Esercizi

sabato 11 giugno 2022 15:59

1) Studiare

$\sum \left(n^{\frac{1}{n}} - 1\right)^n$

Utilizzo metodo della radice

$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{f(x)} = \begin{matrix} l < 1 \to converge \\ l > 1 \to diverge \end{matrix}$

$\lim_{x\to+\infty} \sqrt[n]{\left(n^{\frac{1}{n}} - 1\right)^n} \sim n^{\frac{1}{n}} - 1 = \infty^0 - 1 = 1 - 1 = 0$

La serie converge

2) $f(x) = \ln x - \ln^2 x$

D: x > 0

$\lim_{x\to0^+} f(x) = \ln x - \ln^2 x = \ln x\,(1 - \ln x) = -\infty * -(-\infty) = - * + = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \infty * -\infty = -\infty$

Asintoti verticali:

$x \to 0^+ \to x = 0$

$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{2\ln x}{x}$

$\frac{1}{x} - \frac{2\ln x}{x} \geq 0$

$1 - 2\ln x \geq 0$

$-2\ln x \geq$ -1

$\ln x \leq \frac{1}{2}$

$x \leq e^{\frac{1}{2}}$

+++++-------

Monotona crescente - Monotona decrescente

(Se fosse stato monotona strettamente crescente, non mettere =)

Quindi, massimo assoluto

$f''(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{\frac{1}{x} * x^2 - 4x\ln x}{x^2} = \frac{x - 4x\ln x}{x} = 1 - 4\ln x$

$1 - 4\ln x > 0$

$-4\ln x >$ -1

$\ln x < \frac{1}{4}$

$x < e^{\frac{1}{4}}$

Tangente flesso:

$f'\left(e^{\frac{1}{4}}\right) = \frac{1}{e^{\frac{1}{4}}} - \frac{2\ln x}{e^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{e}} - \frac{2 * \frac{1}{4}}{\sqrt[4]{e}} = \frac{1}{2}$

$y_0 = f\left(e^{\frac{1}{4}}\right) = \frac{3}{16}$

$y + \frac{3}{16} = \frac{1}{2}\left(x - e^{\frac{1}{4}}\right)$

(Qualche errore di calcolo che non ho voglia di cercare)

3) Primitive

$\int x \sin x$

$x \to 1$

$\sin x \to -\cos x$

$-x\cos x - \int -\cos x$

$-x\cos x + \sin x + c$

$\alpha(\pi) = 2\beta(0)$

$-\pi\cos\pi + \sin\pi + c = 2\sin 0 + 2c$

$\pi + c = 2c$

$c = \pi$

$[-x \cos x + \sin x]_0^{\pi} = \pi$

4) $\sum \cos \pi n * \sin \frac{1}{n}$

$\cos \pi * n = (-1)^n$
Ragionamento:
$\cos(0) - \cos(\pi) - \cos(2\pi)$
$1 \qquad -1 \qquad 1$
$\sum (-1)^n * \sin \frac{1}{n}$
Si una libenitz

$\frac{1}{n}$ è strettamente decrescente

- $\sin \frac{1}{n} > 0 \to vero$
- $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{n} = 0 \to vero$
- $\frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} \to n + 1 > n \to vero$
  Allora la serie converge

Invece la serie
$\sum \sin \frac{1}{n} \sim \frac{1}{n} \to diverge$