Induzione

martedì 11 gennaio 2022 18:17

1) $Z(2k-1) = n^2$ -> Somma dei primi N numeri dispari
   - Passo base, $1^2 = 1$
   - Caso passo, $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$
   - Dimostrazione
     $n^2 + (2(n+1) - 1) = n^2 + 2n + 2 - 1$
     $= n^2 + 2n + 1$

2) $Zk^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
   - Caso base
     $\dfrac{1(1+1)(2*1+1)}{6} = \dfrac{1*2*3}{6} = 1$
   - Caso Passo
     $\dfrac{(n+1)\big((n+1)+1\big)(2(n+1)+1)}{6} = (n+1)(2n^2 + 7n + 6)$
   - Dimostrazione
     $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1) + 6(n+1)^2}{6}$
     (dopo tanti passaggi arriverà al caso passo)

3) $Zk^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4} \rightarrow somma\ primi\ n\ cubi$
   - *Caso base* ->$1^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4} = \frac{4}{4}$
   - *Caso passo* ->$\frac{(n+1)^2\left((n+1)+1\right)^2}{4}$
   - *Dimostrazione*
     $\dfrac{n^2(n+1)^2}{4} + (n+1)^3 \rightarrow esce, fidatevi\ lol$

4) $(1+x)^n \geq 1 + nx$
   - *Caso base* $(1+x)^1 \geq 1 + 1 * x$
   - *Caso passo* $(1+x)^{n+1} \geq 1 + (n+1)x = 1 + x + nx$
   - *Dimostrazione*
     $(1+x)^n * (1+x) \geq (1+nx)(1+x)$
     $\rightarrow (1+nx)(1+x) \geq 1 + (n+1)x$
     $nx^2 + nx + x + 1 \geq (n+1)x + 1$
     $nx^2 + (n+1)x + 1 \geq (n+1)x + 1$
     -> Vero, e siccome
     $(1+x)^{n+1} \geq (1+nx)(1+x) \geq (n+1)x + 1$

5) $n! \geq 2^{n+1}$
   - *Caso base* $1! \geq 2^{1-1} \rightarrow vero$
   - *Caso passo* $(n+1)! \geq 2^{n+1-1} \rightarrow n! * (n+1) \geq 2^n$
   - *Dimostrazione*
     $n! \geq 2^{n+1} \rightarrow n! * (n+1) \geq 2^{n+1} * (n+1)$

$n! * (n+1) \geq 2^{n+1} * (n+1) \geq 2^{n}$ *(caso passo)*
-> Vero

6) $(n+1)^2 \geq 2n+2, n > 0$
   - *Caso base* $4 \geq 4$
   - *Caso passo* $\left((n+1)+1\right)^2 \geq 2(n+1)+2$
     $(n+2)^2 \geq 2n+4 \rightarrow 2(n+2)$
   - *Dimostrazione*
   - $(n+2)^2 \geq 2n+4$
     $n^2+4n+4 \geq 2n+4$
     $n^2+4n+4-2n-4 \geq 0$
     $n^2+2n \geq 0$
     $n(n+2) \geq 0 \rightarrow$ *Sempre vero*