

# Maratona 1

lunedì 5 settembre 2022 14:50

Potrei come non potrei aver passato luglio-agosto a procrastinare, uscire, creare una dipendenza da stupidi videogiochi mmporg e leggere libri non inerenti al mio percorso universitario.. Ops

Beh, siccome non sono dinuovo riuscito a passare analisi, è il momento di farmi una maratona di 15 giorni non-stop tutta analisi.

Se non la passo persino dopo questa io do fuoco ad un asilo nido. /jk

Nota, durante questa maratona non ordinerò per esercizi.

Mattina-Pomeriggio-Sera solo analisi per 15 giorni a partire da ora... ADDIO VITA SOCIALE E VOGLIA DI VIVERE

1)  $\sum \frac{1}{n^{\frac{\alpha+1}{2}} * \ln^2 n}$   
Converge quando?

$$\rightarrow \frac{1}{n^\alpha * \ln^\beta n}$$

$$\alpha > 1 \text{ or } \alpha = 1 \text{ and } \beta = 1$$

Questa è la domanda che mi ha bocciato.

Tecnicamente per la formula che ci hanno dato questa diverge

Però sia wolframalpha e sia la soluzione dicono che converge.

Quindi mi verrebbe da dire che

$$\alpha = 1 \text{ and } \beta \geq 1$$

2)  $f(x) = \begin{cases} a * \sin x - b^2 \rightarrow -2 \leq x \leq 0 \\ 1 - e^x \rightarrow 0 < x \leq 3 \end{cases}$

E' derivabile in  $x = 0$  se

Allora, qui per essere derivabile la funzione deve essere continua e non ci può essere un punto angoloso

Il punto importante è

$$x = 0$$

$$1 - e^x \rightarrow 1 - e^0 = 1 - 1 = 0$$

Il punto di incontro deve essere  $y=0$

Ora, se guardiamo

$$a \sin x - b^2$$

Notiamo che a  $x = 0$   $\sin(0)=0$

Quindi la  $b$  è ciò che ci importa, che deve essere  $= 0$

Quindi, sicuramente  $b=0$  ed abbiamo 2 opzioni

a.  $a = -1, b = 0$

b.  $\forall a \in \mathbb{R}, b = 0$

Il rischio di avere  $\forall a \in \mathbb{R}$  è che possiamo andare a creare un punto angoloso

Punto angoloso = il limite a sinistra ed a destra è diverso

E quindi l'opzione a è quella giusta

3)  $f(x) = \ln x$   
 $g(x) = x^3$   
 $h(x) = 2 - x$

$$(h \circ g \circ f)(x) = h(g(f(x))) = h(\ln x) = 2 - \ln^3 x$$

4) Definire quali sono un intervallo e quali no

a.  $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq 1\}$

Non è un intervallo siccome non è estremamente limitato

B.  $\{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 1| \geq 1\}$

Non è né superiormente limitato né inferiormente limitato

C.  $\{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 1| < 1\}$

Qui il problema è che, si è sia superiormente e inferiormente limitato però

In  $x = 0$  abbiamo un'eccezione:  $|-1| < 1 \rightarrow \text{Falso}$

Quindi non è un intervallo

D.  $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq x^2\}$

Questo è sia sup. inf. Limitato quindi è un intervallo

$$[-1, 1]$$

5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} n^2 * \sin \frac{1}{n + n^2} \sim n^2 * \frac{1}{n + n^2} = n^2 * \frac{1}{n^2 \left( \frac{1}{n} + 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{\infty} + 1} = \frac{1}{0 + 1} = 1$

6) Una primitiva di

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} = \int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$$

$$\frac{d}{dx}(e^{2x}) = 2e^{2x}$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1} = \frac{\ln(e^{2x} + 1)}{2} + c$$

7)  $f(x) = e^{-x^2}$

$x = 0$  ha

$$\frac{d}{dx}(e^{-x^2}) = -2xe^{-x^2} > 0$$

$$e^{-x^2} > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$$-2x > 0 \rightarrow x < 0$$

