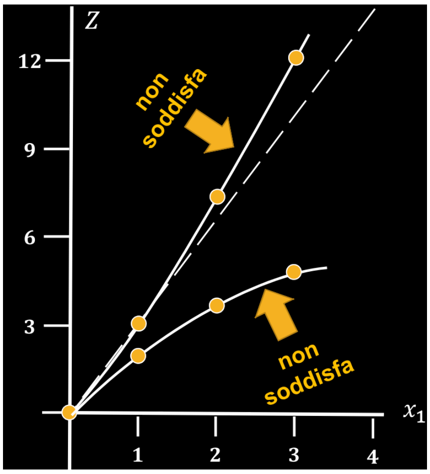
# Possibili domande teoria 1

Sunday, 5 November 2023 17:08

* = Domanda fatta dal prof
# = Domanda che per me ci potrebbe essere in esame

1) Spiegare perchè il risultato ottimale si troverà sempre nei vertici/spigoli
   Siccome, se non fosse di uno spigolo te potresti aumentare/diminuire la funzione obiettivo e trovarti comunque nella regione amissibile
2) Quali sono le possibili soluzioni di un problema PL e perchè possono accadere #
   - 1 unica soluzione, vertice del poligono convesso
   - Infinite soluzioni ottime, lato del poligono convesso
   - Non ammette soluzioni
     - Regione amissibile vuota
     - Regione amissibile illimitata e funzione obiettivo illimitata
3) Quali sono le assunzioni implicite di un PL #
   - Proporzionalità, il contributo di ogni variabile decisionale è proporzionale al valore assunto dalla variabile stessa




   - Adittiva, ogni funzione è la somma dei contributi delle variabili decisioni
     Se abbiamo 2 variabili decisionali
     (1, 0) + (0, 1) = (1, 1)
     Se però ci esce che
     $(1, 0) = 5$
     $(0, 1) = 3$
     $(1, 1) = 9$
     $(1, 0) + (0, 1) = 5 + 3 = 8 \neq (1,1) = 9$
     Allora non è soddisfatta
   - Continuità, ogni valore in Rn è accettabile (ma possibile non amissibile)
   - Certezza il valore assegnato ad ogni parametro è noto e costante

4) Cos'è un vertice e come si determina se 2 vertici sono adiacenti? E cos'è uno spigolo?
Un vertice è l'intersezione di n equazioni, si dice che un vertice è amissibile quando rientra nei nostri vincoli, si dice che sono adicacenti se sono collegati da 1 spigolo.
Uno spigolo giace all'intersezione di n-1 equazioni di frontiera

5) Quando si può dire che una soluzione è ottimale parlando di tabluau?
Dato il test di ottimalità, se una soluzione vertice non ammette vertici adiacenti con funzione obiettivo Z migliore, allora la soluzione in questione è ottimale

6) Cosa sono le variabili slack ed a cosa servono
Esse servono affinchè noi possiamo trasformare delle disequeazioni in equazioni, e questo è necessario affinchè noi possiamo attraversare il nostro poligono attraverso i vertici.
Es:
$x_1 \leq 4 \Rightarrow s_1 = 4 - x_1 \Rightarrow x_1 + s_1 = 4, s_1 \geq 0$

7) Proprietà dei vertici ammissibili: #
   1) Se esiste solo 1 soluzione ottimale, allora il vertice è amissibile
      Se esistono soluioni ottime multiple, allora almeno 2 di queste soluzioni son
      vertici amissibili tra loro adiacenti
   2) Esiste un numero finito di vertici amissibili
   3) Se un vertice ammissibile non amette vertici amissibili a lui adiacenti con soluzione migliore, allora non esistono soluzioni ottimali migliori, quindi lui è la soluzione ottiamle

8) Indicare le differenze tra problema standardizzato primale e duale * #
   - Da un problema di massimizzazione diventa un problema di minimizzazion
   - I coefficenti del primale diventano termini noto del duale
   - I termini noti del primale diventano coefficenti del duale
   - I coefficenti di ogni variabile nei vincoli del primale diventano il corrispondente del duale
   - $\leq \Rightarrow \geq$


9) Indica le proprietà della relazione tra primale-duale * #
   - Proprietà di dualità debole
     Se x è una soluzione ammissibile per il problema primale, ed y è una soluzione amissibile per il problema duale, allora si sa che
     $cx \leq by$
   - Proprietà di dualità forte
     Se $x^*$ è una soluzione ottimale del problema primale, ed $y^*$ è una soluzione ottimale del problema duale

