Maratona 3

mercoledì 7 settembre 2022 14:00

Beh che dire, è il momento di continuare.
Analisi è un parto per me, proprio io sono negato. E mi domando come farò in gal-
Però lo passerò analisi. Darò tutto me stesso però lo passerò.
Oggi il mio obiettivo è quello di fare tipo mmh, almeno 50% degli esami passati
Li farò in ordine cronologico.
[Tom Odell - Another Love (Official Video)]()
Ready? Go!

1) $\sum \frac{\ln^4 n}{n^{\alpha-2}+2n}$
   $\alpha - 2 > 1$
   $\alpha > 3$
2) $\sum \frac{\ln n}{n^{\alpha-1}+3n}$
   $\alpha - 1 > 1$
   $\alpha > 2$
3) $\sum 3 * \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} = 3\sum\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} = 3\sum\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = -\frac{3}{2}\sum\left(-\frac{1}{2}^{n}\right)$
   $-\frac{3}{2} * \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{3}{2} * \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2} * \frac{2}{3} = -1$
4) $\sum 3 * \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2} * \frac{3}{4} * \sum\left(-\frac{1}{2}\right)^{n} = \frac{3}{4} * \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$
5) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^2 - x + x\ln x + (-1)^x}{2x + 4x\ln x - x^2 - \frac{2}{x^2}} \sim \frac{3x^2}{-x^2} = -3$
6) $A = \{2 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n + (-1)^n * n + 1}, n = 1,2,3,\dots\}$
   Eh che cazzo è questo
   1. $2 + 1 + \frac{1}{1-1+1} = 2 + 1 + 1 = 4$
   2. $2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2-2+1} = 2 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} + 1$
   3. $3 + \frac{1}{3} - 1$

   Okay, credo che sia ovvio che il massimo è 4
7) $A = \left\{2\left(1+\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x + (-1)^x x + 1}, x = 1,2,3,\dots\right\}$
   1. $4 + 1 = 5$
   2. $2 * \frac{3}{2} + 1 = 3 + 1 = 4$
   3. $2 * \left(\frac{3}{3} + \frac{1}{3}\right) + 1 \sim 3.3$

   Direi come prima lol

8) Immagini di
   $f(x) = \begin{cases} x^2 \to -1 \leq x < 1 \\ 2^{-x} \to x \geq 1 \end{cases}$
   Mmh interessante questa
   $x^2 = [0, 1]$
   $2^{-x} = \frac{1}{2^x}$
   $f(1) = \frac{1}{2}$
   $2^{-x} = \left[0, \frac{1}{2}\right]$
   Beh direi $[0, 1]$
9) $f(x) = \begin{cases} x^2 \to -1 < x < 1 \\ 2^{-x} \to x \geq 1 \end{cases}$
   Ah beh
   $[0, 1)$
10) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(1-\frac{2}{n}\right)}{n * \left(\sqrt[3]{1+\frac{4}{n^2}} - 1\right)} = \frac{\frac{d}{dx}\left(\ln\left(1-\frac{2}{n}\right)\right)}{\frac{d}{dx}\left(n * \sqrt[3]{1+\frac{4}{n^2}} - 1\right)} = \frac{1}{1-\frac{2}{n}} * \frac{2}{n^2} * \frac{1}{\left(\sqrt[3]{1+\frac{4}{n^2}}\right) - 1 + n * \frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{n^2}\right)^{\frac{1}{3}-1} * \left(-\frac{4}{n^8}\right)}$

MMH, qualcosa non quadra.
Niente delopital, okay

$\ln\left(1-\frac{2}{n}\right)=-\frac{2}{n}$

$-\frac{2}{n}*\frac{1}{n*\left(\left(1+\frac{4}{n^2}\right)^{\frac{1}{3}}-1\right)}$

Ma seriamente qualcuno ha fatto sta merda all'esame?

$\frac{(1+f(x)^c)-1}{f(x)}=c$

$\frac{\left(1+\frac{4}{n^2}\right)^{\frac{1}{3}}-1}{\frac{4}{n^2}}*\frac{4}{n^2}=\frac{4}{3n^2}$

$-\frac{2}{n}*\frac{3n^2}{4}*\frac{1}{n}=-\frac{3}{2}$

11) Nono voi non avete capito bene
Io non rifaccio sta merda da capo.