+++++(0)-----

Quindi ha un punto di massimo

8)  $f(x) = e^{3x-x^3}$

Monotona decrescente se

$$\frac{d}{dx}(e^{3x-x^3}) = 3e^{3x-x^3} - 3x^2e^{3x-x^3}$$

$$e^{3x-x^3}(-3x^2 + 3)$$

$$-3x^2 + 3 > 0$$

$$-3x^2 > -3$$

$$3x^2 < 3$$

$$x^2 < 1$$

$$(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

Dovevano essere parentesi cube ma shh

9)  $f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}$

Dominio:  $\mathbb{R}$

Asintodi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2)e^{-x}$$

$$e^{-x} \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow +\infty, y = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 2)e^{-x} \sim e^{\infty} = \infty$$

Derivata:

$$\frac{d}{dx}((x^2 - 2x)e^{-x}) = (2x - 2)e^{-x} - (x^2 - 2x)e^{-x}$$

$$e^{-x}(-x^2 + 4x - 2)$$

$$e^{-x} > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$$-x^2 + 4x - 2 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{8}}{-2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{-2} = -2 \pm \sqrt{2}$$

$$+++ (2 - \sqrt{2}) -- (2 + \sqrt{2}) +++$$

Massimo relativo - minimo assoluto

Derivata 2:

$$\frac{d}{dx}(-x^2 + 4x - 2)e^{-x} = (-2x + 4)e^{-x} - e^{-x}(-x^2 + 4x - 2)$$

$$e^{-x}(x^2 - 6x + 6)$$

$$x^2 - 6x + 6 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 3 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{Convessità } (k, +\infty) \rightarrow 3 + \sqrt{3}$$

Polinomio mc Laurin di 2 grado

$$f(x_0) + f'(x_0) * x + \frac{f''(x_0)}{2} * x^2$$

$$e^{-x}(-x^2 + 4x - 2) = -2 \rightarrow -2x$$

$$e^{-x}(x^2 - 6x + 6) \rightarrow \frac{6}{2} = 3x^2$$

$$\text{ris: } 3x^2 - 2x$$

Trovare asintoto obliquo di

$$g(x) = f(x) + \sqrt{x^2 - x}, x \rightarrow +\infty$$

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = \frac{e^{-x}(x^2 - 2x) + \sqrt{x^2 - x}}{x} \sim \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x} \sim \frac{x}{x} = 1$$

Spiegazione

$$e^{-x}(x^2 - 2x) \rightarrow e^{-\infty}(x^2 - 2x) = \frac{1}{\infty}(x^2 - 2x) = 0(x^2 - 2x) = 0$$

$$\sqrt{x^2 - x} \sim \sqrt{x^2} = x$$

$$10) f(x) = \frac{1}{x * \ln^2 x}$$

Scrivere primitive

$$\alpha(x) = -\frac{1}{\ln x + c}$$

$$\int \frac{1}{x * \ln^2 x} dx$$

$$dx = \frac{1}{x}$$

$$dt = \ln x * dx$$

$$\int \frac{1}{t^2} = \int t^{-2} = \frac{t^{-1}}{-1} = -\frac{1}{t} = -\frac{1}{\ln x} + c$$

$$\ln x > 0 \rightarrow (1, +\infty)$$

Media integrale

$$\frac{1}{e^3 - e} \int_3^{e^3} \frac{1}{x * \ln^2 x}$$

$$\frac{1}{e^3 - e} * \left[ -\frac{1}{\ln x} \right]_e^{e^3} = \frac{1}{e^3 - 3} * \left( -\frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{2}{3(e^3 - e)}$$

$$11) A = \left\{ \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\} \cup (1, 2]$$

