

Математические модели обработки сигналов

Тема 13: Фильтрация изображений

Лектор: Кривошеин А.В.

ДПФ и фильтрация изображений

Фильтрация 2D сигналов с помощью ЛС систем определяется аналогично одномерному случаю. ЛС система однозначно определяется **импульсной характеристикой** h системы (ИХ). Результат действия системы или результат фильтрации является свёрткой импульсной характеристики линейного фильтра и исходного сигнала: $y = x * h$ или

$$y[n] = x * h[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}^2} x[k] h[n - k], \quad n = (n_1, n_2) \in \mathbb{Z}^2.$$

Конечно, при фильтрации изображений, надо особым образом обрабатывать границы изображения.

Простейший способ, считать, что вне границ изображения все пиксели равны нулю.

Также, можно считать, что изображение зеркально продолжено за границы или отражено от границы.

Фильтрация изображений

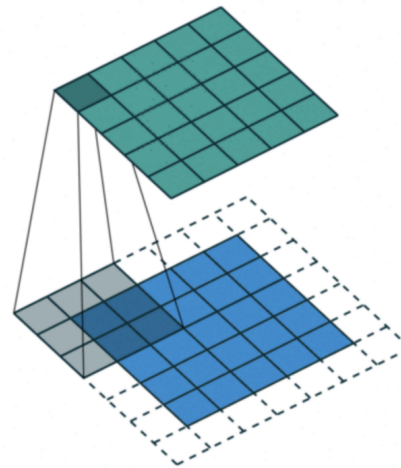
Рассмотрим подробнее обработку изображений с помощью ЛС системы:

$$y[n_1, n_2] = \sum_{i,j} x[i, j] h[n_1 - i, n_2 - j],$$

где последовательность h является импульсной характеристикой фильтра.

Простейший фильтр — это скользящее среднее. Усреднение ведётся по всем ближайшим соседям, например в квадрате 3 на 3 пикселя.

$$h[i, j] = \begin{cases} \frac{1}{9}, & i, j = -1, 0, 1, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad \text{или} \quad h: \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$



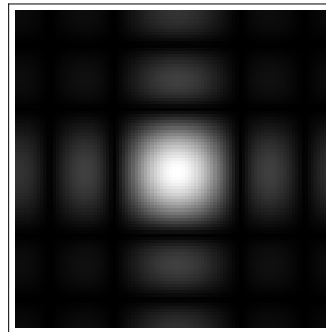
Сглаживающие фильтры

Фильтр скользящего среднего относится к сглаживающим или НЧ фильтрам, поскольку он усредняет резкие перепады в яркости пикселей.

К сглаживающим фильтрам относится также семейство гауссовых фильтров. Они являются дискретизацией гауссианы $f(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$ с ненулевыми значениями внутри квадрата $[-n, n]^2$:

$$h(i, j) = C \begin{cases} e^{-\frac{i^2+j^2}{2\sigma^2}} & i, j = -n, \dots, 0, \dots, n, \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad \text{где константа } C \text{ такова, что } \sum h(i, j) = 1.$$

Сглаживающие фильтры относятся к НЧ фильтрам, поскольку их ДПФ принимает значения около 1 вблизи низких частот и значения около 0 вблизи высоких частот. Ниже иллюстрация спектра h :



Out[] =

ВЧ фильтры

ВЧ фильтры по определению, это фильтры обнуляющие низкие частоты и сохраняющие высокие частоты. Высокие частоты в изображении выражаются в резких сменах яркости, а это границы в изображении.

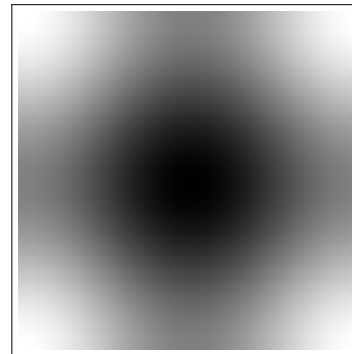
Таким образом, применение ВЧ фильтров подсвечивает границы в изображении.

