Zaino colorato

Wednesday, 15 November 2023 15:38

- Lo zaino però gli oggetti hanno dei colori, e non possiamo avere R rossi
- Istanza:
  $n \to X_n = \{1, \dots, n\}, n \in N_+$
  $\forall i \in X_n, v_i \in N_+, w_i \in N_+, col(i) \in \{rosso, blue\}$
  $X \in N_+$
  $R \in N_+$
- Sottoproblema:
  $X_i = \{1, \dots, i\}, i \in \{0, \dots, n\}$
  $c \in \{0, \dots, C\}$
  $r \in \{0, \dots, R\}$
- Soluzione
  $S_{icr}\ c\ X_i$
  $tc\ V(S_{icr}) = \max_{a\ c\ X_i, W(A) \leq c, R(A) \leq r} \{V(A)\}$
  $Sia\ OPT_{icr}(S) = V(S_{icr})$
- Equazione ricorrenza
  - Caso base
    - $i = 0\ \forall c \in \{0, \dots, C\}\ \forall r \in \{0, \dots, R\}$
      Qui non abbiamo più valori ma abbiamo ancora spazio
      $S_{icr} = \epsilon, OPT_{icr} = 0$
    - $c = 0, \forall i \in \{0, \dots, n\}, \forall r \in \{0, \dots, R\}$
      Non abbiamo più spazio
      (Stesso di sopra)
    - $r = 0, \forall i \in \{0, \dots, n\}, \forall c \in \{0, \dots, C\}$
      Non possiamo più mettere rossi
      (Notiamo successivamente che questo è sbagliato)
      Motivazione:
      - Possiamo mettere ancora i colori blue
  - Passo ricorsivo
    $i > 0, c > 0, \forall r \in \{0, \dots, R\}$
    - $w_i > c$
      Lo zaino è pieno
      $S_{icr} = S_{i-1,c,r}, OPT_{icr} = OPT_{i-1,c,r}$
    - $w_i \leq c$
      Possiamo metterci ancora qualcosa nello zaino
      Però qui al variare di r può succedere:

- ◻ $col\ (i) = rosso\ ^\wedge\ r = 0$
  Non possiamo mettere più rossi, quindi ci comportiamo come se lo zaino fosse pieno
- ◻ $col(i) = rosso\ ^\wedge\ r > 0$
  Possiamo mettere l'oggetto, in questo caso abbiamo 2 casi:
  - Lo insieriamo
  - Non lo inseriamo

  E prendiamo il massimo:
  $\mathrm{S}_{\mathrm{icr}} = \max\left(S_{i-1,c-w_i,r-1} | i, S_{i-1,c,r}\right)$
  $OPT_{icr} = \max\left(OPT_{i-1,c-w_{i1},r-1} + v_i, OPT_{i-1,c,r}\right)$
- ◻ $col(i) \neq rosso$
  Qui o lo insieriamo o non lo inseriamo come sopra
  $S\_icr = ma\,x\left(S_{i-1,c-w_i,r}\ | i, S_{i-1,c,r}\right)$
  $OPT\_icr = ma\,x\left(OPT_{i-1,c-w_{i1},r} + v_i, OPT_{i-1,c,r}\right)$

Facciamo la fusione di tutto:

$$KS_C(X, i, c, r) = \begin{cases} \epsilon & i = 0^\wedge c = 0 \\ KS_c(X, i-1, c, r) & w_i > c\ v\ (col(i) = rosso^\wedge r = 0) \\ Giovanna^* & col(i) = rosso \\ Piero^* & col \end{cases}$$

$Giovanna^* = MAX\left(KS_c(X, i-1, c-w_i, r-1) | x_i, KS_c(X, i-1, c, r)\right)$
$Piero^* = MAX(KS_c(X, i-1, c-w_i, r) | x_i, KS_c(X, i-1, c, r))$