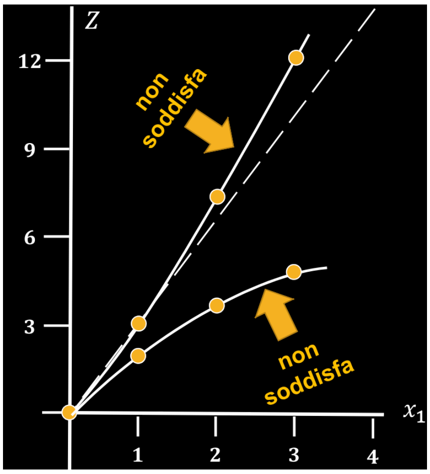
Possibili domande teoria 1

Sunday, 5 November 2023 17:08

1) Spiegare perchè il risultato ottimale si troverà sempre nei vertici
2) Quali sono le possibili soluzioni di un problema PL e perchè possono accadere
   - 1 unica soluzione, vertice del poligono convesso
   - Infinite soluzioni ottime, lato del poligono convesso
   - Non ammette soluzioni
     - Regione amissibile vuota
     - Regione amissibile illimitata e funzione obiettivo illimitata
3) Quali sono le assunzioni implicite di un PL
   - Proporzionalità, il contributo di ogni variabile decisionale è proporzionale al valore assunto dalla variabile stessa

   - Adittiva, ogni funzione è la somma dei contributi delle variabili decisioni
     Se abbiamo 2 variabili decisionali
     (1, 0) + (0, 1) = (1, 1)
     Se però ci esce che
     $(1,0) = 5$
     $(0,1) = 3$
     $(1,1) = 9$
     $(1,0) + (0,1) = 5 + 3 = 8 \neq (1,1) = 9$
     Allora non è soddisfatta
   - Continuità, ogni valore in Rn è accettabile (ma possibile non amissibile)
   - Certezza il valore assegnato ad ogni parametro è noto e costante
4) Cos'è un vertice e come si determina se 2 vertici sono adiacenti? E cos'è uno spigolo?
   Un vertice è l'intersezione di 2 equazioni, si dice che un vertice è amissibile quando rientra nei nostri vincoli, si dice che sono adicacenti quando condividono il numero di dimensioni delle nostre variabili - 1.

Uno spigolo collega 2 amissibili dall'intersezione dei vincoli condivisi

5) Quando si può dire che una soluzione è ottimale?

Dato il test di ottimalità, se una soluzione vertice non ammette vertici adiacenti con funzione obiettivo Z migliore, allora la soluzione in questione è ottimale

6) Cosa sono le variabili slack ed a cosa servono

Esse servono affinchè noi possiamo trasformare delle disequeazioni in equazioni, e questo è necessario affinchè noi possiamo attraversare il nostro poligono attraverso i vertici.

Es:

$x_1 \leq 4 \Rightarrow s_1 = 4 - x_1 \Rightarrow x_1 + s_1 = 4, s_1 \geq 0$

7) Proprietà dei vertici ammissibili:
   1) Se esiste solo 1 soluzione ottimale, allora il vertice è amissibile
      Se esistono soluioni ottime multiple, allora almeno 2 di queste soluzioni sono vertici amissibili tra loro adiacenti
   2) Esiste un numero finito di vertici amissibili
   3) Se un vertice ammissibile non amette vertici amissibili a lui adiacenti con soluzione migliore, allora non esistono soluzioni ottimali migliori, quindi lui è la soluzione ottiamle

8) Indicare le differenze tra problema primale e duale (Doamanda fatta dal prof)
   - Da un problema di massimizzazione diventa un problema di minimizzazione
   - I coefficenti del primale diventano termini noto del duale
   - I termini noti del primale diventano coefficenti del duale
   - I coefficenti di ogni variabile nei vincoli del primale diventano il corrispondente del duale
   - $\leq \Rightarrow \geq$

Problema Primale

$$\begin{aligned} \max Z &= 3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 \\ 1 \cdot x_1 &\leq 4 \\ 2 \cdot x_2 &\leq 12 \\ 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 &\leq 18 \\ x_1 \geq 0, &\quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Problema Duale

$$\begin{aligned} \min W &= 4 \cdot y_1 + 12 \cdot y_2 + 18 \cdot y_3 \\ 1 \cdot y_1 + 3 \cdot y_3 &\geq 3 \\ 2 \cdot y_2 + 2 \cdot y_3 &\geq 5 \\ y_1 \geq 0, \ y_2 \geq 0,& \ y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

9) Indica la relazione tra primale-duale (Domanda fatta dal prof)
   - Proprietà di dualità debole
     Se x è una soluzione ammissibile per il problema primale, ed y è una soluzione amissibile per il problema duale, allora si sa che
     $cx \leq by$
   - Proprietà di dualità forte
     Se x^* è una soluzione ottimale del problema primale, ed y^* è una soluzione ottimale del problema duale
     $cx^* = by^*$
     Noi chiameremo y_i^* come prezzi ombra del problema primale

10) Cosa servono i prezzi ombra?

I prezzi ombra servono per mostrare il contributo delle singole variabili alla funzione obiettivo

11) Dire le proprietà della teoria di dualità

- Proprietà di simmetria

  Per ogni problema prima e relativo problema duale tutte le relazioni tra di loro sono simmetriche
- Soluzioni complementari

  Ogni sluzioni x del primale ci sarà sempre una soluzione complementare y del duale dove

  $cx = yb$

  Se x non è ottimale nel primale, y non è amissibile nel duale qui
- Soluzioni ottimali complementari

  Se troviamo una soluzione ottimale del prima, avremo anche una soluzione ottimale del duale

  $cx^* = by^*$
- Le sole possibili relazioni tra duale e primale sono:
  - Se un problema ha soluzioni amissibili e funzione limitata, allora lo stesso succederà con l'altro, quindi proprietà debole e forte sono applicabili
  - Se una ha soluzioni amissibili e funzione obiettivo illimitata, l'altro non ha soluzioni amissibili
  - L'inverso del punto di sopra

12) Definire la proprietà complementare dello slackness

Le variabili slackness diventano variabili surplus

			Problema Primale					
			coefficiente di				termine noto	
			x_1	x_2	...	x_n		
Problema Duale	coefficiente di	y_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	$\leq b_1$	coefficienti della funzione obiettivo (minimizzazione)
		y_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	$\leq b_2$	
		...	...	...	...	...	$\leq \cdots$	
		y_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	$\leq b_m$	
	termine noto		VI c_1	VI c_2	VI ...	VI c_n		
			coefficienti della funzione obiettivo (massimizzazione)					

13) E' possibile in un tableau avere una soluzione ottimale supper abbiamo un valore negativo in Z? (Domanda fatta dal prof)

Questo è sufficente ma non necessario

14) Relazione tra primale e duale (Domanda fatta dal prof)

- Se nel primale abbiamo un ottimo finito, allora anche nel duale
- Se abbiamo nel primale un ottimo illimitato, nel duale è impossibile
- Se nel primale è impossibile, nel duale o è impossibile oppure illimitato

15) Se il primale ha un ottimo multiplo, in duale ha un ottimo degenere?

Si