12) $\left\{\begin{matrix} a_1=\frac{1}{2} \\ a_{n+1}=\frac{2a_n}{1+a_n}\end{matrix}\right\}$

Niente induzione.
Proviamo che però è monotona crescente

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=\frac{1}{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}$
3. $\frac{\frac{4}{3}}{1+\frac{2}{3}}=\frac{4}{3}*\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$

Possiamo notare che il risultato sarà sempre

$\frac{x}{(x+1)}$

Quindi è crescente, ci avviciniamo sempre a 1 per x->infinito
Per far si che una serie possa convergere

$\sum a_n \to \lim_{x\to+\infty} a_n=0$

Se ci pensate, se il limite tende a 0
Vuol dire che a un certo punto la nostra funzione smette di crescere
E quindi NON tende verso infinito ma ad un numero

13) $\sum_{n=1}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$

$s_2=\left(1-\frac{1}{3}\right)_1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

$s_3=\left(1-\frac{1}{3}\right)_1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)_2+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$

$s_4=\left(1-\frac{1}{3}\right)_1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)_2+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$

Somma serie:

$1+\frac{1}{2}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$

$\lim_{x\to+\infty} s_n=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

14) Retta tangente
$f(x)=x^2e^{1+x}$
$x=-1$
$f(-1)=1$
$f'(x)=2xe^{1+x}+x^2*e^{1+x}$
$f'(-1)=-2+1=-1$
$y+1=-x+1$
$y=-x$
OH SI NON CI SONO LE SOLUZIONI-

15) Non faccio duplicati.
16) $f(x)=x*\ln x$
Taylor 2 ordine in x0=1

$f(1) = 0$
$f'(x) = \ln x + 1$
$f'(1) = 1$
$f''(x) = \frac{1}{x}$
$f''(1) = 1$
$f(x_0) + f'(x_0) * (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2} * (x - x_0)^2$
$x - 1 + \frac{1}{2} * (x^2 - 2x + 1)$
$\frac{1}{2}x^2 + x - x + 1 - \frac{1}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}$
Mmh ho sbgliato un segno, nice

17) MacLaurin 2 ordine
$f(x) = (x + 1)\ln(x + 1)$
$f(0) = 0$
$f'(x) = \ln(x + 1) + 1$
$f'(0) = 1$
$f''(x) = \frac{1}{x + 1}$
$f''(0) = 1$
$x + \frac{x^2}{2}$

18) La funzione è invertibile
$f(x) = e^{2x} - 3e^x + 1$
Uff che noia
$f'(x) = 2e^{2x} - 3e^x = e^x(2e^x - 3)$
$2e^x - 3 > 0 \rightarrow 2e^x > 3 \rightarrow e^x > \frac{3}{2} \rightarrow x > \ln(\frac{3}{2})$
$---- \left(\ln\left(\frac{3}{2}\right)\right) ++++$
Allora, per essere invertibile deve essere iniettiva e suriettiva
Aka, deve essere continua e non deve avere 2 punti nella stessa y
Qui noi abbiamo un cambio in ln(3/2)
Quindi sappiamo che prima, e dopo questo valore è sicuramente invertibile
(-3, 3) = (-1, 2) = (0, +inf) -> no, abbiamo ln in mezzo
Quindi C, (-inf, 0)

19) $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$
$f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{1 + x^2}} \rightarrow f'(1) = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
??????
La derivata è perfetta e cristallina
Wtf

20) $f(x) = x^3 - 3x + 14$
Massimo locale
$f'(x) = 3x^2 - 3$
$3x^2 - 3 > 0 \rightarrow 3x^2 > 3 \rightarrow x^2 > 1$
$++++(-1) ----(+1) ++++$
-1 = massimo
1 = minimo

21) $f(x) = \sqrt[3]{x + 1}$
Media integrale in $[-1, 7]$
$\int (x + 1)^3 = \frac{(x + 1)^{3+1}}{3 + 1} = \frac{1}{4}(x + 1)^4$
$\frac{1}{8} * [(x + 1)^4]_7^1 = \frac{1}{8} * \frac{1}{4} * 8^4 = 8^3 * \frac{1}{4} = 4^6 * \frac{1}{4} = 4^5$
Qualcosa non quadra.. Cuba.. Quadra alla seconda

22) Se una funzione è derivabile i->r
Quale condizione affinchè f è monotona?
Beh, direi che. $a_n > a_{n+1} V a_n e (I, R)$
Credo?
(perché non abbiamo le soluzioni)

23) $f(x) = xe^{\frac{1}{x-2}}$
https://cdn.discordapp.com/attachments/660460360008073247/1016851266082721832/math.mov
Questo mi ha fatto pensare a questo video..
Sto facendo così tanto analisi che sto trovando video divertenti su analisi, sto diventando pazzo?

