Esercizi

venerdì 10 giugno 2022 15:23

A: Ma allora, come passerai il tuo compleanno?
Io: Analisi
A: Si, ma avrai del tempo libero il pomeriggio, no?
Io: Analisi.
A: La sera?
Io: Analisi
A: La notte?
Io: Sognerò di fare analisi

1) Data la funzione

$f(x) = xe^{-x^2+x+4}$

$\lim_{x\to-\infty} -\infty e^{-1*(\infty^2)} = -\infty * e^{-\infty} = -\infty * 0 = 0^-$

$\lim_{x\to+\infty} \infty e^{-1*\infty} = 0^+$

$f'(x) = e^{-x^2+x+4} + x * -(2xe^{-x^2+x+4} + e^{-x^2+x+4})$

$= e^{-x^2+x+4} - 2x^2 e^{-x^2+x+4} + xe^{-x^2+x+4}$

$= e^{-x^2+x+4}(-2x^2 + x + 1)$

$-2x^2 + x + 1 > 0$

$2x^2 - x - 1 < 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$x_{12} = \frac{1 \pm 3}{2 * 2} = -\frac{1}{2}, 1$

-----$-\frac{1}{2}$++++1----

Per trovare l'immagine,
Prima di tutto notiamo che fra -infinito e +infinito siamo a 0
Quindi, la nostra immagine deve essere per forza fra:

$Im(f) = \left[f\left(-\frac{1}{2}\right), f(1)\right]$

$f(x) = e^{-x^2+x+4}(-2x^2 + x + 1)$

$f(1) = e^{-1+1+4}(-2 + 1 + 1) = e^4$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = e^{-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+4}\left(-2 * \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1\right) = -\frac{1}{2}e^{\frac{13}{4}}$

$Im(f) = \left[-\frac{1}{2}e^{\frac{13}{4}}, e^4\right]$

2) Data $f(x) = \ln(1 + 2x) - 2\sin x - 6x^3$
Trovare McLaurin di 3 ordine

$x_0 = 0$

$\to f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} * (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3$

$f(x_0) = \ln(1) - 2\sin 0 - 6 * 0^3 = 0$

$f'(x) = 2 * \frac{1}{1 + 2x} - 2\cos x - 18x^2$

$f'(0) = \frac{2}{1} - 2 = 0$

$f''(x) = \frac{-4}{(1 + 2x)^2} + 2\sin(x) - 36x$

$f''(0) = \frac{-4}{1} = -4$

$f''(x) = \frac{+4 * 4(1 + 2x)}{(1 + 2x)^4} + 2\cos x - 36$

$= \frac{16}{(1 + 2x)^3} + 2\cos x - 36$

$f''(0) = 16 + 2 - 36 = -18$

$f_{mc}(0) = 0 + 0 - \frac{4}{2}x^2 - \frac{18}{6}x^3 = -2x^2 - 3x^3$

$\int_0^2 f(x) = \int \ln(1 + 2x) - \int 2\sin x - \int 6x^3$

$\int 2\sin x = -2\cos x$

$\int 6x^3 = \frac{6x^4}{4}$

$\int \ln(1 + 2x)$

$\ln(1 + 2x) \to \frac{2}{1 + 2x}$

$1 \to x$

$\ln(1+2x)\,x-\int\frac{2x}{1+2x}$

$\ln(1+2x)\,x-2\int\frac{x}{1+2x}$

Qui ho fatto una lunga divisione, cioè

$$\begin{array}{ll} & \frac{1}{2} \\ 2x+1| & x \\ & -x+\frac{1}{2} \\ \text{--------------------} & \\ & -\frac{1}{2} \end{array}$$

E il risultato è:

Ciò che c'è sopra + ciò che c'è sotto * 2x+1

$\ln(1+2x)\,x-2\int\frac{1}{2}-\frac{1}{2}*\frac{1}{1+2x}$

$\ln(1+2x)\,x-2\left(\frac{1}{2}\int 1-\frac{1}{2}\int\frac{1}{1+2x}\right)$

$\ln(1+2x)\,x-x+\frac{1}{2}*2\int\frac{2}{1+2x}$

$\ln(1+2x)\,x-x+\ln(1+2x)$

$\left[-2\cos x+\frac{6x^4}{4}+\ln(1+2x)\,x-x+\ln(1+2x)\right]_0^2$

$\left(-2\cos 2+\frac{6*2^4}{2^2}+2\ln(5)-2+\ln(5)\right)+2$

$-2\cos 2+6*2^2-2+3\ln 5$

3) Il criterio del rapporto dice:

$\lim_{x\to+\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}\to\begin{Bmatrix} l<1\to converge \\ l>1\to diverge\end{Bmatrix}$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{2((n+1))}{((n+1)+4)}*\frac{(n+4)!}{(2n)!}=\frac{2(n+1)(2n)!}{((n+1)+4)(n+4)!}*\frac{(n+4)!}{(2n)!}$

$=\frac{2(n+1)}{((n+1)+4)}=\frac{2n+2}{n+3}\sim\frac{2n}{n}=2\to diverge=+\infty$