

Ripasso

Wednesday, 27 September 2023

11:48

1) F

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 9 & 8 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 1 & -6 & -4 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 10 & -2 & 1 \\ 2 & 11 & -4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 8 & -7 & -6 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 10 & -2 & 1 \\ 2 & 11 & -4 \end{pmatrix}$$

Iniziamo a fare il prodotto

Si deve prendere la prima riga e moltiplicare per la prima colonna

Poi prima riga * 2 colonna e così via anche per la terza

Poi facciamo lo stesso con la seconda riga

$$\begin{pmatrix} 2 * 9 + 3 * 8 + 0 * 0, 2 * 0 + 3 * (-7) + 0 * 0, 2 * 1 + 3 * (-6) + 0 * (-4) \\ -2 * 9 + 5 * 8 + (-1) * (-7), -2(0) + 5(-7) - 1 * 0, -2(1) + 5(-6) - 2(-4) \\ 1 * 9 + 8\left(\frac{1}{2}\right) + 4 * 0, 1 * 0 + \frac{1}{2}(-7) + 4 * 0, 1 * 1 + \frac{1}{2}(-6) + 4(-4) \end{pmatrix}$$

+ (...)

$$\begin{pmatrix} 42 & -21 & -16 \\ 22 & -35 & -28 \\ 13 & -\frac{7}{2} & -18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 10 & -2 & 1 \\ 2 & 11 & -4 \end{pmatrix}$$

La somma è una somma elemento per elemento

$$\begin{pmatrix} 42 - 2 & -21 + 0 & -16 + 0 \\ 22 + 10 & -35 - 2 & -28 + 1 \\ 13 + 2 & -\frac{7}{2} + 11 & -18 - 4 \end{pmatrix}$$

2) T

$$-3 \begin{pmatrix} 2^T \\ \frac{9}{4} \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + (-3 \ 5 \ -8) * \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 10 & -2 & 1 \\ 2 & 11 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow -3 \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & 4 & 1 \end{pmatrix} + (-3 \ 5 \ -8) * (...)$$

Si moltiplica il 3 per tutti i valori dentro ed il risultato è ancora una matrice

/ 6 \

$$\left(-\frac{2}{9} - 12 - 3\right) + (-3 \ 5 \ -8)(\dots)$$

Questo è la stessa cosa solo che moltiplichiamo riga * colonna
(...)

$$+ (-3(-2) + 5(10) - 8(2), -3 * 0 + 5(-2) - 8(11), 3 * 0 + 5 * 1 - 8 * (-1))$$

$$\left(-\frac{2}{3} - 12 - 3\right) + (40 - 98 \ 13) =$$

Ed ora sommiamo

$$\left(-\frac{2}{3} + 40, -12 - 98, -3 + 13\right)$$

- 3) Lo scalare, aka 1 numero, è una matrice 1 riga 1 colonna
- 4) p^{mn} = matrice con m righe ed n colonne
- 5) Matrice trasposta inverte righe e colonne
- 6) p^{1m} = *vettori righe*
- 7) p^{m1} = *vettori colonne*
- 8) Una trasposta di vettori righe è un vettore colonna
- 9) Le somme tra matrici è definita solo se righe e colonne sono uguali
- 10) Il prodotto è solo definito se righe=colonne
- 11) Il prodotto tra vettore riga e vettore colonna è uno scalare
- 12) Calcolare determinante

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Scelgo randomicamente una riga o colonna della matrice

Prendo la prima riga e lo moltiplico per -1 elevato alla $n^{\text{riga}} + n^{\text{colonna}}$:

$$1 * (-1)^{1+1} * \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} + 2 * (-1)^{1+2} * \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} + 1 * (-1)^{1+3} * \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}$$

Ora dobbiamo fare il determinante della matrice dentro

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = (1)(-1) - (4)(5) = -1 - 20 = -21$$

Si continua così fino alla fine

- 13) Calcolare determinante

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 15 & -1 \end{pmatrix}$$

- 14) Calcolare determinante

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{18} \end{pmatrix}$$

Qui basta moltiplicare la diagonale

$$3 * -3 * \frac{1}{18} = \text{pigrizia}$$

NO

Il complemento algebrico di 3 è

$$(-1)^{\text{riga}+\text{colonna}} * \det \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & \frac{1}{18} \end{pmatrix}$$

La matrice inversa di A è la matrice tale che

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} (A^T)_a$$

Dove $A * A^{-1} = I$

$(\dots)_a$ si calcola sostituendo tutti i valori per il loro cospo algebrico che si fa con la cosa iniziale del determinante

15) Trovare matrice inversa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Ora calcoliamo la cosa algebrica

$$(A^T)_a = \begin{pmatrix} (-1)^{1+1} * \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}, & (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Ed ora

ANDIAMO A PRENDERE LA CIOCCOLATA E IL LATTE!!!! YEEEEEEEE!!!!

16) :-)

Dopo 1 settimana:

17) Trovare massimi e minimi dei seguenti scalari

a. $f(x, y) = -x^2y + xy^2 + y$

$$\Delta f = \left(\frac{\delta f}{\delta x}, \frac{\delta f}{\delta y} \right) = 0 \rightarrow \text{Punti staz:} \begin{pmatrix} \max \\ \min \\ \text{stella} \end{pmatrix}$$

$$\Delta f = (-2yx + y^2 + 0, -x^2 * 2xy + 1) = \vec{0}$$

$$\begin{cases} y^2 - 2yx = 0 \\ 2xy - x^2 + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \{y(y - 2x) = 0\}$$

Abbiamo 2 casi:

$$1) \begin{cases} y = 0 \\ 0 - x^2 + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x^2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Questi sono i nostri 2 punti stazionari

$$2) \begin{cases} y = 2x \end{cases}$$

$$4) \quad \{2x(2x) - x^2 + 1 = 0 \rightarrow$$

Ora troviamo quale punto stazionario è:

$$H^{2 \times 2} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma f}{\sigma x \sigma x} & \frac{\sigma f}{\sigma x \sigma y} \\ \frac{\sigma f}{\sigma y \sigma x} & \frac{\sigma f}{\sigma y \sigma y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y + 0 & -2x + 2y \\ -2x + 2y & 2x \end{pmatrix}$$

Ricordiamo che $\Delta f = \left(\frac{\sigma f}{\sigma x}, \frac{\sigma f}{\sigma y} \right) = (-2yx + y^2 + 0, -x^2 * 2xy + 1)$

Ora possiamo calcolare il $\det(H)$

$$\det(H) = -2y * 2x - (-2x + 2y)(-2x + 2y)$$

Ed ora calcoliamo il determinante nei 2 punti che abbiamo definito punti stazionari

$$\det(1, 0) = 0 - (-2 + 0)(-2 + 0) = -4$$

$$\det(-1, 0) = 0 - (+2 + 0)(+2 + 0) = -4$$

A seconda del segno:

$$\det(x_0, y_0) \rightarrow \begin{cases} > 0 \rightarrow 2 \text{ casi: } \begin{pmatrix} H_{11} > 0 \rightarrow \text{minimo} \\ H_{11} < 0 \rightarrow \text{massimo} \end{pmatrix} \\ < 0 \rightarrow \text{sella} \\ = 0 \rightarrow \text{inefficace} \end{cases}$$

Essendo tutti e due punti di sella non ci sono punti di massimo e minimo