Dai su cambio canzone
Ludovico Einaudi - Nuvole Bianche
Segno funzione
$f(x) > 0$
$xe^{\frac{1}{x-2}} > 0$
$e^{\frac{1}{x-2}} > 0 \rightarrow VxeR$
$x > 0$
$+++++++++ +$
Studio monotonia
$f'(x) = e^{\frac{1}{x-2}} - x * \frac{1}{(x-2)^2} * e^{\frac{1}{x-2}}$
$x > 0$
$(x-2)^2 > 0 \rightarrow VxeR$
$---- (0) +++ +$
D: R-{2}
Asintoto obliquo?!
$\lim_{x\to+\infty} \frac{xe^{\frac{1}{\infty}}}{x} = 1$
$\lim_{x\to+\infty} xe^{\frac{1}{\infty}} - x = x(1-1) = 0$
$y = x$
24) Cosa c'è scritto?
Oh che bello ci sono le soluzioni ora
25) $\sum a_n, a_n > 0$
Se $a_n \sim \frac{1}{n^2}$
Allora.
Allora, se sappiamo che è asintotica, si sappiamo che converge
Quindi è sufficiente
Però non solo le funzioni che sono asintotiche a 1/n^2 convergono
Quindi non è necessaria
26) Se invece 1/n, e diverge,
Il risultato è lo stesso.
27) $f_{a,b} = \begin{cases} ax + x^2 \rightarrow x \leq 0 \\ be^x + \sin x - 1 \rightarrow x > 0 \end{cases}$
Trovare valori a,b per la quale è continua
Allora, inanzitutto notiamo che
$f(0^-) = a * 0 + 0^2 = 0$
Quindi qualunque valore prenderà a ci va bene
Ora guardiamo b.
B deve far si che il risultato faccia 0
$b * e^0 + \sin 0 - 1 = 0 \rightarrow b - 1 = 0 \rightarrow b = 1$
$b = 1, \forall a e \mathbb{R}$
Okay, ho procrastinato e cenato
Ed ora è l'ora del grind.
Yiruma, 이루마 - Love Me(Audio)

28) $\lim_{x\to+\infty} \frac{(\sqrt{n}+2)^a}{2\ln n + 3n^2}$
Il limite è uguale a 0 se e solo se..
$f(x) \sim \frac{n^{\frac{a}{2}}}{3n^2}$
$\frac{a}{2} < 2 \rightarrow a < 4$
29) $\lim_{x\to+\infty} \frac{(n^{\frac{1}{3}} + 1)^{\beta}}{5\ln n + n}$
$\frac{\beta}{3} < 1 \rightarrow \beta < 3$

30) $f(x) = e^{\frac{1}{x^2}}$
$f'(x) = -\frac{1}{x^4} * 2x * e^{1/x^2}$
$f'(-1) = 2e$

31) $2^x \ln x > 1$
$2^x > 1 \rightarrow x > 0$
$\ln x > 1 \rightarrow x > e$
$---- (0) --- (e) ++ +$

La soluzione quindi è
$(\alpha, \infty), \alpha > 1$

32) $2^x \ln x < 1$
$2^x < 1 \rightarrow x < 0$
$\ln x < 1 \rightarrow x < e$
C.E.
$x > 0$
Quindi
$(0, \alpha), \alpha > 1$

33) $f(x) = xe^x$
Convessa su
$f'(x) = e^x + xe^x$
$f''(x) = e^x + e^x + xe^x$
$e^x(1 + 1 + x)$
$e^x > 0 \rightarrow \forall x e \mathbb{R}$
$1 + 1 + x > 0 \rightarrow x >$ -2
$(-2, +\infty)$
Concava:
$(-\infty, -2)$

34) Estremo superiore
$A = \left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{n} * \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right), n = 1,2, \ldots\right\}$
$\sin(0) = 0$
$\sin\left(\frac{\pi * 1}{2}\right) = 1$
$\sin(2\pi) = 0$

1. $\frac{1}{2} - 1 * 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$
4. $\frac{1}{2}$
5. $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

I pari sono sempre 1/2
I dispari decrescono
Quindi 5/6 estremo superiore

35) $A = \left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{n} \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right), n = 1,2, \ldots\right\}$
$\cos(0) = 1$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
$\cos(\pi) = -1$
$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$
Non mi fido più di seno e coseno.

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
3. $\frac{1}{2}$
4. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

Si, l'estremo inferiore è 1/4

36) $\int_0^1 \frac{x}{x+1} = \frac{x + 1 - 1}{x + 1} = \int 1 - \int \frac{1}{x+1} = x - \ln(x + 1)$
$1 - \ln 2$

37) $f(x) = \frac{x}{x^3 + 1}$
C.e.
$x^3 + 1 \neq 0 \rightarrow x \neq -1$
$D: \mathbb{R} - \{-1\}$
Limiti
$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) \sim \frac{x}{x^3} = \frac{1}{x^2} = 0^+$