Il nostro intervallo è (0, 2] per via dell'unione

A. A non è inferiormente limitata

Falso

B. 2 è un maggiorante

Direi vero

$$12) f(x) = 3x^2 - 2$$

A. E' superiormente limitata

No va infinito

B. Im(f)=[0, inf) no, f(0)=-2

C. F(-1)=5 no, è 1

D. Im inversa di 1 è -1, 1

Esclusione

$$13) f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$f(n) = n^2 - 3$$

A. F non è inferiormente limitata

No, lo è

B. -1 è un minorante di f

No, -3

C. F è iniettiva

Si lo è siccome iniziamo da N

14) Quali di questi è un intervallo

Ripasso di intervallo:

Due punti dove dentro questi 2 punti ogni valore è dentro l'insieme

A.  $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq x^2\}$

Il nostro intervallo è [-1, 1] e tutti i valori sono dentro

$$15) f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$g(x) = \frac{n+1}{2}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2 + 1) = \frac{x^2 + 2}{2} = \frac{x^2}{2} + 1$$

$$16) f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = x^4 - 1$$

E' biunivoca se

Allora

Sicuramente A deve iniziare da 0 siccome non possiamo avere negativi

Senò non è iniettiva

B deve seguire

$$f(0) = -1$$

$$A = [0, +\infty), B = [-1, +\infty)$$

$$17) f: A \rightarrow B$$

E' una funzione se

E' detta funzione se tutti i valori di a esiste un ed 1 solo valore di b dove

$f(a)=b$

$\forall a \in A, \exists! b \in B : f(a) = b$

18) Sia  $A \subset \mathbb{R}$  sup limitato, quindi

A. A ha un numero infinito di elementi

Negativamente no

B. A è un intervallo

Non sappiamo negativamente

C.  $\forall a \in A \exists b \in A$  con  $b > a$

Allora,

Per ogni valore a di A

Esiste un valore b appartenente ad A con

$b > a$

No, tutti i valori devono essere minori, qui stiamo dicendo che esiste almeno 1

D.  $\exists k \in \mathbb{R}$  tale  $a \leq k, \forall a \in A$

Esiste k appartenente a  $\mathbb{R}$  tale che

Ogni a appartenenti a A

Sono sempre minori o uguali

Ed è vero

19) 
$$f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & -2 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & 1 < x < 2 \end{cases}$$

Disegna e vedrai che ha minimo

20) Funzione inversa di  $f(x) = 2x + x^2$

Prima di tutto noto che

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$y = x^2 + 2x \rightarrow y = x^2 + 2x + 1 - 1$$

$$y = (x+1)^2 - 1$$

$$y+1 = (x+1)^2$$

$$\sqrt{y+1} = x+1$$

$$x = \sqrt{y+1} - 1$$

21)  $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$

$$D = 4 - 4 = 0$$

Okay, questo si fa semplice

$$\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$$

22) 
$$f(x) = \frac{e^{-|x|} + \cos 2x}{2 + \sin^2 x - x^4}$$

Dobbiamo capire se è pari o dispari.. Fuck

Ricordo che se una funzione è pari allora è specchiata rispetto l'asse delle y

Dispari mi sembra rispetto l'origine

Comunque, siccome non ricordo la formula, direi di fare un paio di test

$$x = 1$$

$$\frac{e^{-1} + \cos 2}{2 - 1 + \sin^2 1} = \frac{e^{-1} + \cos 2}{\sin^2 1}$$

$$x = -1$$

$$\frac{e^{-1} + \cos 2}{2 - 1 + \sin^2 1} = \frac{e^{-1} + \cos 2}{\sin^2 1}$$

Sappiamo che a -1 e 1 sono alla stessa altezza

Quindi è pari

23) 
$$f(x) = \begin{cases} e^x & \rightarrow x \leq 0 \\ 1 & \rightarrow x > 0 \end{cases}$$

