Maratona 4

giovedì 15 settembre 2022 09:21

Okay, in questi giorni mi sono esercitato su carta siccome, ehy l'esame sarà su carta!
Ora è il momento però di ricominciare qui su onenote.
Oggi punto a fare almeno 200 esercizi, mi sento abbastanza sicuro di riuscirne a fare 200
Ora mi faccio dalle 9 fino alle 16/17 tutta di analisi con sola una pausa pranzo,
Vediamo quanto bravo sono a mantenere la concentrazione
Ps, non ho la più pallida idea di dove ero arrivato con onenote

【Nightcore】 Russian Roulette [deeper version] NMV

1) $\sum(-1)^n * \sin\frac{3}{n^2}$

Proviamo Leibnitz

- $a_n > 0 \rightarrow \frac{3}{n^2} > 0 \rightarrow verp$
- $\lim_{x\rightarrow\infty} a_n = 0 \rightarrow vero$
- $a_{n+1} < a_n$
- $\frac{3}{(n^2+1)} < \frac{3}{n^2} = 3n^2 < 3(n^2+1) = n^2 < n^2+1$

  Lol

Proviamo a vedere se converge assolutamente

$\frac{3}{n^2} \rightarrow converge\ assoluta, emte$

2) $\lim_{x\rightarrow+\infty} \frac{\ln(2+n^3) - 5\sqrt{n^2-n} - 2^{-n^4+5n}}{5n + 3\ln n - n\ln n}$

$2^{-n^4} = \frac{2}{n^4} = 0$

$\rightarrow \frac{n}{n * \ln n} = \frac{1}{\ln n} = 0$

Okay ho trovato a che punto ero arrivato su one note, lets go

3) $\sum\left(\frac{x^2+6}{5x}\right)^n$

Per quali valori != 0 la serie converge?

$-1 < \frac{x^2+6}{5x} < 1 \rightarrow -5x < x^2+6 < 5x \rightarrow -5x-6 < x^2 < 5x-6$

$\sqrt{-5x-6} < x < \sqrt{5x-6}$

Somma:

$\frac{1}{1-\sqrt{\pm 5x - 6}}$

4) Studiare

$f(x) = \frac{(x+1)^2}{3x(2x-1)}$

D: $(-\infty, 0)u\left(0, \frac{1}{2}\right)u\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

Limiti: (Sono tanti, uff)

$\lim_{x\rightarrow\pm\infty} \frac{x^2+2x+1}{6x^2-3x} = \frac{1}{6}$

$\lim_{x\rightarrow 0^\pm} \frac{0^\pm + 0^\pm + 1}{0^\pm} = \frac{1^\mp}{0^\pm} = \mp\infty$

Lo stesso per 1/2

$f'(x) = \frac{(2(x+1)^2+1) - (x^2+1) * (3 * (2x-1) + 3x * 2)}{3(x(2x-1))^2}$

Ve lo scordate che faccio sta merda

5) Dire teorema esistenza limite per successioni monotone e
Data la successioni si verifichi se è monotona

Allora, $a_n < a_{n+1} \forall a_n$
Allora esiste un limite esiste ed è o infinito o un valore

$$\ln\left(\frac{n+1}{n}\right) = a_n$$

$$a_{n+1} = \ln\left(\frac{n+2}{n+1)}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{n+2}{n+1}\right) > \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$$

$$\frac{n+2}{n+1} > \frac{n+1}{n} \rightarrow n^2 + 2n > (n+1)(n+1)$$

$$n^2 + 2n > n^2 + 2n + 1$$

La funzione è monotona decrescente

$$\lim_{x\to\infty} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right) = \ln\left(\frac{n}{n}\right) = \ln(1) = 0$$

Ed ora dobbiamo calcolare

$$\sum a_n$$

Allora, abbiamo 2 opzioni:
- Diverge a +infinito
- Converge

$$\ln(n+1) - \ln(n) = \ln(n+1) = \infty \rightarrow diverge$$

6) $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x)}{2x}, x < 0 \\ x^2 + \frac{1}{2}, x \geq 0 \end{cases}$

$$x^2 + \frac{1}{2} = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\ln(1-x)}{2x} = \left[\frac{0}{0}\right] = -\left(\frac{1}{2} * \frac{1}{1-x}\right) = -\frac{1}{2}$$

Quindi, discontinuità di prima specie

7) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(2) = 3, f'(2) = 4, g(x) = \sqrt{f^2(x) + 7}$
Questa è bella

$$(gof)(x) = gf((x)) * f'(x)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{f^2(2)+7}} * f'(2) = \frac{1}{2\sqrt{16}} * 2f(2) * f'(2) = \frac{1}{8} * 6 * 4 = \frac{1}{2} * 6 = 3$$

Questi esercizi sono belli e coccolosi una volta che li comprendi

8) $f(x) = x^2 + 2x - kln(x)$
Quando è convessa?

$$f'(x) = 2x + 2 - \frac{k}{x}$$

$$f''(x) = 2 + \frac{k}{x^2} > 0 \rightarrow \frac{k}{x^2} > -2$$

Sicuramente k deve essere positivo siccome, in caso contrario
Ci sono casi dove diventerebbe falso
E questi ci lascia solo 1 caso, e io che volevo ragionare~
Oh wow ho imparato a fare ~ su windows

9) $f(x) = x + e^x + \cos x$
Mc Laurin di secondo ordine… E già così mi voglio sparare

$$f'(x) = 1 + e^x - \sin x$$

$$f''(x) = e^x - \cos x$$

$$f(0) = 0 + 1 + 1 = 2$$

$$f'(0) = 1 + 1 = 2$$

$$f''(0) = 0$$

$$2 + 2x$$

10) $\int_1^2 \frac{2e^x}{e^x+2} dx = 2\int \frac{e^x}{e^x+2} = 2\ln(e^x + 2)$

$2\ln(e^2+2)-2\ln(e+2)=2\ln\left(\frac{e^2+2}{e+2}\right)$

Il risultato è alla seconda senza quel 2?
Forse è una proprietà strana dei logaritmi

11) $f(x)=e^{x^2-2x-3}$
Monotona decrescente se
$f'(x)=e^{x^2-2x-3}(2x-2)$
$x<1$

12) $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b+c\sin x, -1\le x\le 0 \\ xe^{-\frac{1}{x}}+x, x>0 \end{cases}$
Quando è derivabile? Bella domanda
$xe^{-\frac{1}{x}}+x=0*e^{-\infty}=0*0=0$
$0+a*0+b+c*0$
b deve essere per forza 0 siccome senò abbiamo un punti di discontinuità

13) Per a,c qualunque valore va bene

14) $f(x)=2x+\ln(x+1)$
$\alpha(1)=2\alpha(0)$
$\int f(x)=x^2+\int\ln(x+1)$
$\ln(x+1)\to\frac{1}{x+1}$
$1\to x$
$x*\ln(x+1)-\int\frac{x+1-1}{x+1}$
Madonna sto facendo errori stupidissimi. Per fortuna che non li potete vedere.
$=-\left(\int 1-\int\frac{1}{x+1}\right)=x-\ln(x+1)=-x+\ln(x+1)$
$x\ln(x+1)+\ln(x+1)-x+x^2+c$
$\ln(2)+\ln(2)+c=2c$
$c=2\ln(2)$
Odio i logaritmi.
Hanno teoremi troppo strani che photomax/wolfalpha utilizzano
Creando dei risultati che sembrano diversi dai tuoi, ma in realtà sono gli stessi, voglio bruciare il creatore dei logaritmi.