Ниже на иллюстрации: исходное изображение, его ДПФ с обнулёнными низкими частотами и обратное ДПФ от второй картинки.



Например, ВЧ фильтр Лапласа вида
$$h_L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

полезен, чтобы выделить регионы быстрого изменения яркости, такие как границы. КЧХ фильтра Лапласа.



Out[-]=

Ранговые фильтры

Среди нелинейных фильтров, наиболее простым и эффективным классом фильтров являются ранговые фильтры (англ. Order Statistic Filters) и их частный случай — это **медианные фильтры**.

Общая процедура применения рангового фильтра для изображения в серых тонах.

1. Определяем окрестность размера N на N пикселей (обычно N нечётно)
2. Ранжируем значения пикселей в возрастающем порядке
3. Выбираем k -ое по порядку значение

Для медианного фильтра $k = \frac{N^2+1}{2}$. Суть медианного фильтра в том, что каждый пиксель заменяется на медианное значение среди его ближайших соседей.

Максимальный и минимальный ранговые фильтры получаются при $k = 1$ или $k = N^2 + 1$.

Тип шума, который хорошо подавляется медианным фильтром — это “salt and pepper” шум, который представляет собой случайно возникающие чёрные и белые пиксели в изображении.

Применение: подавление шума

Рассмотрим некоторые применения фильтрации для различных задач.

Шумы в изображение могут появиться из-за особенностей генерации изображения в силу разных причин, что ведёт к ухудшению качества изображения. До некоторой степени это ухудшение качества можно уменьшить при помощи различных методов.

Этот шум можно моделировать как случайную величину с той или иной функцией плотности. Зная статистические свойства шума, его фильтрация может быть более успешна. Шум называют аддитивным, если значения шума добавляются к изображению.

Самый распространённые типы аддитивных шумов:

1. гауссов шум — случайная величина с гауссовым распределением.
2. равномерный шум — случайная величина с равномерным распределением.
3. импульсный шум — дискретная случайная величина с распределением вида

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} p_a, & x = a, \\ p_b, & x = b, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

То есть с некоторой вероятностью значение случайной величины равно a , b или 0. Обычно $a < 0$ и $b > 0$. Тогда некоторые точки на изображении будут ярче\темнее окружающих точек. Этот шум ещё называют “salt and pepper” шум.

Применение: усиление резкости

Рассмотрим метод для усиления резкости в изображении (англ. unsharp masking).

Метод реализуется в два шага. На первом шаге надо вычесть из изображения его сглаженную версию, для того чтобы выделить высокочастотную компоненту: пусть I_{orig} начальное изображение, тогда

$$I_{\text{edge}} = I_{\text{orig}} - I_{\text{smooth}}$$

где сглаженная версия изображения I_{smooth} получается усредняющим или гауссовым фильтром. Результат этой операции мы прибавляем к исходному изображению, чтобы добиться некоторого усиления резкости.

$$I_{\text{ench}} = I_{\text{orig}} + k I_{\text{edge}} = I_{\text{orig}} + k(I_{\text{orig}} - I_{\text{smooth}})$$

где параметр k устанавливает уровень резкости и влияет на силу этого эффекта. Обычно $k \in (0.2, 0.7)$.

Этот подход работает поскольку при сглаживающем фильтре области изображения где яркость не меняется и так уже гладкие, а изменениям подвергаются границы, где яркость меняется быстро. Тогда вычитая сглаженное из исходного, мы получим большие значение на границах и малые на ровных участках. Это соответствует сглаженной карте границ изображения. Прибавляя эту карту к исходному изображению, мы усилим контраст на границах, не тронув гладкие области.



Применение: детектирование границ

Одним из простейших методов детектирования границ является оператор Собеля.

Его суть в вычислении приближённого значения градиента яркости изображения. Результатом применения оператора Собеля в каждой точке изображения является либо вектор градиента яркости в этой точке, либо его норма.

К изображению применяются два фильтра Собеля, которые дают приближённые значения производных по x и по y .

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Затем вычисляется норма вектора (G_x, G_y) для каждого пикселя.

$$\|G\| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2},$$