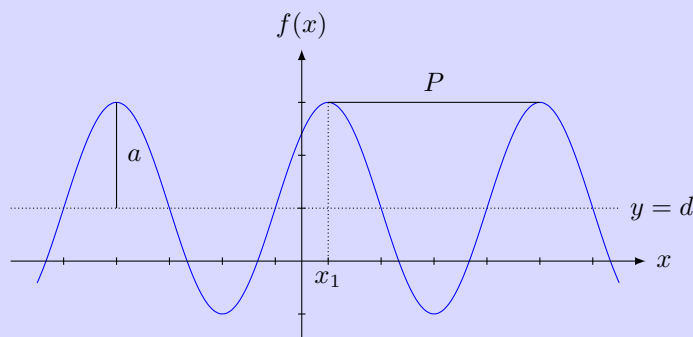


Cosinusfunksjonen

En funksjon $f(x)$ på formen

$$f(x) = a \cos(kx + c) + d$$

kalles en cosinusfunksjon med amplitude $|a|$, bølgetall k , fase c og likevektslinje d .



Figur 1

k er gitt ved relasjonen:

$$k = \frac{2\pi}{P}$$

hvor P er perioden til f . Videre kan c finnes ut ifra ligningen:

$$kx_1 + c = 0$$

hvor x_1 er x -verdien til et toppunkt.

Funksjonen har ekstremalpunkter der hvor:

$$kx + c = 2\pi n \quad \vee \quad kx + c = \pi + 2\pi n$$

for alle $n \in \mathbb{Z}$.

Sinusfunksjonen

En funksjon $f(x)$ på formen

$$f(x) = a \sin(kx + c) + d$$

kalles en sinusfunksjon med amplitude $|a|$, bølgetall b , fase c og likevektslinje d .

k er gitt ved relasjonen:

$$k = \frac{2\pi}{P}$$

hvor P er perioden til f . Videre kan c finnes ut ifra ligningen:

$$kx_1 + c = \frac{\pi}{2}$$

hvor x_1 er x -verdien til et toppunkt.

Funksjonen har ekstremalpunkter der hvor:

$$kx + c = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

for alle $n \in \mathbb{Z}$.

Relasjonene mellom sinus- og cosinusfunksjoner

$$\cos\left(kx + c - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(kx + c) \quad (0.1)$$

$$\sin\left(kx + c + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(kx + c) \quad (0.2)$$

Eksempel

Skriv om funksjonen $f(x) = 2 \cos(3x + \pi) + 1$ til en sinusfunksjon.

Svar:

Det eneste vi må sørge for er å gjøre om cosinusuttrykket til et si-

nusuttrykk. Og vi vet at:

$$\begin{aligned}\cos(3x + \pi) &= \sin\left(3x + \pi + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \sin\left(3x + \frac{3\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

Dermed får vi:

$$f(x) = 2 \sin\left(3x + \frac{3\pi}{2}\right) + 1$$

Sinus og cosinus kombinert

Vi kan skrive:

$$a \cos kx + b \sin kx = r \sin(kx + c)$$

der $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ og hvor:

$$\begin{aligned}\cos c &= \frac{b}{r} \\ \sin c &= \frac{a}{r}\end{aligned}$$

Eksempel

Skriv om $\sqrt{3} \sin(\pi x) - \cos(\pi x)$ til et sinusuttrykk.

Svar:

Vi starter med å finne r :

$$\begin{aligned}R &= \sqrt{\sqrt{3}^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2\end{aligned}$$

Videre krever vi at:

$$\begin{aligned}\cos c &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin c &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

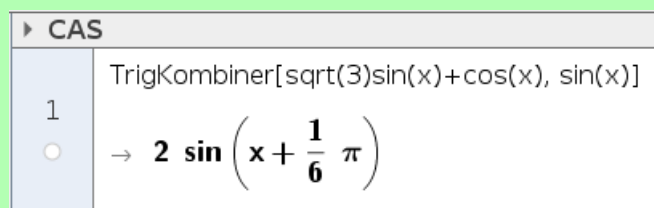
Tallet $c = -\frac{\pi}{6}$ oppfyller dette kravet, og dermed har vi funnet at:

$$\sqrt{3}\sin(\pi x) - \cos(\pi x) = 2\sin\left(\pi x - \frac{\pi}{6}\right)$$

`TrigKombiner[<Funksjon>, sin(x)]`

Skriver om en funksjon på formen $a\sin(kx) + b\cos(kx)$ til et kombinert uttrykk på formen $r\sin(kx + c)$.

Eksempel



A screenshot of a CAS (Computer Algebra System) interface. It shows a command window with the text 'CAS' and a list of commands. The first command is 'TrigKombiner[sqrt(3)sin(x)+cos(x), sin(x)]'. The result of the command is displayed as '→ 2 sin(x + 1/6 π)'.

`RegSin[<Liste>]`

Finner den best tilpassede sinusfunksjonen for punkt i en liste.

Eksempel

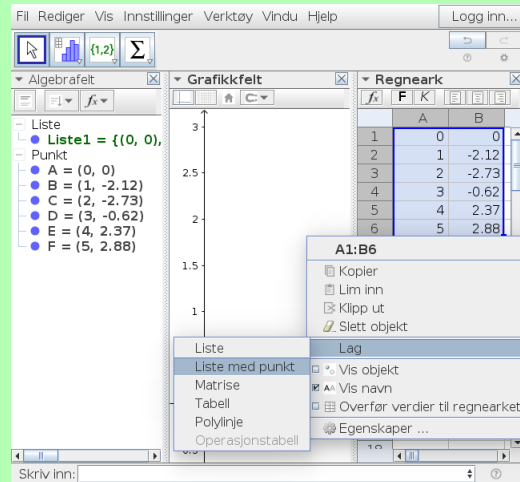
Gitt tabellen

x	$f(x)$
1	-2.12
2	-2.73
3	-0.62
4	2.37
5	2.88

Bruk regresjon for å finne en tilnærming til $f(x)$.

Svar:

Vi velger **Vis ► Regneark** og skriver inn tabellen. Vi markerer så begge kolonner, høyreklikker innenfor markeringsfeltet og velger **Lag ► Liste med punkt**:



Om vi ønsker at alle punktene skal vises i grafikkfeltet, høyreklikker vi på grafikken og velger **Vis alle objekt**. Deretter skriver vi `RegSin[Liste1]` i kommandolinjen, og får funksjonen $f(x)$ i algebrafeltet og grafen til f i grafikkfeltet. Denne funksjonen er en tilnærming til $f(x)$ gitt i oppgaven.