15) $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}, f(x)=x^3-3, allora$
Allora, allora
La a e la c sono fottutamente vere.
- Im(f)=Z
- F è iniettiva

Sicuramente è iniettiva
Però l'immagine, scommetto ci sia qualche cosa strana sulla definizione
Che la rende falsa, quindi C

16) $f(x)=\ln(x), g(x)=x^2, h(x)=1-x$
$(fogoh)(x)=f\left(g(h(x))\right)=f(g(1-x))=f((1-x)^2)=\ln((1-x)^2)$

17) $a_n=\ln(x)+\cos(x)$
- o(n^-2)
  Ad occhio non direi che è sempre più piccolo
- o(ln(x^2))
  X=1, e qui non è più piccolo
- o(n)
  Qui si

18) Che minchia vuol dire exp?

19) $f(x) = \begin{Bmatrix} e^x - \sin(x), x < 0 \\ 3x^2, x \geq 0 \end{Bmatrix}$

Dobbiamo trovare l'integrale fra 2 e -pi

Madonna che brutta brutta prova che è questa, provo pietà

$$\int f(x) = \begin{Bmatrix} 3^x + \cos x \\ x^3 \end{Bmatrix}$$

$$\int_0^2 f(x) = 8$$

$$\int_{-\pi}^0 3^x + \cos x = 2 - (3^{-\pi})$$

$8 + 2 - 3^{-\pi} = 10 - 3^{-\pi}$

Uhm, ho sbagliato qualcosina mi sa, ops

Doveva essere 11

20) $f(x) = x^3 - 3kx^2 + 3x + 1$

Monotona se e solo se

$f'(x) = 3x^2 - 6xk + 3$

Se vogliamo che sia monotona, allora il delta deve essere negativo

$36k^2 - 64 < 0$

$k^2 < 2$

$(-2, 2)$

Qui avrò dinuovo fatto qualche errore di calcolo, però è ovvio che

È la D, -1<=k<=1

Si cambia canzone

[『Nightcore』 I'm A Dog [Deeper Version] - lyrics]

21) $\lim_{x \to 1^-} \ln\left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan \frac{x}{1-x}\right)$

E mo qual'è l'arctan di +infty

(Cerco su google)

Ma guardate quanto sono intelligente!

$1 + \frac{2}{\pi} * \frac{\pi}{2} = 1 + 1 = 2$

22) $\sum \frac{(-1)^x}{x + \sqrt{x}} = (-1) * \frac{1}{x + \sqrt{x}}$

Leibnitz time

$\frac{1}{x + \sqrt{x}} > 0 \to vero$

$\lim_{x \to +\infty} a_n = 0 \to vero$

$\frac{1}{x + 1 + \sqrt{x+1}} < \frac{1}{x + \sqrt{x}} = x + \sqrt{x} < x + 1 + \sqrt{x+1}$

Okaaaay proviamo assolutamente

$\frac{1}{x + \sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = converge\ ass.$

23) $f(x) = \frac{2 + x}{\sqrt{2x + 3}}$

$2x + 3 > 0 \to x > \frac{-3}{2}$

$\lim_{x \to -\frac{3}{2}^+} f(x) = +\infty \to a.v.$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) \sim \frac{x}{x^{\frac{1}{2}}} = \infty$

$f(x) > 0 \to x >$ -2

$x > \frac{-2}{3}$

$\left(-\frac{2}{3}\right) +++++$

$f'(x) = \frac{\sqrt{2x+3} - (2+x) * \frac{2}{\sqrt{2x+3}}}{2x+3}$

Semplificare questo è un parto.

$f'(x) =** \ magia \ **= \frac{x+1}{(2x+3)\sqrt{2x+3}}$

$x >$ -1

$x > \frac{-3}{2}$

$\left(-\frac{3}{2}\right) ----(-1) ++++$

No ma seriamente se mi escono ste derivate all'esame

Io mi sparo in diretta /jk

E' invertibile fra -5/4, 1?

Non è invertibile siccome non è iniettiva (Se fosse stato -1 lo sarebbe stato)

E ora calcolare

$\sum \left(\frac{4}{\sqrt{7}}\right)^x = \frac{1}{1 - \frac{4}{\sqrt{7}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{7}-4}{\sqrt{7}}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-4}$

24) $f(x) = \frac{x}{(x^2+1)}$

Media integrale [0, 4]

$\frac{1}{8}\int_0^4 \frac{2x}{x^2+1} = \frac{1}{8} * \ln(17)$

25) Il criterio del confronto della serie annuncia che,

$a_n > b_n, b_n diverge, a_n diverge$

$a_n < b_n, a_n converge, b_n converge$

$\frac{2+\cos x}{\sqrt{1+x^5}} > \frac{1}{\sqrt{x^5}} > \frac{1}{x^2}$

1/x^2 converge, quindi tutte convergono

26) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \ f(x) = \left\{ \begin{matrix} e^x, x > 0 \\ x+2, x \leq 0 \end{matrix} \right\}$

Sappiamo che e^x ha immagine [1, inf) con x>0

X+2 ha immagine [-inf, 2)

Quindi non è iniettiva, però è suriettiva

27) $f(x) = e^{\sqrt{x}}, g(x) = \ln(1+x)$

$(gof)(x) = g(f(x)) = g(e^{\sqrt{x}}) = \ln(1 + e^{\sqrt{x}})$

- È definita in tutto r… no ln
- È definita per ogni x>=0, si lol

28) $\sum_{n=1} e^{1-2x} = \sum e * \frac{1}{e^2} = e \sum \left(\frac{1}{e^2}\right)^x = e * \frac{1}{1 - \frac{1}{e^2}}$

$e * \frac{1}{\frac{e^2-1}{e^2}} = \frac{e^3}{e^2-1}$

Vero che è -1, opsy

$$e * \left(\frac{e^2 - e^2 + 1}{e^2 - 1}\right) = \frac{e}{e^2 - 1}$$

Devo prestare molta più attenzione, sono errori molto stupidi questi

29) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \int_1^x t^2 e^{\sqrt[3]{t}}$

La funzione è:

Non fingerò di sapere ciò che c'è scritto, per me questa funzione è un geroglifico che lascerei bianco all'esame

30) $\lim_{x \to +\infty} \frac{n^2 \ln^3 n - n^3 \ln^2 n + 4 \arctan 4}{n^3 \ln^2 n - n^2 \ln^5 n - e^{-n^2}} \sim \frac{-n^3 \ln^2 n}{n^3 \ln^2 n} = -1$

31) $A = \left\{\frac{2 + (-1)^x}{2^x + (-1)^{x+1}}, x > 1\right\}$

1. $\frac{1}{3}$
2. $\frac{3}{3}$=1
3. $\frac{1}{7}$
4. $\frac{3}{2^4 - 1}$

32) $f(x) = \arctan(\sqrt{x}), f'(1) = ?$

$$\frac{1}{1+x} * \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

33) Sia f definita e continua su [a, b], allora

1. Assume valore $\frac{f(a)+f(b)}{2}$
   So che è vera siccome ricordo di avere già fatto sta domanda, più volte, però non so perché è vera.
   Si va per esclusione quindi
2. Il punto di massimo assoluto o minimo assoluto sono (a, b)
   Non per forza, anzi
3. Può non avere estremi relativi
   Se è continua allora li deve per forza avere
4. Assume tutti i valori tra e, b
   Direi proprio di no

Per esclusione, numero 1

35) No ma cioè, sta cosa fa veramente schifo.

$$f(x) = \left\{\begin{array}{c} a * \frac{\ln(x-1)}{x-2} + bx, x > 2 \\ 2x^2 - 2x + 1, 0 \le x \le 2 \\ a(x+1) + 3 * \frac{e^{bx} - 1}{x}, x < 0 \end{array}\right\}$$

Devo trovare a, b, che merda.