1. Non è inferiormente limitata

Lo è

2. Ha minimo

No

3. Non ha massimo

Lo ha

4. E' monotona non decrescente = monotona crescente

Si

24)  $a_n = n + (-1)^n n$

1.  $1 - 1 = 0$

2.  $2 + 2 = 4$

3.  $0$

4.  $4 + 4 = 8$

Dispari è sempre 0

Pari continua a crescere ed è multipla di 4

Quindi immagine multipli di 4 e 0

25)  $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n^2 \end{cases}$

1. 2

2. 4

3. 8

4. 16

A. È monotona decrescente... no

B. Ha massimo.. Infinito brr

C. Ha immagine limitata... te pare?

D. Ha minimo.. 2

26)  $f(x) = \ln x$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = 1 - x$$

$$(h \circ g \circ f)(x) = h(g(f(x))) \quad h(\ln x) \quad h(\ln^2 x) = 1 - \ln^2 x$$

27)  $a_n = n^3 - n^2 + 3n \ln n$

$$b_n = 4n^3 - n + 2 \ln n$$

$$a \sim n^3$$

$$b \sim 4n^3$$

$$b \sim 4a_n$$

28)  $a_n = n^2 - \sqrt{n}$

A.  $a_n = o(e^n)$

Beh si

29)  $a_n = \left( \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^3 - 1 \right) \sin \frac{2}{n^2}$

Ma seriamente mi state facendo fare sta merda di limite notevole?

$$\sin \frac{2}{n^2} \sim \frac{2}{n^2}$$

$$\frac{\left( \left( 1 + \left( -\frac{1}{\sqrt{n}} \right)^3 \right) - 1 \right)}{-\frac{1}{\sqrt{n}}} = 3 * \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{n}}} * \frac{2}{n^2} = -\frac{6}{n^2 \sqrt{n}}$$

Mi sento già in burnout, però devo continuare.

30)  $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 e^n - n^2 \sqrt{n}}$

A.  $a_n = o\left(\frac{1}{n^2 e^n}\right)$

B.  $a_n = o\left(\frac{1}{n^2}\right)$

C.  $a_n = o\left(\frac{1}{e^n}\right)$

D.  $a_n = o\left(\frac{1}{4^n}\right)$

$a_n$  deve sempre essere sotto

$$a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 e^n - n^2 \sqrt{n}} = \frac{n^2 - 1}{n^2 (e^n - \sqrt{n})} \sim \frac{1}{e^n - \sqrt{n}}$$

Le regole in questo caso, siccome parliamo di frazioni, sono invertire

Andando a ragionamento

$$\frac{1}{n^2} \gg \frac{1}{e^n - \sqrt{n}}$$

Tutte le altre opzioni sono più piccole

31)  $a_n = e^{-n} = \frac{1}{e^n}$

A.  $a_n = o\left(\frac{1}{n^n}\right)$

B.  $a_n = o\left(\frac{1}{n!}\right)$

C.  $a_n = o\left(\frac{1}{n3^n}\right)$

D.  $a_n = o\left(\frac{1}{n^{1000}}\right)$

Ragionamento inverso come prima

E il più grande è la D

32)  $a_n = \frac{\left(\frac{1}{e\sqrt{n}} - 1\right)^3 \tan \frac{3}{n}}{\frac{1}{n} + e^{-n} - \frac{1}{\sqrt{n}}}$

Mi rifiuto.

33)  $a_n = \frac{3^n - n!}{4^n - n^4}$

A. Non ha limite... nah

B.  $a_n \rightarrow -\infty$

Si siccome

$$\frac{3^n - n!}{4^n - n^4} \sim -n! = -\infty$$

34)  $a_n = \frac{n \ln\left(1 + \left(-\frac{3}{n^3}\right)\right)}{n^2 - n\sqrt{n}}$

Li odio.

$$-\frac{n}{n^2 - n\sqrt{n}} * \frac{3}{n^3} = -\frac{n}{n^5 - n\sqrt{n}} \sim -\frac{4}{n^4}$$

35)  $\sum \frac{1}{(n + n^\alpha) \ln^3 n}$   
 $\beta > 1, \alpha \in \mathbb{R}$

36) S3 di  
 $\sum_{n=1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$   
 $\left(1 - \frac{1}{2}\right)_1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)_2 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)_3$   
 $1 - \frac{1}{4}$

37)  $\sum_{n=2} 5 * \frac{(-1)^n}{3^n}$   
 $5 * \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{3}} - \frac{1}{3} - 1\right) = 5 * \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} - 1\right)$   
 $5 * \left(\frac{9 - 4 - 12}{12}\right) = -\frac{7}{12} * 5$

Eh?

