, <Punkt>, ...]

Fremstiller en pyramide i Grafikkfelt 3D. Pyramide[A,B,C,D] lager en pyramide med grunnflate A, B, C og toppunkt D, mens Pyramide[A,B,C,D, E] har grunnflate A, B, C, D og toppunkt E. Under kategorien *Pyramide* i algebrafaltet finner man en konstant som oppgir volumet til pyramiden.

Prisme[<Punkt>, <Punkt>, ...]

Fremstiller en prisme i Grafikkfelt 3D. Prisme[A,B,C,D] lager en prisme med grunnflate ABC og tak DEF, Prisme[A,B,C,D, E] har grunnflate $ABCD$ og tak EFG. F, G og eventelt E blir konstruert av GeoGebra slik at hver sideflate er et parallellogram. Under kategorien *Prisme* i algebrafaltet finner man en konstant som oppgir volumet til pyramiden.

Kurve[<Uttrykk>, <Uttrykk>, <Uttrykk>, <Parametervariabel>, <Start>, <Slutt>]

Viser parameteriseringen av en kurve i Grafikkfelt 3D på et gitt intervall. Uttrykkene er henholdsvis uttrykkene for x, y og z-koordinatene, bestemt av en gitt parametervariabel.

Kule[<Punkt>, <Radius>]

Viser en kule i Grafikkfelt 3D med sentrum i et gitt punkt og med en gitt radius.

Plan[<Punkt>, <Punkt>, <Punkt>]

Viser et plan i Grafikkfelt 3D, utspent av to av vektorene mellom tre gitte punkt.

Prisme[<Punkt>, <Punkt>, ...]

Fremstiller en prisme i Grafikkfelt 3D. Prisme[A,B,C,D] lager en prisme med grunnflate ABC og tak DEF, Prisme[A,B,C,D, E] har grunnflate $ABCD$ og tak EFG. F, G og eventelt E blir konstruert av GeoGebra slik at hver sideflate er et parallellogram. Under kategorien *Prisme* i algebrafaltet finner man en konstant som oppgir volumet til pyramiden.

0.6 Integral

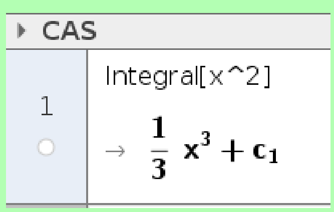
Deriverte[<Funksjon>]

Gir den deriverte av en funksjon. (Merk: For en definert funksjon $f(x)$, kan man like gjerne skrive f'(x))

Integral[<Funksjon>]

Gir uttrykket til det ubestemte integralet av en funksjon. (Merk: Hvis kommandoen skrives i inntastingsfeltet, blir konstantleddet utelatt).

Eksempel

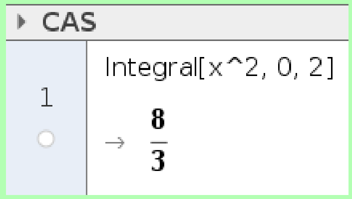


c_1 er en vilkårlig konstant.

Integral[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]

Gir det bestemte integralet av en funksjon på et intervall.

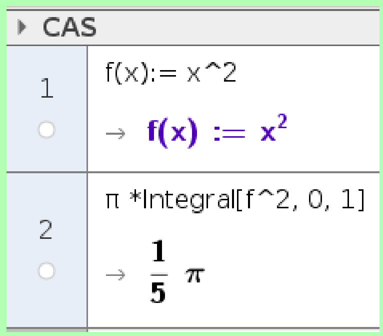
Eksempel 1



Eksempel 2

Finn volumet av omdreiningslegemet til $f(x) = x^2$ på intervallet $[0, 1]$.

Svar:



I CAS-celle 1 definerer vi $f(x)$ (huske å skrive :=). Volumet er gitt som $\pi \int_0^1 (f(x))^2 \, dx$, som vi finner i celle 2.

0.7 Differensialligninger

LøsODE[<Likning>] (CAS)

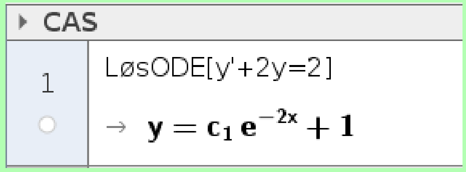
Finner generell løsning av en gitt differensialligning av første eller andre orden.

Eksempel 1

Løs ligningen:

$$y' + 2y = 2$$

Svar:



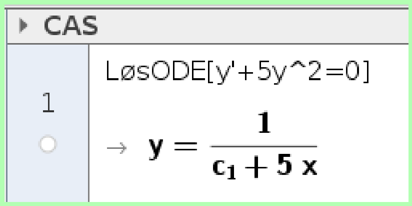
c_1 er en vilkårlig konstant.

Eksempel 2

Løs ligningen:

$$y' + 5y^2 = 0$$

Svar:



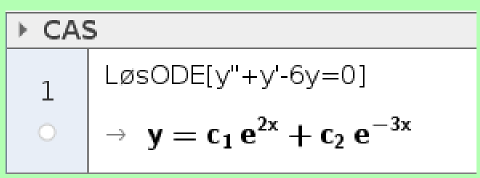
c_1 er en vilkårlig konstant.

Eksempel 3

Løs ligningen:

$$y'' + y' - 6y = 0$$

Svar:



c_1 og c_2 er en vilkårlige konstanter.