$f(0^+) = 1$

$f(2^-) = 5$

Ora è il momento di ragionare

$$\frac{\ln(2-1)}{2-2} = \left[\frac{0}{0}\right] = \frac{1}{x-1} = 1$$

$a + b2 = 1$

$$\frac{e^0-1}{0}=\left[\frac{0}{0}\right]=1$$
$a+3=5 \rightarrow a=2$
$$2+2b=1 \rightarrow b=-\frac{1}{2}$$
Okay, non capisco l'errore

36) Ennunciare criterio rapporto ed utilizzarlo
Il criterio del rapporto dice che
$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\begin{matrix} l>1 \rightarrow diverge \\ l<1 \rightarrow converge \end{matrix}$$
$$a_n=\frac{(2n)!}{(n+4)!}, \rightarrow \frac{(2n)!*2n}{(n+4)!*(n+4)}*\frac{(n+4)!}{(2n)!}=\frac{2n}{n+4}\sim\frac{2n}{n}=2 \rightarrow div$$

Ora si mangia mentre si fanno esercizi
Si, io sono ultra focus in questo momento
37) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=x^3.3x$
La funzione in (-1, 1)
$f'(x)=3x^2-3>0 \rightarrow 3x^2>3 \rightarrow x>\pm 1$
Quindi è decrescente

38) $f(x)=\ln(4-x^2)$
$4-x^2>0 \rightarrow x<\pm 2$
39) $$\sum_{n=1} 4^{-n}=\frac{1^n}{4}=\frac{1}{1-\frac{1}{4}}-1=\frac{1}{\frac{4-1}{4}}-1=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}$$
40) $$\int_1^2\left(\frac{1}{x}+2x\right)=\ln x+x^2=\ln 2+3$$
41) $$\lim_{x\rightarrow\infty} x^2-x^3+3e^{-n}+\cos x^2=-\infty$$
E si cambia canzone
NF - Remember This (Audio)

42) $$A=\left\{\frac{2}{2x^2+1}+e^{1-x}-1, n>1\right\}$$
Estremo superiore
1. $\frac{2}{3}+1-1=\frac{2}{3}$
2. $\frac{2}{5}+e^{-1}-1$

Capisco subito che decresce, 2/3 estremo superiore

43) $f(x)=x^3+x+1, g'(3)=?$
(Inversa)
Allora, per fare la derivata inversa dobbiamo prima fare questo procedimento, che io non capisco perchè però funziona
$x^3+x+1=3 \rightarrow x^3+x=2 \rightarrow 1$
Ora dobbiamo prendere questo valore e farne la derivata inversa
$$g'(x)=\frac{1}{f'(x)}=\frac{1}{3x^2+1}$$
Sostituiamo con 1
$$\frac{1}{3+1}=\frac{1}{4}$$

44) $$f(x)=\left\{\begin{matrix} \sin x^2+a, x\leq 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{x+x^3}, x>0 \end{matrix}\right\}$$
$$f(0^+)=\left[\frac{0}{0}\right]=\frac{1}{3x^2+1}*\frac{1}{1+x}=1$$

$0 + a = 1$

45) $f(x) = (x^2 - x)e^{-x}$

D: R->R

$\lim_{x\to-\infty} f(x) \sim e^{-x} = \infty$

$\lim_{x\to\infty} e^{-\infty} = 0 \to a.o.$

$f'(x) = (2x-1)e^{-x} - e^{-x}(x^2 - x) = e^{-x}(-x^2 + 3x - 1)$

$x_{12} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{-2} = \frac{3 \mp \sqrt{5}}{2}$

Qui abbiamo minimo e massimo

Retta tangente a -1

$y = f(-1) = 2e$

$m = f'(-1) = e * (-1 - 3 - 1) = -5e$

$y - y_0 = m(x - x_0) \to y - 2e = -5e(x + 1)$

$y = -5ex - 3e$

$f''(x) = -e^{-x}(-x^2 + 3x - 1) + e^{-x}(-2x + 3)$

$e^{-x}(x^2 - 5x + 4)$

$x^2 - 5x + 4 > 0$

$x_{12} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = 4, 1$

Convessità più ambia k=4

$\int_0^1 \frac{f(x)}{x} = \int \frac{(x^2 - x)e^{-x}}{x} = \frac{x^2e^{-x} - xe^{-x}}{x}$

$\int xe^{-x} - e^{-x} = e^{-x} + \int xe^{-x}$

$x \to 1$

$e^{-x} \to -e^{-x}$

$-xe^{-x} - \int -e^{-x}$

$-xe^{-x} - e^{-x} + e^{-x} = -xe^{-x} = -\frac{1}{e}$

46) $\sum_{n=1} q^n$

Converge se -1 < q < 1

Diverge se q >= 1

E quindi, quando converge questa serie?

$\sum (2e^x - 3)^n$

$-1 < 2e^x - 3 < 3 \to 2 < 2e^x < 4 \to 1 < e^x < 2$

$0 < x < \ln(2)$

47) Dette due successioni positive, cosa vuol dire che

A=o(b)

Questo vuol dire che a è infinitisamente più piccola di b

$\to \lim_{x\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$

$a_n = \frac{n^2 + \ln n}{n\sqrt{n} + e^{-n}}, b_n = \frac{n\sqrt{n} - \ln n}{n + e^n}$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{n^2 + \ln n}{n\sqrt{n} + e^{-n}} * \frac{n + e^n}{n\sqrt{n} - \ln n} \sim e^n = \infty$

Quindi

$b_n = o(a_n)$

Ancora 8 esami ed ho finito tutti gli esami, lo voglio fare entro fine di sta giornata.
Madonna se questo file sarà un life saver per le nuove generazioni.
Analisi è un incubo. E devo ancora fare gal~ ed archi~ Se non passo analisi sto settembre sono fottuto~

48) $\sum_{n=1} 2^{1-3n} = 2\sum \frac{1}{8}^n = \frac{1}{1-\frac{1}{8}} = \frac{1}{\frac{8}{8}-\frac{1}{8}} = \frac{1}{\frac{7}{8}} = \frac{8}{7} - 1 = \frac{1}{7} * 2 = \frac{2}{7}$

Okay potevo fa sta cosa con più ordine

49) $\lim_{x\to+\infty} \frac{n^2 \ln^6 n - n^3 \ln^2 n + \sin n}{n^3 \ln^2 n - n^2 \ln^4 n - 3^{-n^2} + \cos n} \sim \frac{-n^3 \ln^2 n}{n^3 \ln^2 n} = -1$

Perché sento un dejavoo?
E comunque, sti esercizi sono più lunghi da scrivere anziché risolvere

50) $f(x) = \begin{Bmatrix} \frac{x^2-1}{x-1}, x \neq 1 \\ 2, x = 1 \end{Bmatrix}$

$f(x) = \left[\frac{0}{0}\right] = \frac{2x}{1} = 2$

La funzione è continua

51) $f(x) = x - 2e^x + \sin x^2$

Mio dio la mia voglia di fare analisi sta continuando a diminuire.
La voglia di parlare con qualcuno che è in "aula studio" è tanta
E calcolando che in questo momento sono in un mood antisociale questo dice tanto di quanto mi sto rompendo i coglioni di analisi

$f'(x) = 1 - 2e^x + 2\mathrm{x} * \cos \mathrm{x}^2$
$f''(x) = -2e^x + 2\cos x^2 - 4x^2 \sin x^2$
$f(0) = 0 - 2$
$f'(0) = 1 - 2 + 2 = 1$
$f''(0) = -2 + 2 = 0$
$-2 + 2$

MMMH, gnam ho mangiato un segno da qualche parte

52) Primitive di

$\int e^x \sin x$

Fuck ricordo questa, è orribile.

