

# Spazio di probabilità teoria

Sunday, 2 April 2023

17:46

- 1) Qual è la cardinalità del lancio di una moneta e di un dado a 6 facce

$A$  = Lancio moneta

$B$  = Dado

$$|A| = 2$$

$$|B| = 6$$

$$|A * B| = |A| * |B| = 12$$

- 2)  $|\Omega| = 15$

Con uno spazio di probabilità uniforme

Allora, siccome è uniforme, ogni elemento ha probabilità

$$\frac{1}{|\Omega|} = \frac{1}{15}$$

- Esiste un evento di probabilità

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

E' una bella domanda come sia possibile mettere un razionale

- Nessun evento ha probabilità

$$\frac{1}{5}$$

Perché no? La probabilità che un dado a 15 facce dia un numero  $5 \leq$

- Esiste un evento di probabilità

$$\frac{1}{3}$$

Dado a 15 facce, esce 5 o meno

- Esiste un evento di probabilità

$$\frac{1}{2}$$

Non esiste siccome, non siamo capaci in un insieme di 15 elementi

Di ottenere una probabilità del 50%

Dado a 15 facce,  $\frac{1}{2} =$  esce 7.5 o meno

Solo che non abbiamo la metà

- 3)  $A, B$  con stessa probabilità

$$P(A) = P(B) = \frac{2}{3}$$

- Si può avere  $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

Com'è possibile che abbiamo un valore superiore ad 1?  
Quindi è falso

○  $P(A \cup B) = 1$

$$1 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - P(A \cap B)$$

$$1 = \frac{4}{3} - P(A \cap B)$$

$$1 - \frac{4}{3} = -P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = -\frac{3}{3} + \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

E' possibile???? (Spero)

○ Anagrammi di CIAO diversi dalla parola stessa

Quindi noi vogliamo le combinazioni ordinate univoce

Noi abbiamo 4 valori distinti con 4 ripetizioni

$$k = n = 4$$

$$4! = 24$$

Togliamo la parola stessa, quindi 23

4)  $\alpha$  numero di ripetizione

$\beta$  disposizioni semplici

$\gamma$  combinazioni di  $k$  elementi estratti da un insieme di  $n$

In che ordine abbiamo  $\alpha, \beta, \gamma$

Ripetizioni =  $n^k$

Disposizioni semplici =  $\frac{n!}{(n-k)!}$

Combinazioni =  $\frac{n!}{k!(n-k)!}$

Possiamo notare che

$$\alpha > \beta > \gamma$$

Ed in più dobbiamo aggiungerli = a quanto pare

5)  $0 < P(B) < 1$

$$P(A|B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A|B^c) = \frac{1}{3}$$

$$x := P(A)?$$

Quindi dobbiamo calcolare  $P(A)$

$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c)$$

$$= \frac{1}{3} * P(B) + \frac{1}{3} * P(B^c)$$

$$= \frac{1}{3} (P(B) + P(B^c))$$

$$= \frac{1}{3}(P(B) + P(B^c))$$

E siccome  $P(B) + P(B^c) = 1$

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$6) \quad 0 < P(B) < 1$$

$$P(A|B) = \frac{1}{5}$$

$$P(A|B^c) = \frac{3}{5}$$

$x := P(A)$ ?

Facciamo di nuovo i calcoli di prima

$$P(A) = \frac{1}{5}P(B) + \frac{3}{5}P(B^c) = \frac{1}{5}(P(B) + 3P(B^c))$$

$$= \frac{1}{5}(P(B) + 3(1 - P(B)))$$

$$= \frac{1}{5}(P(B) + 3 - 3P(B))$$

$$= \frac{1}{5}(-2P(B) + 3)$$

Quindi

$$P(A) = 0 < -\frac{2}{5}P(B) + \frac{3}{5} < 1$$

$$= 0 < -\frac{2}{5}P(B) < -\frac{3}{5}$$

$$= 0 > \frac{2}{5}P(B), P(B) > \frac{3}{5}$$

$$0 > P(B), P(B) > \frac{3}{5}$$

Quindi

Vedendo le opzioni, sicuramente ho sbagliato qualcosa

Però direi che è la C siccome abbiamo-

ASPETTA UN ATTIMO PERCHE' ABBIAMO UNO 0 A SINISTRA

Dicevo, sono io coglione, però direi che è abbastanza ovvio che è la C

La soluzione

$$\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

$$7) \quad 0 < P(B) < 1$$

$$P(A|B) = \frac{1}{3}$$

$x := P(A^c|B)$

Eh ma vaffanculo-

Allora, ma siamo sicuri che ho abbastanza dati per rispondere a questo?

