Studio successioni

lunedì 31 gennaio 2022 11:51

1) Successione
   $a_0 = 1$
   $a_{n+1} = 1 + \frac{a_n^2}{4}$
   D -> R
   -> Troviamo punti
   $a_0 = 1$
   $a_1 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
   $a_2 = 1 + \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^2}{4} = 1 + \frac{25}{64}$
   -> Sempre crescere, monotona crescente?
   $a_n \leq a_{n+1} \rightarrow a_n \leq 1 + \frac{a_n^2}{2} \rightarrow (a_n - 2)^2 \geq 0$
   Limitata?
   $a_n \leq 2$
   - *Base:* $1 \leq 2$
   - $a_{n+1} \leq 2$
     $1 + \frac{a_n^2}{4} \leq 2$
     Noi sappiamo che a_n è sicuramente < 2, quindi,
     Possiamo sostituire
     $1 + \frac{2^2}{4} \leq 2 \rightarrow 2 \leq 2$
2) *Successione*
   $a_0 = 1$
   $a_{n+1} = \sqrt{a_n} + 2$
   D: R (a_n è sempre maggiore di 0)
   -> Troviamo punti
   $a_0 = 1$
   $a_1 = 1 + 2 = 3$
   $a_2 = \sqrt{3} + 2$
   -> Controlliamo monotonia
   $a_n \leq a_{n+1}$
   $a_n \leq \sqrt{a_n} + 2$
   -> Quando abbiamo x^2 oppure qualcosa riconducibile a x^2, dobbiamo farlo
   $a_n - \sqrt{a_n} + 2 \leq 0$
   $\sqrt{x}_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 * 2}}{2} = -1{,}2$
   -> Eleviamo, ed elevando togliamo il -1
   $x \leq 4 \rightarrow controlliamo$
   - $1 \leq 4$
   - $a_n \leq 4 \ \rightarrow ipotesi$
   - $\sqrt{a_n} + 2 \leq 4$
     Sost.
     $\sqrt{4} + 2 \leq 4 \rightarrow 2 + 2 \leq 4 \rightarrow 4 \leq 4 \rightarrow vero$
     Quindi, cresce fino a x = 4, è limitata