Studio derivate

lunedì 31 gennaio 2022 17:40

1) Studiare $f(x) = x\cos x - x$ sul punto $x_0 = 0$
$f'(x) = \cos x - x\sin x \ - 1$
$f'(0) = 0$
$f''(x) = -\sin x - \sin x - x\cos x$
$f''(0) = 0$
$f'''(x) = -\,2\cos x - \cos x + x\sin x$
$f'''(0) = -3$
-> punto di flesso tangente orizzontale discendente
2) Studiare concavità/convessita di $\frac{\ln x}{x}$
$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} * x^2 - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$
$$f''(x) = \frac{-\frac{1}{x} * x^2 - (1 - \ln x) * 2x}{x^4} = \frac{x(-1 - 2 + 2\ln x)}{x^4}$$
-> *deve essere* $\geq$
$2 * \ln x \geq 3 \rightarrow \ln x \geq \frac{3}{2} \rightarrow x \geq e^{\frac{3}{2}}$
3) $f(x) = x^3 + 4x$
Dire se è concava o convessa nell'inervallo (-1, 1)
$f'(x) = 3x^2 + 4$
$f''(x) = 6x$
$x > 0$
Siccome è in mezzo ai -1 ed 1 è in mezzo a una concava e una convessa
E quindi non è niente.
Siccome il D è $-inf, +\inf$ non è nulla

4) $f(x) = x^2 + 2x + 2$
$\frac{d}{dx}\ln(f(x))\, x = 1$
$f(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$
$$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2} * (2x + 2)$$
$$f'(1) = \frac{1}{1 + 2 + 2} * (2 + 2) = \frac{4}{5}$$

5) Punti flessi di: $f(x) = x^5 + x^3 - 1$
$f'(x) = 5x^4 + 3x^2$
$f''(x) = 20x^3 + 6x$
$x(20x^2 + 6) \geq 0$
$x \geq 0$
$20x^2 + 6 \geq 0$
$x^2 \geq -\frac{6}{20} \rightarrow Vx$
Abbiamo solo x>0, quindi, 1 punto flesso

6) $f(x) = x\ln(x + 1) - x^2, [0, e - 1]$
Risolverlo con il rapporto incrementale
$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(e-1) - f(0)}{e - 1} = \frac{(e - 1) * \ln(e - 1 + 1) - (e - 1)^2}{e - 1} = \ln e - e + 1 = 2 - e$$

7) Studio retta tangente
$y = \frac{\cos x}{1 + x}, x_0 = \pi$
$$y_0 = \frac{\cos \pi}{1 + \pi} = -\frac{1}{1 + \pi}$$
$$f'(x) = \frac{-\sin x * (1 + x) - \cos x}{(1 + x)^2}$$
$$f'(\pi) = \frac{-\sin \pi * (1 + \pi) - \cos \pi}{(1 + \pi)^2}$$
$$= \frac{0 * (1 + \pi) - (-1)}{(1 + \pi)^2} = \frac{1}{(1 + \pi)^2}$$
$$y + \frac{1}{1 + \pi} = \frac{1}{(1 + \pi)^2}(x - \pi)$$
$$y = \frac{x}{(1 + \pi)^2} - \frac{\pi}{(1 + \pi)^2} - \frac{1}{1 + \pi}$$