

# Roba brutta teoria

Monday, 3 April 2023

14:34

1)  $X \sim U(0, 3) \rightarrow [0, 3]$

Scegliere l'alternativa corretta

Risposta: è un intervallo, quindi abbiamo una quantità infinita di valori

A quanto pare non è così, AHO 1 ERRORE SU 8 DOMANDE HO FATTO NE VADO FIERO

Per via di teoria noi sappiamo che

$$P(X = c) = 0 \quad \forall c \in X$$

2)  $X \sim U(2, 5) \rightarrow [2, 5]$

a.  $P(X < 10) < 1$

No, è  $\leq$

b.  $P(X = 2) + P(X = 5) = 1$

No siccome  $P(X = c) = 0$

c.  $P(2 < X < 5) = 1$

Sì

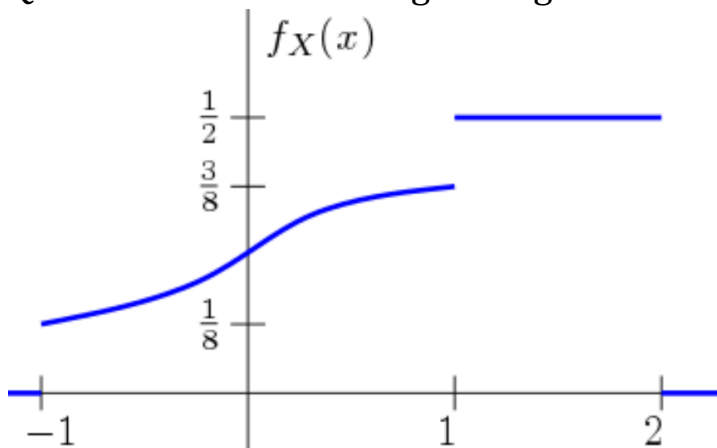
d. No, appartiene ai reali

3)  $X \sim \text{Exp}(3), \lambda = 3$

Noi sappiamo che una variabile esponenziale assume solamente valori positivi

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \rightarrow x \geq 0 \\ 0 & \rightarrow x < 0 \end{cases}$$

4) Quali valori assume il seguente grafico



Direi da  $[-1, 2]$

5)  $P(X < 1) = P(X < 1) = 1 - e^{-3 \cdot 1} = 1 - e^{-3}$

5)  $F_X(x) := P(X \leq x)$ ,  $X$  v.a. Generica

a.  $F_X$  può essere continua ovunque  $\rightarrow$  Vera

b.  $F_X$  deve essere costante a tratti

$B$  è falsa perché prendiamo

$B \sim U(0, 1) \Rightarrow F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$

Qui è sempre costante, quindi è falso che deve essere costante a tratti

c.  $F_X$  deve essere costante ovunque

Stesso ragionamento di  $B$

Costante = derivata destra == derivata sinistra

d.  $F_X$  deve essere continua ovunque

Es Bernoulli dove abbiamo dei salti

6)  $f_X(x)$  è una densità di una variabile aleatoria  $X$  assolutamente continua

a. Si può avere

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_X(x) = +\infty$$

Probabilità infinita? Nah

b. Si può  $F_X(x) = c \forall x \in R$

MMh non ne sono certo, però guardando le altre opzioni

Noto che questo è un caso particolare della D

Quindi direi di no

c.  $f_X(x) > 0 \forall x \in R$

Hell nah

d. Si può  $f_X(x) > 0 \forall x \in R$

Questa è così tanto generica che direi di sì

7)  $Z \sim N(0, 1)$

$$X := 3Z + 2$$

$$Z \sim N(2, 9)$$

Questa è l'applicazione di una formula:

$$X \sim N(m, \sigma^2) \Rightarrow Z := \frac{X - m}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

L'inverso, che è ciò che abbiamo usato noi

$$Z \sim N(0, 1) \Rightarrow X := \sigma Z + m \sim N(m, \sigma^2)$$

8)  $X \sim N(2, 4)$

$$\sigma = 2$$

$$\sigma^2 = 4$$

Ricordiamo che, un valore di una variabile aleatoria è  $\geq 0$

$$\text{Quindi } P(X = c) = 0$$

$$\text{E che } P(X > c) > 0$$

$$\text{con } c \in (0, 1)$$

con  $p \in (0, 1)$

Quindi a

9)  $X$  una variabile aleatoria uniforme(0, 3)

Con i seguenti eventi:

$$A := \{x \leq 2\}, \quad B := \{X \geq 1\}$$

a. Sono indipendenti

Non lo sappiamo

b. Sono disgiunti

No siccome abbiamo una porzione che è in comune

Aka  $[1, 2]$  sono in comune

c.  $P(A|B) = \frac{1}{2}$

Ad esclusione

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Noi qui dobbiamo comprendere quali sono i valori

Sappiamo che

$$P(B) = P(X \geq 1)$$

Mentre

$$P(A \cap B) = P((x \leq 2) \cap (X \geq 1)) = P(1 \leq X \leq 2)$$

Quindi

$$\frac{1}{2} = \frac{P(1 \leq X \leq 2)}{P(x \geq 1)} = \frac{F_X(2) - F_X(1)}{1 - F_X(1)} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$F_X(x) = \frac{x - a}{b - a}$$

$$U(a, b) = U(0, 3)$$

$$F_X(2) = \frac{2 - 0}{3 - 0} = \frac{2}{3}$$

$$F_X(1) = \frac{1 - 0}{3 - 0} = \frac{1}{3}$$

d.  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

No siccome

A prende tutti i valori prima di 2

B prende tutti i valori dopo 1

Quindi la loro unione è  $R$