$\lim_{x\to -1^{\pm}} f(x) = \pm\infty$
Segno
$\frac{x}{x^3+1} > 0$
$x > 0$
$x^3 + 1 > 0 \to x >$ -1
$+++ +(-1) --- -(0) ++ +$
Monotonia
$f'(x) = \frac{1-2x^3}{(x^3+1)^2}$
$(x^3+1)^2 > 0 \to \forall x e \mathbb{R}$
$-2x^3 + 1 > 0 \to x^3 < \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
$++++ +(-1) ++++ +\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) --- -$
Qui c'è massimo relativo
Di minimo, no
Concavità
$f''(x) = \frac{-6x^6 * (x+1)^2 - (1-2x^3) * 2(x^3+1) * 3x^2}{(x^3+1)^4}$
Che cazzo è questo
No amici miei, prendo le soluzioni.
$f''(x) = * \, magia \, * = \frac{-6x^2(2-x^3)}{(1+x^3)^3}$
Ma quanto sono bravo a fare le semplificazioni in 1 solo passaggio, ceh
$1 + x^3 > 0 \to x^3 >$ -1

$x > 0$
$-x^3 >$ -2 $\to x^3 < 2$
$--- -(-1) +++ +$
$- -(-2) + (-1) ++ +$
$-(\infty, \sqrt{2})u(-1, +\infty)$
Okay, ho rashato così tanto sta parte che manco ho inserito bene i dati
opsy

Taylor
$x_0 = 1$
$f(x_0) = \frac{1}{2}$
$f'(x_0) = \frac{1-2x^3}{(x^3+1)^2} = \frac{1-2}{4} = -\frac{1}{4}$
$f''(x_0) = \frac{-6x^2(2-x^3)}{(1+x^3)^3} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$
$f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x-x_0)^2$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} - \frac{3}{2}(x-1)^2$
Così va bene
No. Cosa cazzo hai fatto me del passato.
$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} - \frac{3}{8}(x-1)^2$

$\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{x^3+1} = \frac{1}{3} * \ln(x^3+1)$
$\left[\frac{1}{3}\ln(x^3+1)\right]_0^1 = \frac{1}{3}\ln 2$
Nuova canzone
CORPSE - POLTERGEIST! Ft. OmenXIII [Lyric Video]
Ma c'è un genere che non ho ascoltato in questi giorni?

38) $f(x) = \begin{Bmatrix} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \ln(1+a_n) \end{Bmatrix}$
Induzione? No grazie
39) $\sum (-1)^n \sin\left(\frac{3}{n^2}\right)$
Proviamo a fare libnitz
1. $\frac{3}{n^2} > 0 \to si$

2. $\lim_{x\to+\infty} a_n = 0 \to si$
3. $a_{n+1} < a_n$
Mmh, no

Quindi non converge per leibnitz
Proviamo assolutamente
$\lim_{x\to+\infty} \frac{3}{n^2} \to converge$
Yeink, converge assolutamente

40) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(2+n^3) - 5\sqrt{x^2-x} + 2^{-x^4+5x}}{5x + 3\ln x - x\ln x}$
$\sim \frac{x}{x\ln x} = 0$

41) $f(x) = \frac{2x^3+4x}{2-x^2} + e^{-\frac{1}{x}}$
Asintodo obliquo.. Yey
$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x^3+4x}{2-x^2} + e^{-\frac{1}{x}}\right) * x \sim \frac{2x^3}{-x^2} * x = -2$
$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^3+4x}{2-x^2} + e^{-\frac{1}{x}} + 2x \sim \frac{2x^3}{x^2} + 2x = \frac{2x^3-2x^3}{-x^2}$
Okay, riprendiamo la e che pensavo fosse inutile
$= e^{-\frac{1}{x}} = e^0 = 1$
$y = -2x + 1$

42) $f(x) = \sqrt{x^2+2x+3}$
$f'(x) = \frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x+3}}$
$f'(1) = \frac{4}{2\sqrt{1+2+3}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$

43) $f(x) = e^x\sqrt[3]{x-1} > 1$
$e^x > 0 \to \forall x e \mathbb{R}$
$\sqrt[3]{x-1} > 1$
$x - 1 > 1 \to x > 2$
$(\alpha, \infty), \alpha > 1$

44) $f(x) = \ln(x^2+2x+3)$
Monotona crescente
$f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x+3}$
$2x + 2 > 0 \to x >$ -1
$x^2 + 2x + 3 > 0$
$D = 4 - 12 \to \forall x e R$
$(-1, \infty)$

45) $a_n = 3^{n+(-1)^n n}$
1. $e^{1-1} = 1$
2. 3^{2+2}
3. $3^{3-3} = 1$
4. 3^{4+4}

Estremo inferiore = 1

46) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \sin x$
$x \to 1$
$\sin x \to -\cos x$
$-x\cos x + \int \cos x$
$-x\cos x + \sin x$
===
$\cos(0) = 1$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
$\cos(\pi) = -1$
$\sin(0) = 0$
$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
$\sin(\pi) = 0$
===
$-\pi\cos\pi + \sin\pi - \left(\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\right)$
$\pi - 1$
Fuck ho appena scoperto che ho sessione