Sono confuso.

Okay non sono più confuso, ho sbagliato un segno

$$5 * \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{3}} + \frac{(-1)^2}{3} - 1\right)$$

$$5 * \left(\frac{9 + 4 - 12}{12}\right) = 5 * \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

38)  $\sum (-1)^n e^{\frac{1}{n^2}}$

A. Non soddisfa le condizioni necessaria di convergenza

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{n^2}} = 0 \rightarrow 1 \neq 0 \rightarrow \text{vero}$$

39)  $\sum (-1)^n \frac{4n + \sqrt{n}}{n^2 \ln^2 n}$

A. Diverge

Ad occhio direi che converge

B. Converge, ma non assolutamente

Ad occhio per me converge assolutamente

C. Converge assolutamente

E' così semplice che l'ho notato subito

40)  $\sum \frac{(n+1)^n}{(2n)^n}$

Ad occhio direi che converge

Ho fatto così tanto serie che ormai riesco a dire ad occhio quale converge

E quale diverge lol

Vomito analisi.

41)  $\sum a_n$

Dove  $a_n$  è positivo ogni  $n$  e  $a_n$  tende a 0, allora

- A. La successione delle somme parziali ha limite 0  
Mmh è difficile che faccia 0
- B. La serie converge  
Puntino
- C. La serie può oscillare  
No.
- D. La serie può convergere oppure divergere a  $+\infty$   
Mmh

Indeciso fra b e d

Il punto è che devo comprendere se diverge a  $+\infty$  oppure no

(questa domanda la lascerei bianca all'esame)

Mi ispira la keyword "può"

Punto sulla D, però all'esame la domanda la lascerei bianca

WOOO FORTISSIMO L'HO INDOVINATA

42)  $\sum_{n=1} a_n = 5, \sum_{n=3} a_n = ?$   
Deve essere per forza  
 $5 - a_1 - a_2$

43)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} x e^{\frac{1}{x^2-1}} = -1 \cdot e^{\frac{1}{1-1}} = -e^{\frac{1}{0^+}} = -e^{\infty} = -\infty$

C'è un evento che mi piace l'8, ed è appena uscito-

Beh, mi sa che durante l'evento farò analisi.

Sono in modalità super focus, questo esame cazzo se lo devo passare.

Ormai è una questione di onore, e quando qualcosa tocca il mio onore io continuo fino alla fine

Dovesse costarmi tutto.

44)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \rightarrow x \leq 2 \\ e^x & \rightarrow x > 0 \end{cases}$   
 $x=2$   
 $2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$   
 $e^2$

Discontinuità di prima specie

45)  $f(x) = 3 - x^2 + x^3: [-1, 2] \rightarrow R$

- A. Ha minimo in  $x=2$

Mmh qui farei la derivata

$$\frac{d}{dx} = 3x^2 - 2x$$

$$x(3x - 2)$$

$$x > 0$$

$$3x > 2 \rightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$+++ + (0) ---- - \left(\frac{2}{3}\right) +++ +$$

Non ha minimo in 2

- B. F assume 2 in  $(-1, 2)$

No, assume 1

- C. Ha massimo in  $x=-1$

No siccome sale

- D. Non assume mai il valore 2

Allora

$$f(-1) = 1$$

$$f(0) = 3$$

Quindi assume 2 qui  
 Mmh c'è qualcosa che non quadra.  
 Per me c'è un errore qui da parte dei prof  
 Dicono che è la B, però cioè no-

$$46) \lim_{x \rightarrow 1^-} \ln \left( \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{1}{x-1} \right) \sim \ln \left( \arctan \frac{1}{x-1} \right)$$

$$\ln \left( \arctan \frac{1}{1^- - 1} \right) = \ln \left( \arctan \left( \frac{1}{0^-} \right) \right) = \ln(-\infty) = -\infty$$

$$47) f(x) = \sqrt{x^2 - 1} - x$$

Asintoto

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \sim x - x = 0$$

$$x \rightarrow \infty, y = 0$$

$$48) f(x) = \begin{cases} ax + 2 \rightarrow x \leq -1 \\ \ln(x^2 + x + 1) \rightarrow x > 0 - 1 \end{cases}$$

