

## Oppgaver for kapittel 0

### 0.1.1

a) Deriver funksjonen  $f(x) = 4x^5$ .

b) Finn det bestemte integralet  $\int_0^2 20x^4 dx$ .

### 0.1.2

Relasjonen mellom en funksjon  $F(x)$  og  $f(x)$  er at  $F'(x) = f(x)$ . Videre er  $F(1) = 1$  og  $F(4) = 9$ .

Finn det bestemte integralet  $\int_1^4 f(x) dx$ .

### 0.1.3

a) Deriver funksjonen  $f(x) = e^{\cos^2 x}$ .

b) Finn det ubestemte integralet

$$\int -\sin(2x) e^{\cos^2 x} dx$$

### 0.1.4

Vis at

$$\text{a) } \int x(x+2)e^x dx = x^2e^x + C$$

$$\text{b) } \int -e^{x^2+\cos x}(-2x + \sin x) dx = e^{\cos x+x^2} + C$$

### 0.2.1

Finn integralene:

$$\text{a) } \int \frac{3}{4x} dx \quad \text{b) } \int -\frac{7}{\cos^2 t} dt \quad \text{c) } -4x^5$$

$$\text{d) } \int \cos(\pi x) dx \quad \text{e) } \int 4e^{-4t} dt \quad \text{f) } \int \left( 2x^4 dx - \frac{3}{x^{\frac{3}{2}}} \right) dx$$

$$\text{g) } \int \sqrt{x^5} dx$$

**0.2.2**

Gjennomsnittet av en funksjon  $f(x)$  over et intervall  $[a, b]$  kan vi skrive som

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Vis at gjennomsnittet av  $f(x) = \cos x + d$  over en periode blir  $d$ .

*Hint:* Sett  $a = c$  og  $b = c + 2\pi$ .

**0.2.3**

Finn integralene:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int x e^{x^2} dx & \text{b)} \int_1^2 8x e^{2x^2-3} dx & \text{c)} \int \tan x dx \\ \text{d)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx & \text{e)} \int \frac{4x+5}{2x^2+5x} dx & \text{f)} \int \frac{3x+2}{3x^2+4x+3} dx \end{array}$$

**0.2.4**

Anvend to av de trigonometriske identitetene og bytte av variabel to ganger for å finne integralet

$$\int \sin(2x) e^{1-\cos^2 x} dx$$

**0.2.5**

Finn det bestemte/ubestemte integralet:

$$\text{a)} \int (x-1) \cos x dx \quad \text{b)} \int \sqrt{x} \ln x dx \quad \text{c)} \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$$

**0.2.6**

Bruk delvis integrasjon og (??) til å vise at

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}(x - \sin x \cos x) + C$$

**0.2.7**

Finn det bestemte/ubestemte integralet:

$$\text{a) } \int_4^5 \frac{13 - 4x}{x^2 - 5x + 6} dx \quad \text{b) } \int \frac{41 - 4x}{(x - 5)(x + 2)} dx$$

$$\text{c) } \int \frac{x^2 + 9x - 16}{(x - 2)(x^2 - 1)} dx \quad \text{d) } \int \frac{3x^2 - 14x + 10}{x^3 - 3x^2 + 2x} dx$$

**0.2.8**

Finn det ubestemte integralet:

$$\int \frac{3x^3 - 2x^2 - 20x + 2}{x^2 - x - 6} dx$$

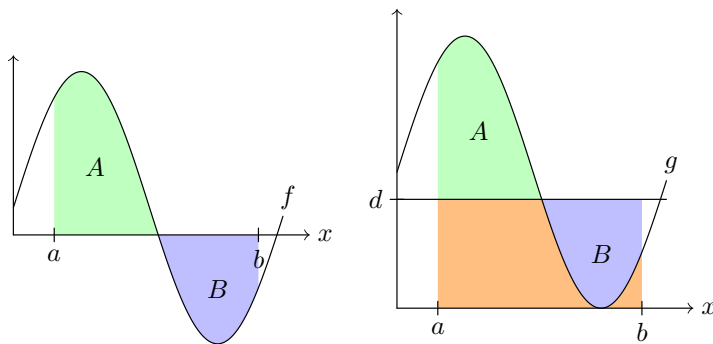
*Hint:* Bruk polynomdivisjon.

**0.3.1**

Relasjonen mellom to funksjoner  $f(x)$  og  $g(x)$  og en konstant  $d$  er at

$$g = f + d$$

a) Ta det for gitt at  $f$  og  $g$  er som vist på figuren under.



Forklar ut ifra en arealbetraktning hvorfor

$$\int_a^b f dx = \int_a^b g dx - (b - a)d$$

b) Bekreft likheten i oppgave a) ved integrasjon.

**0.3.2**

Under vises grafen til  $F(x)$  og  $f(x)$ .  $F$  er en antiderivert av  $f$ .

Forklar hvorfor arealet av det oransje området er like stort som arealet av det grønne området.

**0.4.1**

La en kule med radius  $r$  være plassert i et koordinatsystem med variabelen  $x$  langs horisontalaksen. Kula er plassert slik at sentrum ligger i origo.

a) Lag en tegning og bestem kulas tverrsnitt  $A$  langs horisontalaksen, uttrykt ved  $r$  og  $x$ .

b) Finn volumet  $V$  av kula.

**0.4.2**

Finn volumet av omdreiningslegemene til funksjonene på intervallet  $[0, 1]$ :

a)  $f(x) = e^x$       b)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 - \cos(2\pi x)}$

**Gruble 0**

Bruk definisjonen fra (??) til å vise at

$$\int_a^b x^2 dx = \frac{1}{3}(b^3 - a^3)$$

*Hint:* Bruk summen av de naturlige tallene og (??) fra s. ??.