# Studio successioni

giovedì 3 febbraio 2022 17:54

1) L'estremo superiore di
$\frac{1}{n+1} + 2^{1-2n}, n = 1,2,\dots$
$x_0 = \frac{1}{2} + 2^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
$x_1 = \frac{1}{1+2} + 2^{-3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$
Sembra decrescere, speriamo che continua a decrescere
Quindi 1 è l'estremo superiore
2) $a_n \rightarrow monotona\ decrescente$
   - Minimo assoluto -> Potrebbe andare a -∞
   - Massimo assoluto -> vera, non può iniziare da +∞ e quindi, c'è sempre
   - Il limite esiste e vale -∞ → potrebbe convergere
   - Può non avere limite per $n \rightarrow +\infty$ implica che potrebbe esistere, no

3) $\left\{\frac{1}{n}, n\ e\ N\right\} u\ (1,2]$
   - 0 è un minimo -> 0 non lo raggiungiamo
   - 2 è un maggiorante -> si
   - A non è inferiormente limitato -> E' inferiormente limitato
   - 1 è un minorante -> no (?)

4) $a_n = n^3 - n^2 + 3n \ln n$
$b_n = 2 \ln n - n + 4n^3$
$a_n \sim n^3$
$b_n \sim 4n^3$
$\lim_{x \to +\infty} \frac{b_n}{a_n} = 4$
$b_n \sim 4a_n$
5) $f(x) = \left\{\begin{matrix} 2^{-x} \rightarrow -2 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x} \rightarrow 1 < x < 2 \end{matrix}\right\}$
   - E' monotona crescente -> $e^{-x}$ è decrescente
   - Ha immagine $\left(-\frac{1}{2}, 4\right)$ no, fa i calcoli
   - E' monotona decrescente -> Distacco
   - Ha minimo -> Sicuro
6) $f(x) = \left\{\begin{matrix} e^x \rightarrow x \leq 0 \\ 1 \rightarrow x > 0 \end{matrix}\right\}$
   - Non è inferiormente limitata -> lo è
   - Ha minimo -> E' -infinito, quindi no
   - Non ha massimo -> lo ha, 1
   - E' monotona crescente -> Si, continua a crescere
7) $a_n = n + (-1)^n * n$
Possiamo notare che, per via di -1 abbiamo una parte di positivi e una negativi.
$1 + (-1)^1 * 1 \rightarrow 1 - 1 = 0$
$3 - 3 = 0$
$5 - 5 = 0$
Quindi, dispari = 0
$2 + 2 = 4$
$4 + 4 = 8$
$6 + 6 = 12$
$8 + 8 = 16$
E' 0 quando n è negativa
E' un multiplo di 4 quando n è positiva
8) $f(x) = \left\{\begin{matrix} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n^2 \end{matrix}\right\}$
$a_1 = 2$
$a_2 = 2^2 = 4$
$a_3 = 4^2 = 16$
$1_4 = 16^2$
   - E' monotona decrescente -> no
   - Ha massimo -> infinito
   - Ha immagine limitata -> infinito
   - Ha minimo -> si, 2

9) $a_n = n^2 - \sqrt{n}$

$a_n \sim n^2$

- $a_n = o(e^n)$ è l'unico più grande
- $a_n = o(\sqrt{n}) = \mathrm{o}(\mathrm{n}^{\frac{1}{2}})$
- $a_n = o(2^{-n}) = o\left(\frac{1}{2^n}\right)$
- $a_n = o(n^2)$

*10)* $a_n = \left(\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^3 - 1\right) \sin \frac{2}{n^2}$

$\sin \frac{2}{n^2} \sim \frac{2}{n^2}$

$a_n = \left(\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^3 - 1\right) * \frac{2}{n^2}$

-------------------------

$\frac{(1+x)^c - 1}{x} = c$

$\left(1 + \left(-\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^3 - 1\right) * \frac{-\frac{1}{\sqrt{n}}}{-\frac{1}{\sqrt{n}}} = \frac{\left(1 + \left(-\frac{1^3}{\sqrt{n}}\right) - 1\right)}{-\frac{1}{\sqrt{n}}} = 3$

--------------------------

$3 * -\frac{1}{\sqrt{n}} * \frac{2}{n^2} = -\frac{6}{n^2\sqrt{n}}$

11) $a_n = \frac{3^n - n! + (-1)^n}{4^n - n^4} \sim \frac{-n!}{4^n} = -\infty$

*12)* $a_n = \frac{n \ln\left(1 - \frac{3}{n^3}\right)}{n^2 - n\sqrt{n}} = \frac{n \ln\left(1 + \left(-\frac{3}{n^3}\right)\right)}{n^2 - n\sqrt{n}} * \frac{-\frac{3}{n^3}}{-\frac{3}{n^3}} = \frac{n}{n^2 - n\sqrt{n}} * -\frac{3}{n^3} = \frac{1}{n - \sqrt{n}} * -\frac{3}{n^3}$

$\frac{1}{n - \sqrt{n}} \sim \frac{1}{n} * -\frac{3}{n^3} = -\frac{3}{n^4}$