Continua se

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \ln(1 - 1 + 1) = \ln(1) = 0$$

$$-a + 2 = 0$$

$$a = 2$$

$$49) f(x) = x + e^{\frac{1}{x}} - \ln x$$

Suppongo abbia asintoto obliquo

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + e^{\frac{1}{x}} - \ln x}{x} \sim \frac{x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - mx = x + e^{\frac{1}{x}} - \ln x - x = +e^{\frac{1}{x}} - \ln x = \infty$$

MMMHH

Non ha asintoto obliquo~

$$50) f(x) = \begin{cases} 2x + 3 \rightarrow -2 \leq x < 0 \\ 2x + 2 \rightarrow 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Qui ci chiede se è massimo o minimo, oky  
 Qui fate il disegno ed è fatta  
 E capite che è minimo relativo

$$51) f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2$$

Qui ci chiede minimo e massimo

$$\frac{d}{dx} = 4x^3 + 6x^2 - 4x$$

$$x(4x^2 + 6x - 4)$$

$$x_{12} = \frac{-4 \pm 10}{8} = -2, \frac{1}{2}$$

+++ +(-2) ---- -(\frac{1}{2}) +++ +

----- -(0) ++++++++ +

----- -(-2) + (0) - -(\frac{1}{2}) ++ +

Punti minimo: -2, 1/2

Okay, ho fatto sessione, ed ora è il momento di grindare analisi.  
 E' mezzanotte e mo rimango sveglio fino a che non finisco tutti i quiz (salvatemi)  
[\[MV\] ロールプレイングゲーム / そらまふうらさか【オリジナル曲】](#)

$$52) f(x) = \ln^2 x - \ln \ln x$$

Crescente se e solo se

$$\frac{x}{2 \ln^2 x - 1} - \frac{1}{x \ln x}$$

$$\frac{x \ln x}{2 \ln^2 x - 1}$$

$$2 * \ln^2 x - 1 > 0$$

$$\ln^2 x > \frac{1}{2}$$

$$\ln x > \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x > e^{\pm \frac{1}{\sqrt{2}}}$$



$$x > e^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

- 53) Retta tangente  
 $f(x) = x^2 - \ln x$   
 $x = 1$   
 $f(x) = 1$   
 $\frac{d}{dx} = 2x - \frac{1}{x}$   
 $m = 2 - 1 = 1$   
 $y = x$

- 54)  $f(x) = \begin{cases} x - e^x \rightarrow x \leq 0 \\ x^3 + x \rightarrow x > 0 \end{cases}$   
 Non posso disegnare, uffa  
 $\frac{d}{dx} = 1 - e^x$   
 $-e^x > -1 \rightarrow e^x < 1 \rightarrow x < \ln(1) \rightarrow x < 0$   
 Quindi continua a crescere  
 La seconda ad occhio so che cresce sempre  
 ++++(0)++++  
 Quindi non è nulla

- 55)  $f(x) = \begin{cases} a \sin x + b \rightarrow -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - 2^x \rightarrow 0 < x \leq 2 \end{cases}$   
 $f(0^+) = 1 - 2^0 = 0$   
 Dobbiamo guardare quando è derivabile.. Okay

Inanzitutto notiamo che  $\sin(0)=0$ , quindi controlliamo b per la continuità  
 E b deve essere per forza = 0

Quindi ora abbiamo 2 opzioni per a

$$a = -\ln 2$$

$\forall a \in \mathbb{R}$

Il problema qua è che rischiamo di fare un punto angoloso con la seconda opzioni

Quindi si va con la prima

$$a = -\ln 2, b = 0$$

- 56)  $f(x) = x^3 - 3kx^2 + 3x + 1$   
 E' monotona su R se e solo se  
 Uuuu quest'esercizio ce lo vedrei in esame  
 Ci sono 2 metodi che mi vengono in mente per risolverlo  
 1. Provare tutti i tentativi  
 2. Andare a ragionamento  
 Se siete in esame, andate per la seconda.  
 Sostituite, fate derivata e boom  
 Io provo a cercare il ragionamento

$$\frac{d}{dx} = 3x^2 - 6kx + 3$$

Qui il delta DEVE uscire negativo

$$D = b^2 - 4ac = (-6k)^2 - 36 < 0$$

$$(-6k)^2 < 36$$

$$-6k < \pm 6$$

$$-k < \pm 1$$

$$k > \pm 1$$

$$[-1, 1]$$

(Dobbiamo prendere il negativo)

- 57) Quali funzioni soddisfano la grande in  $[0, 2]$   
 -> Continua  
 -> Derivabile  
 A.  $|x - 1| + x^2$   
 Già questo notiamo che non è derivabile siccome c'è  
 Un punto angoloso in  $x = 1$   
 B.  $e^{|3x-1|}$   
 Nope again, come prima solo 1/3  
 C.  $\sqrt[3]{x} - |x - 3|$   
 Questo ad occhio direi che è giusto siccome  
 Possiamo ignorare  $\sqrt[3]{x}$   
 Siccome sappiamo essere continua e derivabile  
 Quindi guardiamo solamente  $|x-3|$   
 E questa, siccome  $[0, 2]$  è sia continua e derivabile

58)  $f(1) = 1$   
 $f'(1) = 2$   
 $g(x) = e^{f(x)}$   
 $g'(1) = ?$   
 ~~$g'(x) = g'(1) \cdot f'(1) = 2e$~~

59) Se il polinomio di Taylor del secondo ordine vale  
 $f(x) = 1 + x + e^{-x} + 3x^4 + 5x^7$   
 Allora  $P(1)$   
 Non ho capito la domanda-

60)  $f(x) = x^3 \ln(3 + x^2)$   
 $f''(1) = ?$   

$$f'(x) = 3x^2 \ln(3 + x^2) + \frac{2x^4}{3 + x^2}$$

$$f''(x) = 6x \ln(3 + x^2) + 3x^2 \cdot \frac{2x}{3 + x^2} + \frac{8x^3 \cdot (3 + x^2) - 2x^4 \cdot 2x}{(3 + x^2)^2}$$

$$f''(1) = 6 \ln(4) + \frac{6}{3} + \frac{5}{4} = 6 \ln(4) + \frac{35}{12}$$

Okay, ho fatto qualche errore di calcolo sicuramente  
 Controllate le derivate, e sembrano tutte giuste  
 Quindi shalla

61)  $f(x) = 9 \cdot \sqrt[3]{9x} - x^3$   
 Uno dei punti che verificano la tesi del teorema di Lagrange su  $[0, 3]$  è  
 Ma come cazzo si fa-  

$$9 \cdot \sqrt[3]{9x} = 9 \cdot (9x)^{\frac{1}{3}} = 9 \cdot 9^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = 9 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}-1} = 9 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = 3 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f(0) = 3 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \frac{1}{0}$$

Okay non ho idea come risolverlo, e sono le 2 di notte siccome mi sono distratto

62) No okay che minchia sto leggendo, alle 2:30 di notte ho allucinazioni?