$cx^* = by^*$

Noi chiameremo $y_i^*$ come prezzi ombra del problema primale

10) Cosa servono i prezzi ombra? #

I prezzi ombra servono per mostrare il contributo delle singole variabili alla funzione obiettivo

11) Dire le proprietà della teoria di dualità #

- Proprietà di simmetria

  Per ogni problema prima e relativo problema duale tutte le relazioni tra di loro sono simmetriche
- Soluzioni complementari

  Ogni sluzioni x del primale ci sarà sempre una soluzione complementare y del duale dove

  $cx = yb$

  Se x non è ottimale nel primale, y non è amissibile nel duale qui
- Soluzioni ottimali complementari

  Se troviamo una soluzione ottimale del prima, avremo anche una soluzione ottimale del duale

  $cx^* = by^*$
- Le sole possibili relazioni tra duale e primale sono:
  - Se un problema ha soluzioni amissibili e funzione limitata, allora lo stesso succederà con l'altro, quindi proprietà debole e forte sono applicabili
  - Se una ha soluzioni amissibili e funzione obiettivo illimitata, l'altro non ha soluzioni amissibili
  - L'inverso del punto di sopra

12) Definire la proprietà della Complementary Slackness: * #

Chiamando n il numero di variabili aumentate del problema primale, il prodotto tra la i-esima variabile del primale e la ((i+n) % i)-esima variabile del duale deve essere nullo.

Es.

Chiamiamo x1, x2, x3 e x4, x5 rispettivamente le variabili non aumentate e aumentate del problema primale. Allora chiamate yi le variabili del duale:

x1 * y(1+2)%5 = x1 * y3 = 0

x2 * y(2+2)%5 = x2 * y4 = 0

x3 * y(3+2)%5 = x3 * y5 = 0

x4 * y(4+2)%5 = x4 * y1 = 0

x5 * y(5+2)%5 = x5 * y2 = 0

| | | | Problema Primale | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | coefficiente di | | | | termine noto | |
| | | | $x_1$ | $x_2$ | ... | $x_n$ | | |
| ale | ente | $y_1$ | $a_{11}$ | $a_{12}$ | ... | $a_{1n}$ | $\leq b_1$ | della iettivo zione) |

| Problema Du | coefficie di | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $y_2$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | … | $a_{2n}$ | $\leq b_2$ |
| | | … | … | … | … | … | $\leq$ … |
| | | $y_m$ | $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | … | $a_{mn}$ | $\leq b_m$ |
| | termine noto | | $\geq$ $c_1$ | $\geq$ $c_2$ | $\geq$ … | $\geq$ $c_n$ | |
| | | | coefficienti della funzione obiettivo (massimizzazione) | | | | |

coefficienti funzione ob (minimizza

13) E' possibile in un tableau avere una soluzione ottimale se abbiamo un valore negativo in Z? *
Questo è sufficente ma non necessario

14) Relazione tra primale e duale nelle soluzioni * #
- Se nel primale abbiamo un ottimo finito, allora anche nel duale
- Se abbiamo nel primale un ottimo illimitato, nel duale è impossibile
- Se nel primale è impossibile, nel duale o è impossibile oppure illimitato

15) Se il primale ha un ottimo multiplo, in duale ha un ottimo degenere? *
Si

16)

| Primale (MAX) | | Duale (MIN) | |
|---|---|---|---|
| Vincolo di variabile | ≥ | ≥ | Vincolo funzionale |
| | free | = | |
| | ≤ | ≤ | |
| Vincolo funzionale | ≥ | ≤ | Vincolo di variabile |
| | = | free | |
| | ≤ | ≥ | |

| Primale (MIN) | | Duale (MAX) | |
|---|---|---|---|
| Vincolo di variabile | ≥ | ≤ | Vincolo funzionale |
| | free | = | |
| | ≤ | ≥ | |
| Vincolo funzionale | ≥ | ≥ | Vincolo di variabile |
| | = | free | |
| | ≤ | ≤ | |

17) Cosa sono le condizioni di ortogonalità? (Stessa domanda di 12 ma più informale) *#
Moltiplicando le variabili non aumentate del primale con le variabili aumentate de duale
E moltiplicando le variabili aumentate del primale con le variabili non aumentate del duale
Deve fare 0

18) In cosa consiste il test di ottimalità #
Consiste nel controllare se un vertice ha soluzione migliore nei suoi vertici adiacenti, per farlo si controlla il tasso di miglioramento nei vertici adiacenti

19) Cosa vuol dire che una variabile non è in base #
Le variabili non in base sono = 0 e questo vuol dire che sono quelle che determinano geometricamente le equazioni la cua intersezione è il vertice