Studio funzioni

venerdì 4 febbraio 2022 11:58

8) La funzione
$\sin x^2 + a, \qquad x \le 0$
$\dfrac{\ln(1+x)}{2x} + \dfrac{3}{2}, x > 0$
Quando è continua
D'helopital:
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{2x} + \frac{3}{2} = \frac{\frac{1}{1+x}}{2} = \frac{1}{1+x} * \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{1} * \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$
$\sin 0 + a = 2 \to a = 2$
Limite notevole:
$\dfrac{\ln(1+x)}{2x} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}$
$\to \dfrac{\ln(1+x)}{x}$

9) $-|x+3| \to -6 < x < -1$
$-2x^3 \qquad \to -1 \le x < 1$
-> Disegnalo
- Non è limitato -> non ha +-∞
- Ha minimo-> Il minimo non è incluso
- Ha un punto di massimo -> Ne ha 2, no
- Ha come immagine un intervallo

10) $f(x) = \ln x - \ln^2 x$
$D = (0, \infty)$
$\ln x\,(1 - \ln x)$
$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty * +\infty = -\infty$
$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \infty * -\infty = -\infty$
Asintodi verticali:
$x \to 0^+, x = 0$
Estremanti (minimo massimi):
$f'(x) = \dfrac{1}{x} - 2\ln x * \dfrac{1}{x}$
$\dfrac{1}{x} - \dfrac{2\ln x}{x} > 0$
$1 - 2\ln x > 0$
$-\ln x > \dfrac{1}{2}$
$x < e^{\frac{1}{2}}$
$x > 0 \ \to denominatore$
$0 < x < e^{\frac{1}{2}}$
Monotona crescente:
$0 < x < e^{\frac{1}{2}}$
Flessi:
$x^{-1} + \dfrac{-2\ln x}{x}$
$$f''(x) = -x^{-2} + \frac{-\frac{2}{x} * x + 2\ln x}{x^2} = \frac{-3 + 2\ln x}{x^2}$$
$x^2 > 0 \to sempre$
$-3 + 2\ln x > 0$
$2\ln x > 3$
$\ln x > \dfrac{3}{2}$
$x > e^{\frac{3}{2}}$

Tangente di flesso
$x_0 = e^{\frac{3}{2}}$
$y_0 = f(x_0) = \ln e^{\frac{3}{2}} - \ln^2 e^{\frac{3}{2}}$

$y_0 = \frac{3}{2} - \ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{3}{2} - \frac{9}{4} = \frac{6}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{3}{4}$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$m = f'(x_0) = \frac{1}{x} - \frac{2\ln x}{x} = \frac{1}{e^{\frac{3}{2}}} - \frac{2\ln e^{\frac{3}{2}}}{e^{\frac{3}{2}}} = \frac{-3+1}{e^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2}{e^{\frac{3}{2}}}$

$y + \frac{3}{4} = -\frac{2}{e^{\frac{3}{2}}}\left(x - e^{\frac{3}{2}}\right)$

$y = -\frac{2}{e^{\frac{3}{2}}}x + \frac{2}{e^{\frac{3}{2}}} * e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{4}$

$y = -\frac{2}{e^{\frac{3}{2}}} + \frac{8}{4} - \frac{3}{4}$

$y = -\frac{2}{e^{\frac{3}{2}}}x + \frac{5}{4}$

11) Studio limiti:

$e^{-\frac{1}{2x-1}} * (\log x)^{\frac{2}{3}}$

D:

$2x - 1 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{1}{2}$

$x > 0$

$x > 0 \; v \; x \neq \frac{1}{2}$

Limiti

$\lim_{x\to 0^+} f(x) \rightarrow e * \log^{\frac{2}{3}} x \sim \log^2 x = +\infty$

$\lim_{x\to \frac{1}{2}^-} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to \frac{1}{2}^+} f(x) = 0^+$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) \sim \log^2 x \rightarrow \infty$

12) Studio funzione

$\log\left((2 - x^2)(1 + x)\right)$

D:

$(2 - x^2) > 0 \rightarrow x^2 > 2 \rightarrow x^2 < 2 \rightarrow x < \pm\sqrt{2} \rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$

$(1 + x) > 0 \rightarrow x >$ -1

Uniamo:

$x < -\sqrt{2}$ v $-1 < x < \sqrt{2}$

Limiti

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \log(-x^2 * x) = \log -x^3 = +\infty$

$\lim_{x\to -\sqrt{2}^-} f(x) \sim \log(2 - 2^-) = \log 0^- = -\infty$

$\lim_{x\to -1^+} f(x) \sim \log(1 - 1^+) = \log 0^+ = -\infty$

$\lim_{x\to \sqrt{2}^-} f(x) \sim \log(2 - 2^-) = \log 0^- = -\infty$

Massimi:

$f'(x) = \frac{-2x * (1 + x) + (2 - x^2)}{(2 - x^2)(1 + x)} = \frac{-2x - 2x^2 + 2 - x^2}{(2 - x^2)(1 + x)} = \frac{-3x^2 - 2x + 2}{(2 - x^2)(2 + x)} \geq 0$

Denominatore:

$x < -\sqrt{2}$ v $-1 < x$

Numeratore:

$-3x^2 - 2x + 2$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 * 3 * 2}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 24}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$

$\frac{1 - \sqrt{7}}{3} < x < \frac{1 + \sqrt{7}}{3}$

$f'(x) \geq 0 \rightarrow -1 < x \leq \frac{1 + \sqrt{7}}{3}$

Punto minimo relativo: -1

Punto massimo relativo: $\frac{1+\sqrt{7}}{3}$

Concavità:

$f''(x) =$col cavolo che faccio la derivata seconda di sta merda

Ho perso la soluzione, se la trovo la metto

13) Scomporre

$\frac{1 + 3x}{(x + 1) * (x - 2)} = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x - 2} = \frac{A(x - 2) + B(x + 1)}{(x + 1)(x - 2)}$

$$\frac{Ax - 2A + BX + B}{(x+1)(x-2)} = \frac{x(A+B) - 2A + B}{(x+1)(x-2)}$$

Sistema

$A + B = 3$ $\rightarrow$ coefficiente X

$-2A + B = 1$

Sistema

$A = 3 - B$

$-2(3 - B) + B = 1 \rightarrow -6 + 3B = 1 \rightarrow 3B = 7 \rightarrow B = \frac{7}{3}$

$A = 3 - \frac{7}{3} \rightarrow \frac{9-7}{3} = \frac{2}{3}$

$$\frac{\frac{2}{3}}{x+1} + \frac{\frac{7}{3}}{x-2}$$

14) $3x^2 - 2$

- f è superiormente limitata->Abbiamo infinito
- L'immagine inversa di 1 è {-1, 1}->Esclusione
- $\mathrm{Im(f)} = [0, +\infty)$ $\rightarrow$abbiamo i negativi
- f(-1)=5 -> no