$e^x \to e^x$
$\sin x \to -\cos x$
$-e^x \cos x + \int \cos x \, e^x$
$\cos x \to \sin x$
$-e^x \cos x + e^x \sin x - \int e^x \sin x = \int e^x \sin x$
$-e^x(-\cos x + \sin x) + c$

Okay, spiego siccome credo che metà delle persone non c'avrà capito un cazzo, me compreso.
Praticamente, quando noi vediamo che qualcosa si sta ripetendo, noi la possiamo semplificare.
In questo esempio, noi siamo tornati all'integrale originale, e quindi lo abbiamo potuto semplificare
Perché? Bella domanda. Se lo volete proprio sapere chiedetelo alla susi

53) $f(x) = \sqrt{x-4} - \frac{x}{2}$

Quando è crescente

$\frac{1}{2\sqrt{x-4}} - \frac{1}{2} = \frac{1-\sqrt{x-4}}{2\sqrt{x-4}}$
$D: x \geq 4$
$1 - \sqrt{x-4} > 0 \to \sqrt{x-4} < 1 \to x - 4 < 1 \to x < 5$
4<x<5

56) $f(x) = \frac{x \ln x - 1}{x^2}$

$f'(1) = ?$

$f'(x) = \frac{-(\ln(x) - 1) - (x \ln(x) - 1) * 2x}{x^4} \to \frac{1+2}{1} = 3$

57) $\lim_{x \to \pm 0} \frac{\sin(2^x - 1)}{(2^x - 1)^2} = \left[\frac{0}{0}\right] = \frac{\sin(2^x - 1)}{(2^x - 1)(2^x - 1)} = \frac{1}{2^x - 1} = \frac{1}{0^{\pm}} = \pm\infty$

58) Nono io l'arctan non lo faccio

59) Ennunciare tutte le primitive tale che a(e)=2a(1)

$f(x) = 2x \ln x \to \int 2x \ln x$

Ln(x)->1/x

2x->x^2

$x^2 \ln(x) - \int x \to x^2 \ln(x) - \frac{x^2}{2} + c$

Sto portatile del cazzo sta iniziando a laggare ogni volta che io inserisco un'equazione

Quindiii potreste trovarvi degli abbrobi tipo sopra

$e^2 - \frac{e^2}{2} + c = 2\left(-\frac{1}{2} + c\right) \to \frac{e^2}{2} + 1 = c$

$\left[x^2 \ln x - \frac{x^2}{2}\right]_1^2 = 4 * \ln 2 - 2 - \frac{1}{2}$

Non ho la più pallida idea da dove esce il risultato della prof

60) $\sum a_n$

Si ennunci una condizione necessaria per la convergenza

Il limite per infinito va a 0

E' sufficiente?

No, 1/n non converge

Quando questa serie converge

$\sum \frac{n^a}{n^2 + \ln n}$

Per far si che converga, il denominatore deve essere più piccolo del numeratore

In questo caso, basta che sia >1

Se a=3/2, e bn=n^b, quando an=o(bn)

Per qualche motivo non mi esce mmh

Cambio musica

[Daycore - Strip That Down [Remix]]

Non mi esce.

Eppure sono sicuro che i passaggi sono giusti

$\lim_{x \to +\infty} \frac{n^{\frac{3}{2}}}{n^2 + \ln n} * \frac{1}{n^b} \to \frac{3}{2} \to n^{\frac{3}{2}} > n^2 * n^b \to \frac{3}{2} > 2 + b \to \frac{3}{2} - 2 > b \to \frac{1}{2} > b$

Okay dopo 10 minuti buoni ho raggiunto il risultato

Sono le 15:52, prendo il treno delle 17:03 quindi, ho 30 minuti per far esercizi

E continuerò anche sta sera/notte

61) $a_n = \frac{n * \ln\left(1 - \frac{2}{n^3}\right)}{n\sqrt[3]{n} - n^3} = \frac{\ln\left(1 + \left(-\frac{2}{n^3}\right)\right)}{\sqrt[3]{n} - n^2} * \frac{-\frac{2}{n^3}}{-\frac{2}{n^3}} = -\frac{2}{-n^5} = \frac{2}{n^5}$

Ma cos'è sto esame, impossibile.

62) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f'(0) = 0, f''(x) = \ln(e + x)$

Allora,

Non ho la più pallida idea di cosa ci sia scritto

63) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \int_{-3}^{4} f(x)$

E' continua e dispari, quindi quanto vale?

Se sappiamo che è continua e dispari, vuol dire che l'aria di sinistra è uguale all'aria di destra.

Quindi, sappiamo che da -3 a 3 tutto verrà annullato

Quindi il risultato è

$$\int_{3}^{4} f(x)$$

64) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^3}{2} + 1} = \left(\frac{x^3}{2} + 1\right)^{\frac{1}{3}}$

No va beh ma sto esame è un parto

$$\frac{1}{3} * \left(\frac{x^3}{2} + 1\right)^{-\frac{2}{3}} * \frac{1}{2} * 3x^2$$

$$\frac{1}{2} * \frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{x^3}{2} + 1\right)^2}} * x^2$$

Okay, ho procrastinato 2 giorni, ed ho 2 giorni prima dell'esame, nice

65) $\sum \frac{1}{n^{\frac{\alpha+1}{2}} * \ln^2 n}$

Converge quando

$\beta > 1, \alpha \geq 1$

$\frac{\alpha + 1}{2} \geq 1 \to \alpha + 1 \geq 2 \to \alpha \geq 1$

66) $f(x) = \begin{Bmatrix} a * \sin x - b^2, -2 \leq x \leq 0 \\ 1 - e^x, 0 < x \leq 3 \end{Bmatrix}$

E' derivabile in x=0 se e solo se

$f(0^+) = 1 - e^0 = 0$

$a * \sin 0 - b^2$

Allora, sin(0)=0

Detto questo

B è ciò che ci sposta veramente il nostro grafico

E quindi deve essere per forza = 0

Mentre a, abbiamo 2 opzioni

1) $\forall AeR$
2) $a = -1$

La prima opzione è sbagliata siccome si potrebbe creare un punto angoloso

67) Quali di questi è un intervallo?

- $\{xeR: 3|x| \geq 1\}$

  Non è un intervallo siccome va verso infinito
- $\{x^2 - 1 < 1\}$

  Questo invece non è un intervallo siccome

  Per x=0

  Noi abbiamo 1, che non è minore di 1

  Quindi (-1, 0) u (0, 1)

  Che non è un intervallo
- $\{2|x| \geq x^2\}$

  Questo è un intervallo compreso fra (-4, 4)
- $f(x) = \ln x$

  $g(x) = x^3$

  $h(x) = 2 - x$

  $(hogof)(x) = h\left(g(f(x))\right) = h(g(\ln x)) = h(\ln^3 x)$

$2-\ln^3 x$

68) $f(x)=(x^2-2x)e^{-x}$

Okay, sto iniziando ad avere dei dejavoo

$D: R$

$\lim_{x\to-\infty} +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} 0$

$f'(x)=(2x-2)e^{-x}-e^{-x}(x^2-2x)=e^{-x}(-x^2+4x-2)$

$$x_{12}=\frac{-4\pm\sqrt{16-8}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{8}}{2}=-2\pm\sqrt{2}=2\pm\sqrt{2}$$

