

# TutorialSimpleso

Wednesday, 8 November 2023 18:36

## 1) Sistemare il sistema iniziale

$$\max x_1 + 5x_2 + 8x_3$$

$$x_1 + x_2 + 10x_3 \leq 4$$

$$15x_1 + 8x_3 \geq -10$$

$$x_2 + 3x_3 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_3 \leq 0$$

### a. Controlliamo se il metodo del simplesso è applicabile

Per farlo dobbiamo sostituire 0, 0, 0 alle nostre variabili iniziali

E controllare se tutti i punti sono giusti

$$x_1 + x_2 + 10x_3 \leq 4 \rightarrow 0 \leq 4 \rightarrow \text{si}$$

$$15x_1 + 8x_3 \geq -10 \rightarrow 0 \geq -10 \rightarrow \text{si}$$

$$x_2 + 3x_3 \leq 1 \rightarrow 0 \leq 1 \rightarrow \text{si}$$

Nel caso almeno 1 di questi fosse falso, vuol dire che il simplesso non si può applicare

E quindi bisogna utilizzare il duale (metodo grafico)

### b. Trasformiamo i vincoli finali da $\leq$ a $\geq$

Qui abbiamo 1 sola:

$$x_3 \leq 0 \rightarrow x_3 \geq 0$$

Facendo così però dobbiamo cambiare il segno di  $x_3$  in tutte le equazioni:

$$\max x_1 + 5x_2 - 8x_3$$

$$x_1 + x_2 - 10x_3 \leq 4$$

$$15x_1 - 8x_3 \geq -10$$

$$x_2 - 3x_3 \leq 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

### c. Trasformare la funzione di massimo in Z negando le variabili

$$\max x_1 + 5x_2 - 8x_3 \rightarrow Z = -x_1 - 5x_2 + x_3 = 0$$

Se è una funzione di minimo non la neghiamo

### d. Trasformiamo tutte le equazioni che sono $\geq$ in $\leq$

Qui noi abbiamo 1 sola equazione:

$$15x_1 - 8x_3 \geq -10 \rightarrow -15x_1 + 8x_3 \leq 10$$

### e. Aggiungiamo le variabili di slack

$$x_1 + x_2 - 10x_3 \leq 4 \rightarrow x_1 + x_2 - 10x_3 + x_4 = 4$$

$$-15x_1 + 8x_3 + x_5 = 10$$

$$x_2 - 3x_3 + x_6 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

## 2) Creazione della tabella

Riporto il tutto per comodità

$$Z = -x_1 - 5x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 - 10x_3 + x_4 = 4$$

$$-15x_1 + 8x_3 + x_5 = 10$$

$$x_2 - 3x_3 + x_6 = 1$$

$$x_i \geq 0$$

Ora dobbiamo creare una tabella costruita così:

T=L	X1	...	Xi	Ris
Z				
Xbasej				
Xbase...				
Xbasek				

Allora, la lunghezza di i è rappresentata da quante variabili x abbiamo

Qui noi abbiamo  $x_1, x_2, \dots, x_6$  quindi  $i = 6$

L è il passaggio del nostro metodo del simplesso, io lo metto per comodità, è opzionale

j ... k abbiamo, j=prima variabile slack, k=ultima variabile slack

La nostra prima variabile slack ha come valore 4, la nostra ultima 6

T=0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Ris
Z							
X4							
X5							

X6							
----	--	--	--	--	--	--	--

Ora dobbiamo riempire la tabella, e la rimpiamo con i valori della nostre nostre equazioni.