`LøsODE[<Likning>, (x_0, y(x_0)), (x_1, y'(x_1))]` (CAS)

Finner løsningen av en gitt differensialligning av første eller andre orden, for randverdier gitt som punkter.

Eksempel 1

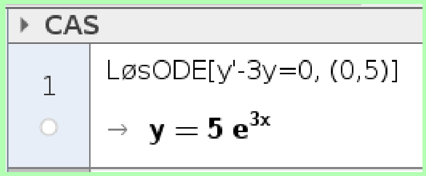
Finn løsningnen av ligningen

$$y' - 3y = 0$$

med randbetingelsen $y(0) = 5$.

Svar:

Randbetingelsen gir oss punktet $(x_0, y(x_0)) = (0, 5)$:



Eksempel 2

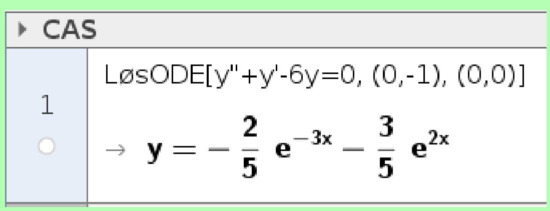
Finn løsningnen av ligningen

$$y'' + y - 6 = 0$$

med randbetingelsene $y(0) = -1$ og $y'(0) = 0$

Svar:

Randbetingelsen gir oss punktene $(x_0, y(x_0)) = (0, -1)$
og $(x_1, y'(x_1)) = (0, 0)$:



`Retningsdiagram[f(x,y)]` (Inntastingsfelt)

Lager et retningsdiagram for en differensialligning hvor $f(x,y) = y'$.

Eksempel

Gitt differensialligningen

$$y' + xy = x$$

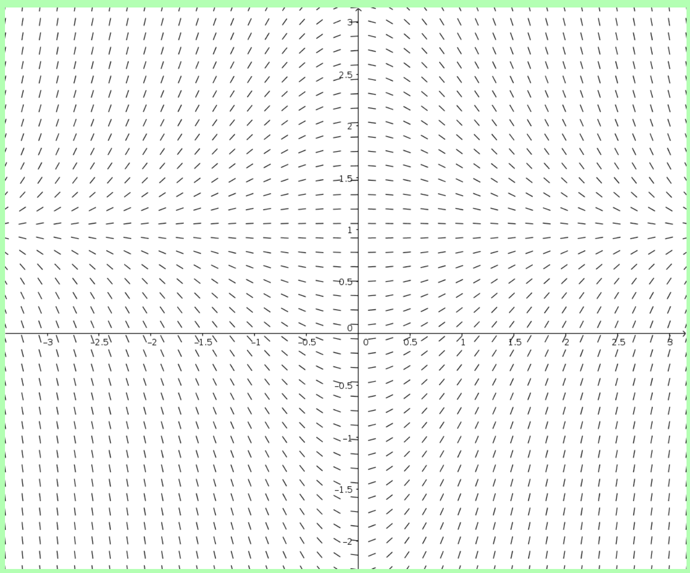
a) Tegn et retningsdiagram for løsningene av ligningen.
b) Tegn integralkurven for løsningen som krysser vertikalaksen når $y = 2$.

Svar:

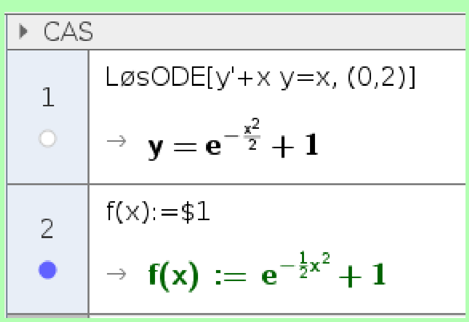
a) Vi starter med å finne y':

$$y' = x - xy$$

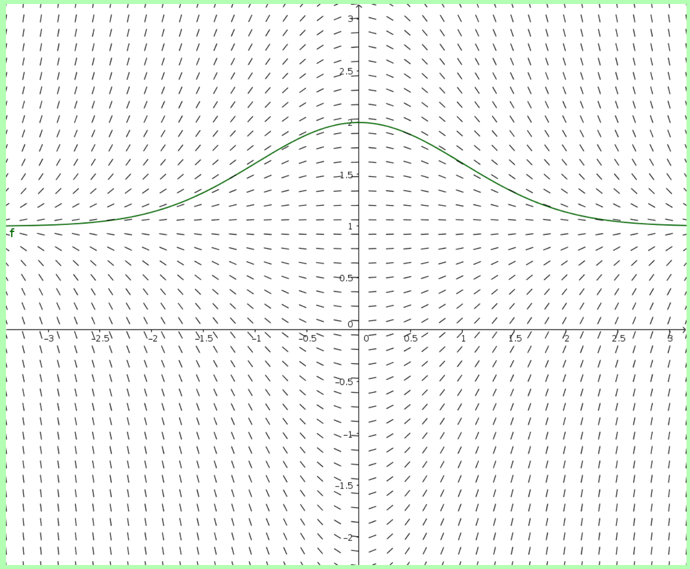
I inntastingsfeltet skvriver vi så `Retnigsdiagram[x-x y]` og får dette bildet i grafikkfeltet:



b) Vi starter med å løse ligningen for punktet $(0, 2)$, og gir deretter løsningen navnet $f(x)$:



Vi får da grafen:



f