$++ + 2(-\sqrt{2}) - - 2(+\sqrt{2}) + + +$

Max relativo- Min assoluto

Convessità:

$f''(x)=(-2x+4)e^{-x}-e^{-x}(-x^2+4x-2)=e^{-x}(x^2-6x+6)$

$$x_{12}=\frac{6\pm\sqrt{36-24}}{2}=\frac{6\pm\sqrt{12}}{2}=3\pm\sqrt{3}$$

$k=3+\sqrt{3}$

Mc Laurin 2 ordine

$f(0)=0$

$f'(0)=-2$

$f''(0)=6$

$-2x+3x^2$

Asintoto obliquo

$g(x)=f(x)+\sqrt{x^2-x}$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2-2x)e^{-x}+\sqrt{x^2-x}}{x}\sim\frac{x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to+\infty}(x^2-2x)e^{-x}+\sqrt{x^2-x}-x\sim\sqrt{x^2-x}-x\sim x-x=0$$

$y=x$

69) $\sum a_n$

La serie si dice che converge se $\lim_{x\to+\infty} s_n \to l$

Non ho capito il punto seguente, oky

70) $f(x)=\frac{1}{x*\ln^2 x}$

Tutte le primitive

$$\int\frac{1}{x*\ln^2 x}$$

$dx=\ln x$

$dt=\frac{1}{x}*dx$

$$\int\frac{1}{t^2}=\int t^{-2}=\frac{t^{-2+1}}{-2+1}=-\frac{1}{t}=-\frac{1}{\ln x}+c$$

Determinare primitiva che assume in x=e

Lo stesso valore della funzione $g(x)=\frac{e}{x}$

Mmh non ho la più pallida idea di come si possa fare questo.

Però la media integrale la so fare

$$\frac{1}{e^3-e}*\left[-\frac{1}{\ln x}\right]_e^{e^3}=\frac{1}{e^3-3}*\left(-\frac{1}{3}+1\right)=\frac{1}{e^3-e}*\left(\frac{2}{3}\right)$$

71) $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}=\frac{(x-1)-x}{x(x-1)}=\frac{-1}{x(x-1)}$

Dominio:
$R - \{0, 1\}$
Limiti:
$\lim_{x \to -\infty} = 0^-$
$\lim_{x \to 0^\pm} f(x) = \lim_{x \to 1^\pm} f(x) = \infty^\pm = a.v.$
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0^-$
$f'(x) = \frac{1}{x((x-1))^2} * \frac{d}{dx}(x^2 - x) \to 2x - 1$
$\frac{2x - 1}{x((x-1))^2} = 0$
(Per trovare i punti stazionari)
$2x - 1 = 0 \to 2x = 1 \to x = \frac{1}{2}$
$2x - 1 > 0 \to x > \frac{1}{2}$
$- -(0) - - - \left(\frac{1}{2}\right) + + +(1) + + +$
Minimo relativo siccome prima abbiamo dei -inf

72) $f(x) = x * \sin x^2$
Primitive:
$\int x * \sin x^2$
$x \to 1$
$\sin x^2 \to -2x * \cos x^2$
Mmh, okay qui ci andremo a ripetere
Quindi troviamo un'altra strategia
$dx = x^2$
$dt = 2x * dx$
$\frac{1}{2} \int \sin t$
$\frac{1}{2} * (-\cos x^2) + c$
$\alpha\left(\sqrt{\frac{3\pi}{2}}\right) = 0$
Cos(0)=1
$\cos(\pi) = -1$
$\cos\left(\sqrt{\frac{3\pi}{2}}\right) = 0$
$\frac{1}{2} * 0 + c \to c = 0$
$\int_{\sqrt{\frac{3\pi}{2}}}^{\sqrt{2\pi}} f(x) = \frac{1}{2} * -1 = -\frac{1}{2}$

73) $f(x) = \ln x^2 + 1, g(x) = |x + 1|, (gof)(x)$
$g(f(x)) = g(\ln x^2 + 1) = |\ln(x^2 + 1) - 1|$
MMMMH
Si va ad esclusione
- $|\ln(x^2 + 1) - 1| - 1$
  Quel -1 non so dov'è comparso
- $\ln(|x + 1|^2 - 1)$
  Cos'è sta cavolata
- $|\ln(x^2 + 1) - 1| + 1$
  Quel +1 non so da dove arriva

- $\ln(x^2+1)$
  Ad esclusione, è la più sensata

74) $f(x) = x^3 + 4x$
$f'(x) = 3x^2$
$f''(x) = 6x \rightarrow x > 0$
$I = (-1, 1) \rightarrow concava - convessa$
Quindi non è né concava né convessa

75) $A = \left\{\frac{1}{n+1} + 2^{1-2n}, n > 1\right\}$
1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
2. $\frac{1}{3} + 2^{1-4}$
3. $\frac{1}{4} + 2^{1-5}$

Mi sembra ovvio l'estremo superiore

76) $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, x > 0 \\ x^2 - 1, x \leq 0 \end{cases}$
Qui si disegna
$Im(e^{-x}) = (1, 0)$
$im(x^2 - 1) = (\infty, 0)$
Non è suriettiva siccome [0, 1]
Non è iniettiva siccome non va mai verso -inf

77) $\int_0^2 \frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1} = \frac{1}{2}\ln(x^2+1)_0^2 = \frac{1}{2}\ln(5) + 0$

78) $\lim_{x\to+\infty} (\ln x - \sqrt{x} + 3e^{-x} + \sin x^2) \sim -\sqrt{x} = -\infty$
Ah si vero la canzone
[かいしんのいちげき！ / 天月-あまつき-【オリジナル】]

$$\sum \left(\frac{2}{3}\right)^{2n} = \sum \frac{4^n}{9} = \frac{1}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{1}{\frac{9}{9} - \frac{4}{9}} = \frac{9}{5}$$

79) $f(2) = -2$
$f'(2) = 4$
$g'(-2) = -4$
$(gof)'(2) = g'(f(2)) * f'(2) = -4 * 4 = -16$

80) $\sum \left(n^{\frac{1}{n}} - 1\right)^n = \lim_{x\to+\infty} n^{\frac{1}{n}} - 1 \rightarrow 0 \rightarrow converge$

(criterio radice)

81) $f(x) = \begin{cases} \sin x^2 + a, x \leq 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{2x} + \frac{3}{2}, x > 0 \end{cases}$
$f(0^+) = \left[\frac{0}{0}\right] = \frac{1}{2} * \frac{1}{x+1} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$
$\sin 0 = 0$
$a = 2$

Si, non sono molto nel mood per parlare

82) $f(x) = x^2 + 2x + 2$
$\frac{d}{dx}\ln(f(x))x = 1$

$$f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x+2} \to \frac{4}{5}$$

83) $f(x) = z^5 + x^3 - 1$

$f'(x) = 5x^4 + 3x^2$

$f''(x) = 20x^3 + 6x = x(20x^2 + 6)$

$x = 0$

$20x^2 + 6 = 0$

Questo è impossibile

Quindi solo x=0, ha 1 flesso

84) $\int_0^1 xe^x$

$x \to 1$

$e^x \to e^x$

$xe^x - e^x \to e^x - e^x - (-1) = 1$

85) $f(x) = \begin{Bmatrix} -|x+3|, -6 < x < -1 \\ -2x^2, -1 \leq x < 1 \end{Bmatrix}$

Io questa la disegno

La funzione ovviamente è limitata

Ha 1 minimo assoluto ed 1 relativo

Ha 2 punti di massimo relativo

Però è vero che ha come immagine un intervallo

[-|-6+3|, 0]

