Palindroma

Wednesday, 15 November 2023 22:29

- Dato un insieme S = <s1,...sn>
  Determinare il numero minimo di caratteri per renderla palindroma.
- Esempio:
  - $S = \epsilon \rightarrow$ Palindroma
  - $S =< OSSO > \rightarrow$ Palindroma
  - $S =< CASA > \rightarrow$ Aggiungere 1 C $\rightarrow < CASAC > \rightarrow$ Palindroma
- Definizione sottoproblema
  - $S = \epsilon \rightarrow$ Palindroma, f(S)=0
  - $S = a, \forall A \in Z \rightarrow$ Palindroma, f(S)=0
  - $|S| \geq 2$
    Allora avremo S come:
    aS'b
    E qui abbiamo 2 casi:
    - A = b, S è palindroma se lo è anche S': $f(S')$
    - A != b
      Abbiamo 2 possibilità:
      - Aggiungere a alla fine di s
        $f(S) = 1 + f(S'b)$
      - Aggiungere b all'inizio di s
        Type equation here.
        $f(S) = 1 + f(aS')$

    Noi qui dobbiamo definire 2 indici:
    - I=0, che indicherà l'inizio della nostra stringa
    - J=n, che indicherà la fine della nostra stringa

    E noi cercheremo di farli avvicinare tra di loro
    Usiamo m_{ij} come output per definire il numero di caratteri da aggiungere per rendere S_{ij} palindroma
- Equazione ricorrenza
  - Caso base: $i \geq j$
    - $i = j$
      Qui S_{ij} è composta solo da 1 carattere, quindi $m_{ij} = 0$
    - $i > j$
      Qui S_{ij} è vuota, siccome per definizione $1 < i < j < n$ e quindi $m_{ij} = 0$
  - Passo ricorsivo: $i < j$

- Passo ricorsivo: $i < j$
  Come detto prima, abbiamo 2 casi:
  - $s_i = s_j, S_{ij}$ = Palindroma
    E quindi $f\left(S_{ij}\right) = f\left(S_{i+1,j-1}\right)$
    E quindi
    $m_{ij} = m_{i+1,j-1}$
  - $s_i \neq s_j$
    Allora dobbiamo fare quelle 2 operazioni
    - Aggiungere a alla fine
      $S_{ij} = aS'b \rightarrow aS'ba \rightarrow f(S'b)$
      Quindi
      $S_{ij} = S_{i+1,j}$
      $m_{ij} = 1 + m_{i+1,j}$
    - Aggiungere b all'inizio
      $S_{ij} = aS'b \rightarrow baS'b \rightarrow f(aS')$
      $S_{ij} = S_{i,j-1}$
      $m_{ij} = 1 + m_{i,j+1}$

    Ed ovviamente dobbiamo prendere il massimo

Scriviamo tutto bene

$$m_{ij} = \begin{cases} 0 & i \geq 1 \\ m_{i+1,j-1} & s_i = s_j \\ Camilla^* & else \end{cases}$$

$Camilla^* = \min\{\mathrm{m}_{i+1,j}, m_{i,j+1}\}$

La soluzione si trovarà ad $m_{1,n}$

- Pseudocodice
  - Ricorsivo

```
Def PALric(i, j):
    If i >= j:
        Return 0
    Else:
        If si = sj:
            Return PALric(i+1, j-1)
        Else:
            S1 = PALric(i+1, j)
            S2 = PALric(i, j+1)
            Return MIN(S1, S2)+1
```

  - Iterativo

```
Def PAL(n):
    For i=1 to n:
        For j = i to n:
            Mij = 0
    For i=n-1 down to 1:
```

For i=n-1 down to 1:

For j=i+1 to n:

If si = sj:

Mij = $m_{i+1,j-1}$

Else:

$m_{ij} = 1 + \min\{m_{i+1,j}, m_{i,j+1}\}$