Direi che questa domanda è tutta a logica

Il fatto è che, sappiamo che B ed A hanno una parte in comune

Quindi

$$P(A \cap B) \neq \{ \}$$

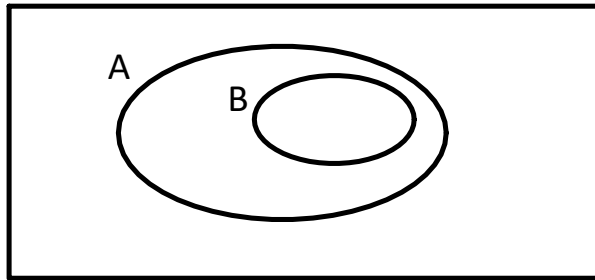
La mia intuizione mi dice di escludere  $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$

Quindi rimaniamo con una opzione che permette l'insieme 0, ed un altro che non l

Io direi che però sia  $x=0$  siccome

Supponiamo B sia un sottoinsieme di A

In questo caso, facendo l'opposto di A non avremo nessun valore in B



Quindi il risultato sarà 0

E NULLA TUTTO IL MIO RAGIONAMENTO IN CUI CI HO IMPIEGATO 1 ORA E' SBAGLIATO  
Vado a commettere suicidio doloroso.

Quindi, deve essere o  $\frac{2}{3}$  oppure  $\frac{1}{3}$ , quindi in realtà ho tutti i valori

OH MIO DIO IO MI UCCIDO VERAMENTE

$$P(A^c|B) = 1 - P(A|B)$$

MA IO MI SPARO SUBITO ORA SI SUBITO MA MADONNA CIOE NON CI VOGLIO CREDERE  
SERIAMENTE HO PERSO 1 ORA DELLA MIA VITA SU STA DOMANDA DEL CAZZO E  
SONO IO CIOE ADFJAFJDSKJNASDJNFASD

8) A, B Indipendenti

$$\text{Quindi } P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

Quanto vale l'unione?

Ehm, questa domanda sembra estremamente semplice

$$P(A \cup B) = P(A) * P(B) - P(A \cap B) = P(A)P(B) - P(A)P(B) = 0$$

E NULLA HO SBAGLIATO ANCHE QUESTA

Forse ho bisogno di una pausa, dopo tutto è da 3 ore che sto facendo esercizi

Però stranamente mi sto divertendo a fare probabilità... Perché vi state allontanando?

Okay ho compreso intanto una falla nel mio ragionamento

Se due eventi sono indipendenti non vuol dire che sono disgiunti

Se due eventi sono indipendenti, non vuol dire che sono disgiunti.

Ed ho anche sbagliato la formula di sopra, lol

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Errori stupidi, però almeno ho assestato concetti che pensavo io sapessi correttamente.

9)  $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$

Non ho la più pallida idea di cosa vuol dire T.C.

Detto questo, noi non sappiamo nulla sui loro valori

a.  $P(A \cap B) = 0$

Supponendo che  $A = B$

Allora la loro intersezione sicuramente non è vuota

b.  $P(A|B) = P(B|A)$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{1}{2} P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)}$$

$$= \frac{1}{2} P(B \cap A)$$

E siccome  $P(A \cap B) = P(B \cap A)$

Allora è vero

10) Quante parole diverse di 5 lettere possiamo formare con le lettere

A O A I C

Nota: la lettera E è ripetuta 2 volte

Potremmo risolverlo così:

-----

tutte le permutazioni delle 5 lettere = 5!

Ora dobbiamo considerare solo le parole diverse tra loro, per farlo dividerlo 2!

Se avessimo avuto 2 lettere uguali

$$5!/(2!*2!)$$

$\pi$