86) Rapporto incrementale

$f(x) = x\ln(x+1) - x^2$

$[0, e-1]$

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Okay non ho la più pallida idea di come si faccia rapporto incrementale relativo ad un intervallo

$$\frac{(e-1) * \ln(e) - (e-1)^2}{e-1} = \frac{(e-1) - (e-1)^2}{e-1}$$

$$\frac{(e-1)(1-(e-1))}{e-1} = 1 - (e-1) = -e + 2$$

87) $f(x) = \ln x - \ln^2 x$

D: $(0, +\infty)$

$\to \ln x \to x > 0$

Limiti:

$\ln x - \ln^2 x = \ln x\,(1 - \ln x)$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty * +\infty = -\infty \to a.v.$

$$f'(x) = \frac{1}{x} * (1 - \ln x) - \frac{\ln x}{x} = \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} - \frac{\ln x}{x} = \frac{1 - 2\ln x}{x}$$

$1 - 2\ln x > 0 \to -2\ln x >$ -1 $\to 2\ln x < 1 \to \ln x < \frac{1}{2} \to x < e^{\frac{1}{2}}$

$+ + + + + e^{\left(\frac{1}{2}\right)} - - - -$

\----------/

 \-> Monotona crescente

$$f''(x) = \frac{-\frac{2}{x} * x - 1 - 2\ln x}{x^2} = \frac{-3 - 2\ln x}{x^2}$$

$-3 - 2\ln x > 0 \to -2\ln x > 3 \to x < e^{\frac{3}{2}}$

Tangente flesso

La tangente flesso è la retta tangente in

$x_0 = e^{\frac{3}{2}}$

$y_0 = \frac{3}{2} - \frac{9}{4} = \frac{6-9}{4} = -\frac{3}{4}$

$m = f'(x_0) = \frac{1 - 2\ln x}{x} = \frac{1 - 2 * \frac{3}{2}}{e^{\frac{3}{2}}} = \frac{1-2}{e^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{e^{\frac{3}{2}}}$

$y - y_0 = m(x - x_0) \to y + \frac{3}{4} = -\frac{1}{e^{\frac{3}{2}}}x\left(-e^{\frac{3}{2}}\right)$

$-\frac{1}{e^{\frac{3}{2}}} = -e^{-\frac{3}{2}}$

$y = -e^{-\frac{3}{2}}x + \frac{3}{4}$

88) $f(x) = x * \sin x$

$\int x * \sin x$

$x \to 1$

$\sin x \to -\cos x$

$-x\cos x + \sin x + c$

$\alpha(\pi) = 2\alpha(0)$

$\cos 0 = 1$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$\cos \pi = -1$

$\sin 0 = 0$

$\sin\frac{\pi}{2} = 1$

$\sin \pi = 0$

$(-\pi * \cos\pi + \sin\pi + c) = 2(0 * \cos 0 + \sin 0 + c)$

$\pi + c = +2c \to \pi = c$

89) $\sum \cos(\pi n) * \sin\frac{1}{n}$

$\cos(\pi) = -1$

$\cos(2\pi) = 1$

$\cos(3\pi) = -1$

$\cos(4\pi) = 1$

$\cos(\pi n) = (-1)^n$

$\sum (-1)^n * \sin\frac{1}{n}$

Si usa leibnitz

- $a_n > 0 \to \frac{1}{n} > 0$
- $\lim\limits_{x\to\infty} a_n = 0$
- $a_{n+1} < a_n$

  $\frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} \to n < n+1$

  Vero

Quindi converge

Mentre la serie

$\sum \sin\frac{1}{n} \sim \frac{1}{n} \to div.$

90) $a_n \to mon.decr.$

Si va ad esclusione

- Ha minimo assoluto

  No, decresce sempre

- Il limite esiste e vale -inf
  Non è detto, potrebbe essere monotona decrescente verso x->0
- Può non avere limite per n->+inf
  Non è che può, non ha.
- Ha massimo assoluto
  Ad esclusione

91) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$

$g'(1) = ?$

Ed è la funzione inversa

$x^{\frac{1}{3}} = 1 \rightarrow x = 1$

$$\frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{\frac{1}{3} * x^{\frac{1}{3}-1}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

92) $\sum a_n$

$a_n \geq 0$

Perché la successione delle somme parziali sn è regolare?

?????? Boh

La somma delle serie concede con il lim x->+inf sn

Studare carattere di

$$\sum n * e^{1-\frac{1}{n}} * \sin \frac{1}{n^\alpha} \sim \frac{n}{n^\alpha}$$

$\alpha > 2 \rightarrow conv$

$\alpha \leq 2 \rightarrow div.$

93) $f(x) = e^{-x} - e^{-3x}$

Dom: R

Limiti:

$e^{-x} - e^{-3x} \sim - e^{-3x}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0 \rightarrow a.o.$

Punti stazionari:

$f'(x) = -e^{-x} + 3e^{-3x} > 0$

$-e^{-x} + 3e^{-3x} = e^{-3x}(e^{2x} - 3)$

$e^{2x} - 3 = 0 \rightarrow e^{2x} = 3 \rightarrow 2x = \ln 3 \rightarrow x = \frac{\ln 3}{2}$

$Im[0, 2]$

$$---- \left(\frac{\ln 3}{2}\right) ++++$$

0 *2*

$f(0) = 0$

$f\left(\frac{\ln 3}{2}\right) = -e^{-\frac{\ln 3}{2}} + 3e^{-3*\frac{\ln 3}{2}}$

$f(2) = e^{-2} + 3e^{-6}$

$\left[-e^{-\frac{\ln 3}{2}} + 3e^{-3*\frac{\ln 3}{2}}, e^{-2} + 3e^{-6}\right]$

Ascissa del punto flesso

$f''(x) = e^{-x} - 9e^{-3x}$

$= e^{-3x}(e^{2x} - 9)$

$e^{2x} - 9 = 0 \rightarrow e^{2x} = 9 \rightarrow 2x = \ln 9 \rightarrow x = \frac{\ln 9}{2}$

94) $\lim_{x\to+\infty} \frac{n^2+e^{-n}+\ln n}{\ln(1+n)+n^3-1} \sim \frac{n^2}{n^3} = 0$

95) $\int_1^e \ln x$

$\ln x \to \frac{1}{x}$

$1 \to x$

$x \ln x - x \to 1$

96) Dominio di

$f(x) = \sqrt{1+\ln x}$

$\ln x \to x > 0$

$1 + \ln x > 0 \to \ln x >$ -1 $\to x > e^{-1} \to x > \frac{1}{e}$

Quello importante ultimo

97) $f(x) = x * \cos x^2$

$\int x * \cos x^2$

$dx = x^2$

$dt = 2x * dx$

$\frac{1}{2}\int \cos t$

$\frac{1}{2} * \sin x^2 + c$

$\alpha(0) = 0$

$c = 0$

$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} f(x)$

$\sin(0) = 0$

$\sin\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right) = 1$

$\to \frac{1}{2}$

98) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x$

$I = (-1, 1)$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$3x^2 > 3 \to x > \pm 1$

Quindi decresce

99) $f(x) = \begin{Bmatrix} \cos x^2 + a, x \leq 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{x+e^x}, x > 0 \end{Bmatrix}$

$f(0^+) = \frac{0}{1} = 0$

$\cos x^2 + \alpha = 0$

$\cos 0 + \alpha = 0$

$1 + \alpha = 0 \to \alpha = -1$

100) $f(x) = e^{-x^2}$

$f'(x) = -2xe^{-x^2}$

$-2xe^{-x^2} > 0$

$x < 0$

$+++ +(0) --\,-$

Massimo assoluto

101) $\sum 4^{-n} = \frac{1^n}{4} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$

102) $\lim_{x\to+\infty} \frac{n^2 + e^{-n} + \ln n}{n^3} \sim \frac{n^2}{n^3} = 0$

Lol stavo rifacendo gli stessi esercizi

103) $f(x) = \begin{Bmatrix} 4 * \frac{e^{2x}-1}{x}, x < 0 \\ x^2 + \frac{a}{2} \end{Bmatrix}$

Trovare discontinuità prima specie

$f(0^-) = \left[\frac{0}{0}\right] = 4 * 2e^{2x} = 8$

$\frac{a}{2} = 8 \to a = 16$

Quindi per essere continua a=16

Quindi per avere discontinuità prima specie, $\neq 16$

104) $f(1) = 4$

$f'(1) = -2$

$g(x) = \ln(f^2(x) + 1)$

$g'(1) = ?$

$(gof)'(x) = g'(f(x)) * f'(x)$

Quindi

$\frac{1}{\ln(f^2(x)+1)} * 2 * f(x) * f'(x)$

$\frac{1}{17} * 8 * -2 = -\frac{16}{17}$

105) $A = \left\{\frac{\ln n}{n}, n > 1\right\}$

1. $0/1 = 0$
2. Ln(2)/2

Quindi ha minimo a 0

106) $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$

$\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1} = \frac{1}{2} * \ln(e^{2x} + 1) + c$

107) $\lim_{x\to+\infty} x^2 * \sin\frac{1}{n+n^2} \sim \frac{x^2}{x+x^2} \sim \frac{x^2}{x^2} = 1$

108) $f(x) = e^{3x-x^3}$

Monotona e decrescente quando

$f'(x) = e^{3x-x^3}(-3x^2 + 3)$

$-3x^2 + 3 > 0 \to -3x^2 >$ -3 $\to x^2 < \pm 1$

Quindi -inf, -1 u 1, +inf

109) $\sum \frac{5}{2x^{2-\alpha} + 4}$

Converge quando

$2 - \alpha > 1 \to -\alpha >$ -1 $\to \alpha < 1$

110) $f(x) = (2 - x^2)e^x$

Trovare asintoto orizzontale

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

Trovato al primo tentativo

Punto massimo/minimo
$f'(x) = e^x(-x^2 - 2x + 2)$
$x_{12} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{12}}{-2} = -1 \pm \sqrt{3}$
$-- -(1 - \sqrt{3}) + +(1 + \sqrt{3}) - -$
Massimo assoluto e minimo relativo
$f''(x) = e^x(-x^2 - 4x)$
$x(-x + 4)$
$k = 0$

Mc Laurin
$f(0) = 2$
$f'(0) = 2$
$f''(0) = 0$
$2 + 2x$
Retta tangente ad x=1
$f(1) = -e$
$f'(1) = e^x(-x^2 - 2x + 2) = e * (-1 - 2 + 2) = -e$
$y - e = -e(x - 1) \rightarrow y = -ex + 2e$

111) $f(x) = x - \dfrac{\ln^2 x}{x}$
$\int x - \dfrac{\ln^2 x}{x} = \dfrac{x^2}{2} - \int \dfrac{\ln^2 x}{x}$
$dx = \ln x$
$dt = \dfrac{1}{x} * dx$
$\dfrac{x^2}{2} - \int t^2 = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{\ln(x)^3}{3} + c$
$\alpha(e) = 2\alpha(1) \rightarrow \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{1}{3} + c = 2c + \dfrac{1}{2} \rightarrow c = \dfrac{e^2}{2}$

Okay rifarò questo esercizio
Okay, rifaccio questi esercizi siccome li ho fatti da cane

112) $f(x) = \int x - \dfrac{\ln^2 x}{x} = \int x - \int \dfrac{\ln^2 x}{x} = \dfrac{x^2}{2} - \int \dfrac{\ln^2 x}{x}$
$dx = \ln x$
$dt = \dfrac{1}{x} * dx$
$\dfrac{x^2}{2} - \int t^2 = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{t^3}{3} = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{\ln^3 x}{3}$
$\alpha(e) = 2\alpha(1)$
$\dfrac{e^2}{2} - \dfrac{\ln^3 e}{3} + c = 2\left(\dfrac{1}{2}\right)$
$\dfrac{e^2}{2} - \dfrac{1}{3} + c = 1 - 2c \rightarrow \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{1}{3} - 1 = c$
$c = \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{5}{6}$

$\left[\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{\ln^3 x}{3}\right]_e^{e^2} = \dfrac{e^4}{2} - \dfrac{2^3}{3} - \dfrac{e^2}{2} + \dfrac{1}{3}$

113) $\sum q^n$

Converge quando q e (-1, 1) e diverge quando >=1

$$\sum \frac{2x}{x^2+1}^n$$
Quando non converge?
Qui io direi di prima trovare quando è indetermianta
$$\frac{2x}{x^2+1} < -1$$
$$\frac{2x}{x^2+1} + 1 < 0$$
$$\frac{x^2+2x+1}{x^2+1} < 0$$
$x^2 + 1 < 0 \rightarrow mai$
$x^2 + 2x + 1 < 0$
Mai, quindi di suo non è mai minore di 0
Ora pero guardiamo quando è uguale a 0
$x^2 + 2x + 1 = 0$
$x^2 + 2x = -1$
MMh okay forse no
$x^2 + 2x + 1 = 0$
$(x+1)^2 = 0$
$x = -1$
Quindi è indeterminata quando x=-1

Ora guardiamo quando diverge
$$\frac{-x^2+2x-1}{x^2+1} < 0$$
$D = 4 - 4 = 0$
Okay quindi bisogna trasformare
$-x^2 + 2x - 1 = -(x^2 - 2x + 1) = -(x-1)^2$
$x \neq 1$
Quindi non è convergente quando $x \neq \pm 1$

Somma per x=-2
$$\sum \frac{-4}{5} = \frac{1}{1+\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{5}{5}+\frac{4}{5}} = \frac{9}{5}$$

114) $\sum (-1)^n * \frac{1}{n\sqrt{n}}$
Proviamo leibnitz
$\frac{1}{n\sqrt{n}} > 0 \rightarrow vero$
$\lim_{x\to+\infty} a_n \rightarrow 0 \rightarrow vero$
$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n+1}} < \frac{1}{n\sqrt{n}}$$
$n\sqrt{n} < (n+1)\sqrt{n+1}$
Vero, quindi-

Oh fuck le opzioni sono
"Converge assolutamente" oppure "converge ma non assolutamente"
Dobbiamo controllare se converge assolutamente oppure no
$$\frac{1}{n\sqrt{n}} = \frac{1}{n * n^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{n^{1+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}, \frac{3}{2} > 1 \rightarrow converge$$
Quindi converge assolutamente

115) $\lim_{x\to+\infty} \frac{n^3}{-n^3} = -1$
116) $f(x) = x^2 + 2\ln x$

Concava se

$f'(x) = 2x + \frac{2}{x}$

$f''(x) = -\frac{2}{x^2} + 2$

$-\frac{2}{x^2} + 2 < 0$

$-\frac{2}{x^2} <$ -2

$\frac{2}{x^2} > 2$

$2 > 2x^2 \rightarrow 2x^2 < 2 \rightarrow x^2 < 1 \rightarrow x^2 < \pm 1$

$(-1, +1)$

Però, a questo dobbiamo concatenare che

$\ln(x)$

Ha dominio x>0

Quindi,

$(0, 1)$

117) $f(x) = \left\{ \begin{matrix} \frac{\ln(1+x)}{x}, x > 0 \\ 2 + k\cos x\,, x \leq 0 \end{matrix} \right\}$

E' continua se k = ?

$f(0^+) = \left[\frac{0}{0}\right] = \frac{1}{x+1} = 1$

$2 + k\cos 0 = 1$

$2 + k = 1 \rightarrow k = -1$

118) Insieme delle soluzioni

$\sqrt{4 - x^2} < \sqrt{3}$

D:

$4 - x^2 \geq 0 \rightarrow -x^2 \geq$ -4 $\rightarrow x \leq \pm 2$

Soluzioni effettive:

$4 - x^2 < 3$

$-x^2 <$ -1 $\rightarrow x^2 > 1 \rightarrow x > \pm 1$

Uniamo dominio + soluzioni

$[-2, -1]u[1, 2]$

119) $f(x) = 3e^x - xe^x = e^x(3 - x)$

$f'(x) = e^x(-x - 2)$

$-x - 2 > 0 \rightarrow -x > 2 \rightarrow x < 2$

$+++ +(2) --- -$

Quindi ha massimo globale

120) $a_n = \frac{1}{n \ln n}, b_n = \frac{1}{n}$

$a = o(b_n) \rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} \rightarrow 0$

$\frac{n}{n * \ln n} = \frac{1}{\ln n} \rightarrow 0$

Quindi $a_n = o(b_n)$

121) $\int_0^8 \sqrt{x+1} = (x+1)^{\frac{1}{2}} = \frac{(x+1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = (x+1)^{\frac{3}{2}} * \frac{2}{3}$

$\sqrt{9}^3 * \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 3^3 * \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 3^2 * 2 - \frac{2}{3} = 18 - \frac{2}{3}$

$\frac{53}{3}$

122) $f(x) = \frac{1}{\ln x}$

Dominio:

$\ln x > 0 \rightarrow x > 0$

$\ln x \neq 0 \to x \neq e^0 \to x \neq 1$
$(0,1)(1,\infty)$
Limiti:
$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{1}{-\infty} = 0^- \to a.v.$
$\lim_{x\to 1^\pm} f(x) = \frac{1}{0^\pm} = \pm\infty \to a.v.$
$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 0^+ \to a.o.$
Retta tangente in x=e
$x = e$
$f(x) = \frac{1}{\ln e} = 1$
$f'(x) = -\frac{1}{x * \ln^2 x}$
$f'(e) = -\frac{1}{e}$
$y - 1 = -\frac{1}{e}(x - e) \to y = -\frac{x}{e} + 2$
Convessità:
Col cazzo che faccio qui ora quella derivata seconda
$\int \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{x * \ln x}$
$dx = \ln x$
$dt = \frac{1}{x} * dx$
$\int \frac{1}{t} = \ln t = \ln\ln x + c$

123) $\sum_{n=1} \left(\frac{1}{x^2 - 1}\right)^n$
Quando converge
$-1 < \frac{1}{x^2 - 1} < 1$
$-x^2 + 1 < 1 < x^2 - 1$
$-x^2 < 0 < x^2 - 2$
$-x^2 < 0 \to x > 0$
$0 < x^2 - 2 \to x^2 > 2 \to x > \sqrt{2}$
$----(0)++++$
$++++++ \cancel{+\sqrt{(2)}}----$
(Ops ho invertito > con < da qualche parte)
Ora bisogna fare la somma delle serie...
(help)
$\frac{1}{1-q} - 1 = \frac{1}{1 - \frac{1}{x^2+1}} - 1 = \frac{1}{\frac{x^2+1-1}{x^2+1}} - 1 = \frac{x^2+1}{x^2} - 1 = \frac{1}{x^2}$

124) $\sum \frac{1}{n^{\frac{\alpha+1}{2}} * \ln^2 n}$
$\beta > 1$
$\alpha \geq 1$
$\frac{\alpha+1}{2} > 1 \to \alpha + 1 > 2 \to \alpha \geq 1$

125) $f(x) = \begin{cases} a * \sin x - b^2, x \leq 0 \\ 1 - e^x, x > 0 \end{cases}$
Quando è derivabile?
$f(0^+) = 1$
$-b^2 = 1 \to b = 1$
A abbiamo 2 opzioni:

- VaeR
- A=1

La prima è sbagliata siccome potrebbe creare punti angolosi

126) $f(x) = \ln x$
$g(x) = x^3$
$h(x) = 2 - x$
$(hogof)(x) = h\left(g(f(x))\right) = h(g(\ln x)) = h(\ln^3 x) = 2 - \ln^3 x$

127) Quali tra questi è un intervallo?

1. $\{xeR: 3|x| \geq 1\}$
   Va verso infinito
2. $\{xeR: |x^2 - 1| < 1\}$
   X=0 no
3. $\{xeR: 2|x| \geq x^2\}$
   Si

128) $\lim_{x\to+\infty} x^2 + \sin\frac{1}{x + x^2} \sim x^2 * \frac{1}{x + x^2} \sim 1$

129) $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$
Primitiva
$\int f(x) = \frac{1}{2}\ln e^{2x} + 1 + c$

128) $e^{-x^2}, x = 0$
$f'(x) = -2xe^{-x^2} > 0$
$-2x > 0 \rightarrow x < 0$
$+++ +(0) --- -$
Quindi punto di massimo

129) $f(x) = e^{3x - x^3}$
Monotona decrescente quando
$f'(x) = e^{3x-x^3}(-3x^2 + 3)$
$-3x^2 + 3 > 0 \rightarrow -3x^2 >$ -3 $\rightarrow 3x^2 < 3 \rightarrow x^2 < 1 \rightarrow x < \pm 1$
Quindi esterni

130) $f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}$
Dominio: R
Limiti
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0 \rightarrow a.o.$
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
Segno
$f'(x) = e^{-x}(-x^2 + 2x + 2x - 2)$
$-x^2 + 4x - 2$
$x_{12} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8}}{-2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{-2} = -2 \pm \sqrt{2}$
$++++ +(2 - \sqrt{3}) - -(2 + \sqrt{2}) + +$
Massimo relativo - Minimo assoluto

Convessità
$f'(x) = e^{-x}(x^2 - 4x + 2 - 2x + 4)$
$x^2 - 6x + 6$
$x_{12} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 3 \pm \sqrt{3}$
$k = 3 + \sqrt{3}$
Mc Laurin
$f(0) = 0$
$f'(0) = -2$

$f''(0) = 6$
$-2x + 3x^2$

Ora asintoto obliquo
$\lim_{x \to \infty} (x^2 - 2x)e^{-x} + \sqrt{x^2 - x} \sim x = \infty$
(help)

131) $f(x) = \dfrac{1}{x * \ln^2 x}$
$dx = \ln x$
$dt = \dfrac{1}{x}$
$\dfrac{1}{t^2} = t^{-2} = -t^{-1} = -\dfrac{1}{\ln x} + c$
Dominio di definizione: (1, +infty)
E questo data la sua definizione (?)

Determinare la primitiva che assume in x=e
Lo stesso valore della funzione $g(x) = \frac{e}{x}$
(help)
$g(e) = 1$
$-\dfrac{1}{\ln e} + c = 1 \to -1 + c = 1 \to c = 2$

Ora la media interale
$$\frac{1}{e^3 - e}\left[-\frac{1}{\ln x}\right]_e^{e^3} = \frac{1}{e^3 - 3}\left(-\frac{1}{3} + 1\right) = \frac{1}{e^3 - e} * \frac{2}{3}$$