# Studio funzioni

martedì 1 febbraio 2022 11:47

1) Studiare $\frac{\ln x}{x}$

Monotonia:

$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} * x^2 - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

$\frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$

$1 - \ln x > 0 \rightarrow x < e$

-> cresce quando x è minore di e, valore di e

$f(e) = \frac{1}{e}$

Convessità/concavità:

$f''(x) = \frac{-\frac{1}{x} * x^2 - (1 - \ln x) * 2x}{x^4} = \frac{x(-1 - 2 + 2\ln x)}{x^4}$

-> *deve essere* $\geq$

$2 * \ln x \geq 3 \rightarrow \ln x \geq \frac{3}{2} \rightarrow x \geq e^{\frac{3}{2}}$

Limiti

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

Quindi,
Inizia da -infinito,
Sale fino a x = e, y = 1/e
Poi và verso y = 0 all'infinito

2) Studiare $f(x) = -x + \frac{\ln x}{x}$

D = (0, +inf)->R

Limiti

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\inf$

$\lim_{x \to +inf} f(x) = -inf$

Monotonia

$f'(x) = -1 + \frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{-x^2 + 1 - \ln x}{x^2} > 0$

$-x^2 + 1 > \ln x$

-> Disegnare -x^2+1 e ln(x) e vedere dove f(x) > g(x)

Noteremo che lo è quando 0<x<1

Convessità/Concavità

$f''(x) > 0 \rightarrow x > e^{\frac{3}{2}}$

(guardare sopra per i calcoli)

3) $(x - 1) * e^{-x}$

Limiti

$\lim_{x \to -inf} f(x) = -inf * +inf = -inf$

$\lim_{x \to +inf} f(x) = 0^+$

-> $e^{-x}$ pesa di più di x

Monotonia

$f'(x) = e^{-x} - (x - 1)e^{-x} = e^{-x}(2 - x) \geq 0 \rightarrow x \leq 2$

Concava/Convessa

$f''(x) = -e^{-x}(2 - x) + e^{-x}(-1) = (x - 3) * e^{-x} > 0 \rightarrow x > 3$

4) $f: R \rightarrow R$

$e^{-x} \rightarrow x > 0$

$x^2 - 1 \leq 0$

La funzione non è né iniettiva né suriettiva.

(disegna grafico)

5) $f(x) = \ln(x^2 + 1) - 1$

$g(x) = |x + 1|$

$(gof)(x)$

$g(f(x))$

$|f(x) + 1|$

$|\ln(x^2 + 1) - 1 + 1|$

$|\ln(x^2 + 1)|$

$\ln(x^2+1)$

6) $f(2) = -2$

$f'(2) = 4$

$g'(-2) = -4$

$(gof)'(2) = ?$

$g'(f(x)) * f'(x) = -4 * 4 = -16$

7) $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$

*D=R-{0,1}*

$\lim_{x\to -inf} f(x) = 0$

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = -1 * -\infty$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = -1 * \infty$

$\lim_{x\to +inf} f(x) = 0$

Asintodi verticali: 0, 1

Punti stazionari:

$f'(x) = x^{-1} - (x-1)^{-1} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - x^2}{x^2(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 1 - x^2}{x^2(x-1)^2}$

$\frac{-2x+1}{x^2(x-1)^2}$

$-2x + 1 > 0$

$x > \frac{1}{2}$

-> Dato questo, x > 1 -> funzione crescente