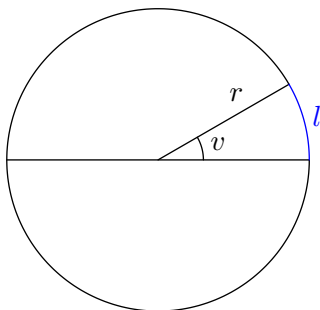


## Oppgaver for kapittel 0

### 0.1.1

Utdanningsdirektoratet definerer størrelsen til en vinkel  $v$  mellom to linjestykker  $a$  og  $b$ , oppgitt i radianer, på følgende måte:

*Forholdet mellom lengden på en bue mellom  $a$  og  $b$  og radiusen til buen.*



I figuren over svarer dette til forholdet  $\frac{l}{r}$ .

Forklar hvorfor radianer ut ifra denne definisjonen også kan sees på som en buelengde langs enhetssirkelen.

### 0.1.2

Gjør om til radianer:

- a)  $60^\circ$       b)  $15^\circ$

### 0.1.3

Gjør om til grader:

- a)  $\frac{11\pi}{12}$       b)  $\frac{11\pi}{6}$

### 0.2.1

Bruk Pytagoras' setning og definisjonen av  $\cos x$  og  $\sin x$  til å vise at

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

### 0.2.2

Finn  $\tan x$  når du vet at

- a)  $\sin x = 0$  og  $\cos x = 1$       b)  $\sin x = \frac{1}{2}$  og  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

**0.2.3**

Bruk  $-$  og  $+$  for å indikere henholdsvis negativ og positiv, og sett riktige markører i tabellen under.

	1. kvadrant	2. kvadrant	3. kvadrant	4. kvadrant
$\sin x$				
$\cos x$				
$\tan x$				

**0.2.4**

Bestem verdien til

**a)**  $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$     **b)**  $\cos \pi$     **c)**  $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)$     **d)**  $\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

**0.2.5**

Finn verdien til

**a)**  $\operatorname{asin} 0$     **b)**  $\operatorname{asin} \frac{\sqrt{3}}{2}$   
**c)**  $\operatorname{acos}(-1)$     **d)**  $\operatorname{acos}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$   
**e)**  $\operatorname{atan} 1$     **f)**  $\operatorname{atan}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

**0.2.6**

Bruk (??) til å vise at  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$  når du vet at  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**0.2.7**

**a)** Bruk én av de trigonometriske identitetene til å vise at

$$\sin(2x) = 2 \cos x \sin x$$

**b)** Gitt at  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ . Bruk dette og identiteten over til å vise at

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2}$$

**0.2.8**

Skriv om uttrykket

$$\cos\left(3x - \frac{5\pi}{2}\right)$$

til et sinusuttrykk.

**0.2.9**

Skriv om uttrykket

$$\cos(2x) + \sqrt{3}\sin(2x)$$

til et sinusuttrykk.

**0.3.1**

Vis at alle løsninger av ligningen  $\cos x = 0$  er gitt som

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

mens alle løsninger av ligningen  $\sin x = 0$  er gitt som

$$x = \pi n$$

**0.3.2**

Løs ligningene:

a)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b)  $\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 0$  ,  $x \in [0, 5]$

c)  $2\sin(3x) = 1$

d)  $\sin(2x - \pi) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

e)  $2\sqrt{3}\tan\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = 2$

**0.3.3**

Løs ligningene:

a)  $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$

b)  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$

c)  $\cos(2x) + \sin(2x) = 0$

**0.3.4**

Løs ligningene:

a)  $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$

b)  $\sqrt{3}\cos\left(\frac{x}{2\pi}\right) - \sin\left(\frac{x}{2\pi}\right) = 1$

**0.4.1**

Løs ligningene:

- a)  $\sin^2 x + \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{2} = 0$
- b)  $\cos^2(3x) - 3 \cos(3x) - 4 = 0$
- c)  $2 \cos^2 x + \sqrt{8} \cos x + 1 = 0$
- d)  $\tan^2(\pi x) - \sqrt{12} \tan(\pi x) + 3 = 0$
- e)  $-\sin^2(3x) - 3 \cos(3x) - 3 = 0$

**0.4.2**

Løs ligningene:

- a)  $-\cos^2 x + 15 \sin^2 x = 3$
- b)  $\cos^2\left(\frac{x}{4}\right) - 2 \sin^2\left(\frac{x}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

**0.5.1**

Forklar hvorfor en cosinusfunksjon  $f(x) = a \cos(kx + c) + d$  har

- a) Maksimalverdier for  $kx + c = 2\pi n$  og minimalverdier for  $kx + c = \pi + 2\pi n$  når  $a > 0$ .
- b) Maksimalverdier for  $kx + c = \pi + 2\pi n$  og minimalverdier for  $kx + c = 2\pi n$  når  $a < 0$ .

**0.5.2**

Gitt funksjonen

$$f(x) = -3 \cos\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) + 4$$

- a) Finn perioden til  $f$ .
- b) Hva er minimums- og maksimumsverdiene til  $f$ ?
- c) Finn alle  $x$  hvor  $f$  har minimums- og maksimumsverdier.

**0.5.3**

Forklar hvorfor en sinusfunksjon  $f(x) = a \sin(kx + c) + d$  har

- a) Maksimalverdier for  $kx + c = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$  og minimalverdier for  $kx + c = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$  når  $a > 0$ .
- b) Maksimalverdier for  $kx = \pi + 2\pi n$  og minimalverdier for  $kx = 2\pi n$  når  $a < 0$ .

**0.5.4**

Gitt funksjonen

$$f(x) = -2 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1 \quad , \quad x \in [-5, 5]$$

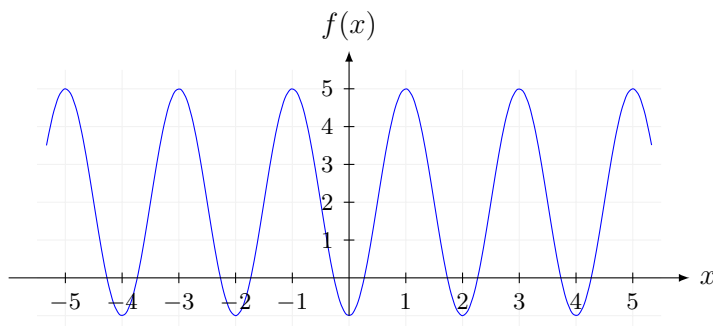
- a) Finn perioden til  $f$ .
- b) Finn topppunktene til  $f$ .
- c) Finn nullpunktene til  $f$ .

**0.5.5**

Om en cosinusfunksjon vet du følgende:

- likevektslinja til funksjonen er  $y = 1$ .
- $(0, 3)$  og  $(2\pi, 3)$  er to naboliggende toppunkt.

Skisser grafen til funksjonen for  $x \in [0, 3\pi]$ .

**0.5.6**

- a) Finn et cosinusuttrykk til grafen over.
- b) Finn et sinusuttrykk til grafen over.

**0.5.7**

Forklar hvorfor alle funksjoner  $f$  på formen

$$f(x) = a \tan(kx + c) + d$$

har vertikale asymptoter når

$$kx + c = \pm \frac{\pi}{2} + \pi n$$

**Gruble 0**

Gitt relasjonen

$$\tan x = \frac{a}{b}$$

Vis at  $\sin x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  og at  $\cos x = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .