Studio funzioni

giovedì 9 giugno 2022 17:36

1) Sia $f: R \to R \; con \; f(x) = x^3 - 3x$
   Nell'intervallo $f(x) = x^3 - 3x$, la funzione da -1 a 1 è:
   - Crescente
   - Decrescente
   - Suriettiva
   - Né crescente Né decrescente

   $f'(x) = 3x^2 - 3$
   $f'(x) > 0 \to 3x^2 - 3 > 0 \to x^2 > 1 \to x > \pm 1$
   Quindi sappiamo che da -1 a 1 la funzione decresce

2) Studia dominio di $f(x) = \ln(4 - x^2)$
   $D: -x^2 + 4 > 0 \to -x^2 >$ -4 $\to x^2 < 2 \to x < \pm 2$
   La funzione esiste solo fra (-2, +2)

3) Detta g la funzione inversa di
   $f(x) = x^3 + x + 1$
   Trovare $g'(3)$
   $f'(x) = 3x^2 + 1$
   $x^3 + x + 1 = 3 \to x = 1$
   $$g'(3) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{3 * 1^2 + 1} = \frac{1}{4}$$
   $y = x^3 + x + 1$

4) La funzione è continua se
   $$f(x) = \begin{cases} \sin x^2 + a \to x \le 0 \\ \dfrac{\ln(1+x)}{x + x^3} \to x > 0 \end{cases}$$
   $$\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x + x^3} = \left[\frac{0}{0}\right] = \frac{\frac{1}{1+x}}{3x^2 + 1} = \frac{1}{1+x} * \frac{1}{3x^2+1} = \frac{1}{1} * \frac{1}{1} = 1$$
   $\sin x^2 + a \to \sin 0 + a = 0 \to a = 1$

5) $f(x) = \dfrac{2x^3 + 4x}{2 - x^2} + e^{-\frac{1}{x}}$
   Trova l'asintoto obliquo
   $$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{2x^3 + 4x}{2 - x^2} * \frac{1}{x} + e^{-\frac{1}{x}} * \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 4}{2 - x^2} \sim \frac{2x^2}{-x^2} = -2$$
   $$q = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x^3 + 4x}{2 - x^2} + 2x + e^{-\frac{1}{x}} = \frac{2x^3 + 4x - 2x^3 + 4x}{2 - x^2} + e^{-\frac{1}{x}}$$
   $$= \lim_{x \to +\infty} e^{-\frac{1}{x}} = e^0 = 1$$
   $y = -2x + 1$