Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№4**

**«Аппроксимация функции методом наименьших квадратов»**

по дисциплине «Вычислительная математика**»**

Вариант: **4**

**Преподаватель:**   
Наумова Надежда Александровна

**Выполнил:**

Кирячек Тимофей Алексеевич

**Группа:** Р3209

Санкт-Петербург, 2025 г.

Цель работы: найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

# 1. Вычислительная реализация задачи

Линейная аппроксимация:

y =

n = 11

x [-4; 0]

h = 0.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | | 9 | | 10 | | 11 |
| xi | -4 | -3.6 | -3.2 | -2.8 | -2.4 | -2 | -1.6 | -1.2 | | -0.8 | | -0.4 | | 0 |
| yi | -0.231 | -0.314 | -0.441 | -0.642 | -0.968 | -1.5 | -2.274 | -2.964 | -2.721 | | -1.49 | | 0 | | |

φ(x) = a + bx

Вычисляем суммы: sx = -22, sxx = 61.6, sy = -13.545, sxy = 27.527

φ(x) =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | -4 | -3.6 | -3.2 | -2.8 | -2.4 | -2 | -1.6 | -1.2 | -0.8 | -0.4 | 0 |
| yi | -0.231 | -0.314 | -0.441 | -0.642 | -0.968 | -1.5 | -2.274 | -2.964 | -2.721 | -1.49 | 0 |
| φ(xi) | -1.083 | -1.093 | -1.102 | -1.112 | -1.122 | -1.132 | -1.142 | -1.152 | -1.162 | -1.172 | -1.182 |
| (φ (xi)- yi)^2 | 0.726 | 0.606 | 0.438 | 0.222 | 0.024 | 0.135 | 1.281 | 3.282 | 2.432 | 0.101 | 1.397 |

σ = = **0.9836**

Квадратичная аппроксимация:

y =

n = 11

x [-4; 0]

h = 0.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | -4 | -3.6 | -3.2 | -2.8 | -2.4 | -2 | -1.6 | -1.2 | -0.8 | -0.4 | 0 |
| yi | -0.231 | -0.314 | -0.441 | -0.642 | -0.968 | -1.5 | -2.274 | -2.964 | -2.721 | -1.49 | 0 |

φ(x) = a + bx + cx2

Вычисляем суммы:

sx = -22, sxx = 61.6, sxxx = -193.6, sxxxx = 648.52, sy = -13.545, sxy = 20.553, sxxy = -40.954

По методу Крамера:

φ(x)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| xi | -4 | -3.6 | -3.2 | -2.8 | -2.4 | -2 | -1.6 | -1.2 | -0.8 | -0.4 | 0 |
| yi | -0.231 | -0.314 | -0.441 | -0.642 | -0.968 | -1.5 | -2.274 | -2.964 | -2.721 | -1.49 | 0 |
| φ(xi) | 0.462 | -0.260 | -0.854 | -1.321 | -1.660 | -1.872 | -1.956 | -1.913 | -1.742 | -1.444 | -1.018 |
| (φ (xi)- yi)^2 | 0.480 | 0.003 | 0.171 | 0.461 | 0.479 | 0.138 | 0.101 | 1.104 | 0.959 | 0.002 | 1.036 |

σ = = **0.6698**

**0.6698 < 0.9836,** у квадратичной аппроксимации среднеквадратичное отклонение меньше, поэтому это приближение лучше.

Изображение выглядит как График, линия, диаграмма, текст

Контент, сгенерированный ИИ, может содержать ошибки.

