# Multi For

lunedì 28 marzo 2022 14:38

```
Void t(n):
        R = 0                                C
        For i = 1 to n - 1:                  *1*
                For j = i + 1 to n:          *2*
                        For k = 1 to j:      *3*
                                R++;
        Return R;
```

*1*

Questo è un semplice for, però facciamo un giro lungo che poi ci servirà per capire dopo.
Scriviamolo sotto forma di sommatoria:
i parte a 1, e iteriamo per n-1 volte, e sommiamo 1

$$\sum_{i=1}^{n-1} 1$$

E questo si capisce che diventa n-1
C*(n-1)

*2*

Noi qui dobbiamo considerare il for di prima. Scriviamo il for di prima

$$\sum_{i=1}^{n-1} i$$

Ora, vogliamo sostituire i con il numero di volte che la nostra sommatoria verrà ripetuta.
Per approssimazione, noi sappiamo che verrà ripetuta n-i volte quindi,

$$C * \sum_{i=1}^{n-1} n - i$$

*3*

Qui noi abbiamo da considerare i 2 for di prima, scriviamoli tutti e due

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} j$$

Ora, aggiungiamo la C.
Abbiamo C che moltiplica fuori il for, e una C per r++ quindi, 2C

$$2C * \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} j$$

$$T_t(n) = 2c + c(n-1) + C * \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) + 2c * \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} j$$

$$\approx 2c + cn + \cdots$$

Dobbiamo trasformare tutte le sommatorie ora.
La prima proviamo ad estenderla:

$(n-1) + (n-2) + \cdots + n(-(n-1)) + 1 + \cdots + (n-2) + (n-1)$

Proviamo a dare n = 5
(5-1)+(5-2)+(5-3)+(5-4) = 10
Ci possiamo convincere che qui è lo stesso di dire
1+2+3+4 = 10
Quindi,

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1)(n)}{2} \approx \frac{n^2}{2}$$

Ora, l'altra sommatoria

$$\sum_{i=1}^{n-1} \left( \sum_{j=1}^{n} j - \sum_{j=1}^{i} j \right)$$

\-> $\dfrac{n(n-1)}{2} - \dfrac{i(i+1)}{2}$

$$2c * \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-1}(n^2 - n - i^2 - i)$$

$$= (n-1)n^2 - n(n-1) + \sum_{i=1}^{n-1} -i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} i$$

$$\approx n^3 - n^2 - \sum_{i=1}^{n-1} i^2 - \sum_{i=1}^{n-1} i$$

$$= n^3 - n^2 - \frac{(n-1)(n)(2(n-1)+1)}{6} - \frac{(n-1)(n)}{2}$$

*Uniamo tutto*

$$\approx 2c + 2n + \frac{n^2}{2} + cn^3 - cn^2 - \frac{cn^3}{6} - cn^2 \approx 2c + cn - \frac{2cn^2}{2} + \frac{5cn^3}{6} \approx n^3$$

$$= \theta(n^3)$$