63)  $f(x) = 2x^2 + k \ln x$   
 Convessa per  

$$f'(x) = 4x + \frac{k}{x}$$

$$f''(x) = 4 - \frac{k}{x^2}$$

$$-\frac{k}{x^2} > -4$$

$$\frac{k}{x^2} < 4$$

$$k < 4x^2$$

Qui dobbiamo trovare un valore per cui è vero  
 $k = 2 \rightarrow No$   
 $k = 1 \rightarrow No$   
 $k = -1 \rightarrow Si$

64) McLaurin del secondo ordine di  
 $f(x) = \ln(\cos x)$   

$$f'(x) = \frac{-\sin x}{\cos x}$$

$$f''(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{\cos x \cdot \cos x}$$

$$= -\frac{1}{1} = -\cos x$$

$$\rightarrow -\frac{x^2}{2}$$

65)  $f(x) = \ln(1 + 4x^2)$   

$$f'(x) = \frac{8x}{1 + 4x^2}$$

$$f''(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(1 + 4x^2)^2} = \frac{8 \cdot (1 + 4x^2) - 8x \cdot 8x}{(1 + 4x^2)^2}$$

$$= \frac{-32x^2 + 8}{(1 + 4x^2)^2}$$

$$4x^2 + 1 > 0 \rightarrow no$$

$$-32x^2 + 8 > 0 \rightarrow -32x^2 > -8 \rightarrow 32x^2 < 8 \rightarrow x^2 < \frac{1}{4} \rightarrow x < \pm \frac{1}{2}$$

$$+++ + \left(-\frac{1}{2}\right) --- - \left(+\frac{1}{2}\right) ++ +$$


---


$$---- - \left(-\frac{1}{2}\right) +++ + \left(+\frac{1}{2}\right) ---$$

- 66) Se una funzione è convessa  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  allora
- A. E' crescente  
No, una funzione convessa prima scende e poi sale
  - B. Non ha massimi relativi  
La lascio per dopo
  - C. Ha minimo assoluto  
Non per forza, basta immaginare  $\ln(x)$
  - D. E' decrescente  
No, prima scende e poi sale

Ad esclusione si va per B

OH MIO DIO ULTIME 8 DOMANDE E POI POSSO ANDARE A DORMIRE

67) 
$$\int_0^2 \frac{8+x^2}{4+x^2} = \frac{x^2+4+4}{x^2+4} = \frac{x^2+4}{x^2+4} + \frac{4}{x^2+4}$$

$$x + \int \frac{4}{x^2+4}$$

$$x + 4 \int \frac{1}{x^2+4}$$

Ricordo che è una formula, però sono le 3 di notte.

68) 
$$2 \int_0^x e^{2t-3} dt + e^{-3} = 1$$

Cosa c'è scritto?

- 69) Nice  
70) Ayo cosa sono ste cose  
71)  $f(x) = xe^x$

Media integrale  $[1, 0]$

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)$$

$$\int xe^x$$

$$x \rightarrow 1$$

$$e^x \rightarrow e^x$$

$$xe^x - e^x$$

$$[xe^x - e^x]_1^1 = (e - e) - \left(-\frac{1}{e} - \frac{1}{e}\right) = \frac{2}{e}$$

$$\frac{1}{2} * \frac{2}{e} = \frac{1}{e} = e^{-1}$$

72) 
$$f(x) = \begin{cases} 2x & \rightarrow x < 0 \\ 3x^2 & \rightarrow x \geq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-1}^0 2x = 2 \int x = x^2 = -1$$

$$\int_0^2 3x^2 = 3 \int x^2 = x^3 = 8$$

$$8 - 1 = 7$$

73) 
$$\int_1^3 \frac{|x-2|}{x}$$

$$\int_1^2 \frac{x-2}{x} = \frac{x}{x} - \frac{2}{x} = \int 1 - \int \frac{2}{x} = x - 2 \ln x$$

$$[x - 2 \ln x]_1^2 = (2 - 2 \ln 2) - (1) = -2 \ln 2 + 1$$

$$[x - 2 \ln x]_2^3 = (3 - 2 \ln 3) - (2 - 2 \ln 2) = -2 \ln 3 + 2 \ln 2 + 5$$

$$4 \ln 2 - 2 \ln 3 + 5$$

Buh avrò sbagliato qualche calcolo stupido, però la prima parte senza calcoli

Esce giusta

Vado a dormire. Sono le 3 e quasi emmezza.