# 2. Программная реализация задачи

[**https://github.com/maxbarsukov/itmo/tree/master/4%20вычмат/лабораторные/lab4**](https://github.com/maxbarsukov/itmo/tree/master/4%20вычмат/лабораторные/lab4)



**Результаты выполнения программы при различных исходных данных:**

|  |
| --- |
| Напишите 'f' для ввода из файла, 'e' для задания или 't' для ввода с клавиатуры: e  Вывод в файл 'f' или в терминал 't'? [f/t] t  Выбран вариант вывода в терминал.  ------------------------------  Линейная функция:  \* Функция: f(x) = a + b \* xi  \* Коэффициенты (a, b): [3.2432, -0.7343]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 1.39765  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.30636  \* Мера отклонения: S = 21.48774  \* Коэффициент корреляции Пирсона: r = -0.5534946379164877  ------------------------------  Полиноминальная 2-й степени функция:  \* Функция: f(x) = a + b \* xi + c \* xi \*\* 2  \* Коэффициенты (a, b, c): [2.1252, 1.129, -0.4658]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 1.23293  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.46022  \* Мера отклонения: S = 16.72131  ------------------------------  Полиноминальная 3-й степени функция:  \* Функция: f(x) = a + b \* xi + c \* xi \*\* 2 + d \* xi \*\* 3  \* Коэффициенты (a, b, c, d): [0.4892, 7.6274, -4.7261, 0.71]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 0.60032  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.87203  \* Мера отклонения: S = 3.96422  ------------------------------  Лучшая функция приближения: Полиноминальная 3-й степени  Спасибо за использование программы! |
| Напишите 'f' для ввода из файла, 'e' для задания или 't' для ввода с клавиатуры: t  Введите 'quit', чтобы закончить ввод  1.2 7.4  2.9 9.5  4.1 11.1  5.5 12.9  6.7 14.6  7.8 17.3  9.2 18.2  10.3 20.7  quit  Вывод в файл 'f' или в терминал 't'? [f/t] t  Выбран вариант вывода в терминал.  ------------------------------  Линейная функция:  \* Функция: f(x) = a + b \* xi  \* Коэффициенты (a, b): [5.2911, 1.4543]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 0.41016  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.99086  \* Мера отклонения: S = 1.34585  \* Коэффициент корреляции Пирсона: r = 0.9954179478701582  ------------------------------  Полиноминальная 2-й степени функция:  \* Функция: f(x) = a + b \* xi + c \* xi \*\* 2  \* Коэффициенты (a, b, c): [5.9431, 1.1526, 0.026]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 0.35635  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.99310  \* Мера отклонения: S = 1.01589  ------------------------------  Полиноминальная 3-й степени функция:  \* Функция: f(x) = a + b \* xi + c \* xi \*\* 2 + d \* xi \*\* 3  \* Коэффициенты (a, b, c, d): [6.1779, 0.9548, 0.0669, -0.0024]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 0.35348  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.99321  \* Мера отклонения: S = 0.99959  ------------------------------  Экспоненциальная функция:  \* Функция: f(x) = a \* exp(b \* xi)  \* Коэффициенты (a, b): [6.8396, 0.1111]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 0.58297  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.98153  \* Мера отклонения: S = 2.71887  ------------------------------  Логарифмическая функция:  \* Функция: f(x) = a + b \* log(xi)  \* Коэффициенты (a, b): [4.2959, 6.0086]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 1.52859  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.87301  \* Мера отклонения: S = 18.69276  ------------------------------  Степенная функция:  \* Функция: f(x) = a \* xi \*\* b  \* Коэффициенты (a, b): [6.1287, 0.4799]  \* Среднеквадратичное отклонение: σ = 1.00288  \* Коэффициент детерминации: R^2 = 0.94535  \* Мера отклонения: S = 8.04618  ------------------------------  Лучшая функция приближения: Полиноминальная 3-й степени |

# Вывод

В ходе данной работы была выполнена аппроксимация функций с использованием линейного, квадратичного, кубического, экспоненциального и логарифмического приближений. Также на основе этих методов был реализован Python скрипт, который реализует метод наименьших квадратов и строит графики исходной функции и аппроксимаций.

Исследование позволило определить наилучшее приближение, вычислить среднеквадратические отклонения и коэффициент корреляции Пирсона для линейной зависимости.