Nella riga Z, prendiamo la nostra equazione  $Z = -x_1 - 5x_2 + x_3 = 0$  e poi sostituiamo i valori nelle nostre colonne

Con i rispettivi valori dei coefficienti

T=0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Ris
Z	-1	-5	1	0	0	0	0

Ora facciamo l'esempio con X5

$$-15x_1 + 8x_3 + x_5 = 10$$

T=0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Ris
X5	-15	0	8	0	1	0	10

Ed ora riempiamo l'intera tabella

T=0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Ris
Z	-1	-5	1	0	0	0	0
X4	1	1	-10	1	0	0	4
X5	-15	0	8	0	1	0	10
X6	0	1	-3	0	0	1	1

### 3) Primo passo

Prendiamo la riga Z e, tra X1 e X6 prendiamo il valore più piccolo

Il valore più piccolo è  $x_2 = -5$

Ora prendiamo la colonna X2 e la chiameremo colonna pivot

- La colonna pivot ha almeno 1 valore  $> 0$ ?

Se non ha almeno 1 valore  $> 0$  allora il metodo del simplesso finisce con risultato impossibile

Nel nostro caso la colonna X2 ha 2 valori  $> 0$ :

$$X4 = 1$$

$$X6 = 1$$

- Dividiamo il risultato della riga per il valore della riga e prendiamo il valore minore

$$X4 = 4/1 = 4$$

$$X6 = 1/1 = 1$$

Il valore più piccolo è  $X6 = 1$

$X6$  sarà la nostra riga pivot

L'intersezione tra la riga e la colonna pivot farà la nostra cella pivot, ed il nostro valore pivot è il valore della cella pivot

- Se abbiamo 2 valori uguali, scegliere in maniera casuale.

Attenzione: è possibile in questo caso che si entri in un loop infinito, se notiamo che i valori si ripetono successivamente finire dicendo "risultato degenerare"

- Standardizziamo la colonna

Ora che abbiamo la colonna pivot ed il valore pivot dobbiamo standardizzare la colonna secondo il seguente standard:

Nella colonna pivot TUTTE le celle devono essere 0 tranne la cella che ha il valore pivot che deve diventare 1

Esempi:

- Nel nostro caso abbiamo la seguente colonna

T=0	X2
Z	-5
X4	1
X5	0
X6	1

E dobbiamo far sì che  $X4 = 1$  e tutto il resto = 0

T=0	X2
Z	0
X4	1
X5	0
X6	0

- Esempio non rilevante questo esercizio

T=0	X1
Z	15
X2	4



T=2	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Ris
Z	3	0	2	0	1	1	9
X2	1	1	-1	0	1	-1	1
X4	2	0	3	1	-1	2	3

Lo possiamo notare quando abbiamo almeno 2 valori  $> 0$  nella nostra Z

Noi in questo caso ne abbiamo 4: X1, X3, X5, X6

Analisi del risultato:

- Le variabili in base sono X2 e X4, che sono i nostri risultati (ciò che bisogna scrivere in esame):

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Il vertice è rappresentato dalle nostre variabili originale:  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 1, 0, 0)$

- Multipli valori (non è l'esercizio di prima)

Quando nella funzione Z abbiamo tutti 0 tranne 1 valore  $> 0$ , allora questo vuol dire che il nostro risultato si trova nello spigolo della nostra figura.

T=3	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Ris
Z	0	0	0	0	0	1	60
X3	0	0	1	0	15	-2	30
X2	0	1	0	0	1	0	10
X1	1	0	0	0	-5/2	1/2	5
X4	0	0	0	1	-6	1	0

Noi quindi sappiamo che 1 risultato sarà:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 30 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Per poter l'altro risultato dobbiamo far uscire X6, e facendolo ci uscirà

T=4	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Ris
Z	0	0	0	0	0	1	60
X3	0	0	1/15	0	1	-2/15	2
X2	0	1	-1/15	0	0	2/1	8
X1	1	0	1/6	0	0	1/6	10
X4	0	0	6/15	1	0	3/15	12

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 2 \\ 12 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

E per avere tutti i risultati dobbiamo fondere queste 2 matrici nel seguente modo:

$$\lambda * \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 0 \\ 12 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (1 - \lambda) * \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 30 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda \in [0, 1]$$

Facendo così stiamo passando lo spigolo attraverso  $\lambda$

I nostri 2 vertici sono:  $< (5, 10), (10, 8) >$