

Stime parametri

Thursday, 11 May 2023

06:34

- Riassunto delle scorse lezioni:

In un I. C. m (intervallo confidenza media)

\bar{x}_n = stimatore di m

E sappiamo che

$$\frac{\frac{\bar{x}_n - m}{\sqrt{\frac{S_n^2}{n}}}}{\frac{o}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x}_n - m}{\sqrt{\frac{S_n^2}{n}}} = \frac{\bar{x}_n - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$$

E detto questi abbiamo costruito l'intervallo di confidenza definito come

$$m \in \left(\bar{x}_n \pm z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{o}{\sqrt{n}} \right)$$

- Per o^2 a livello $100(1 - \alpha)\%$

$o^2 \in (...)$ con cui cade con prob. $1 - \alpha$

S_n^2 = stimatore

E quindi dobbiamo comprendere il suo I.C.

[MINUTO 5 EP 12]

Noi diciamo che...

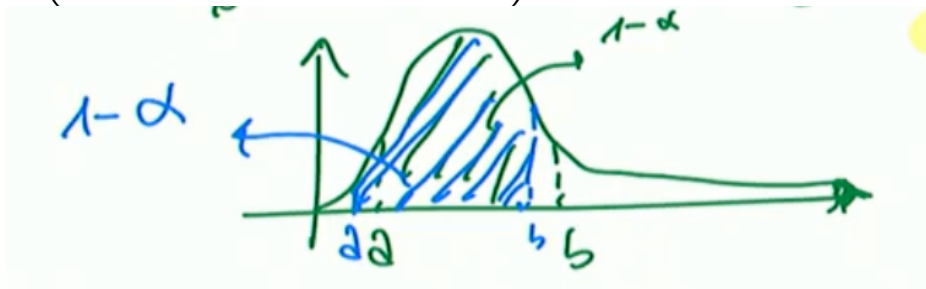
$o^2 \in (\bar{a}S_n^2, \bar{b}S_n^2), \bar{a} < 1, \bar{b} > 1$

E quindi...

$P(\bar{a}S_n^2 < o^2 < \bar{b}S_n^2) = 1 - \alpha$

E quindi....

$$P\left(\frac{n-1}{b} < \frac{S_n^2(n-1)}{o^2} < \frac{n-1}{a}\right)$$



Che stracazzo sto leggendo

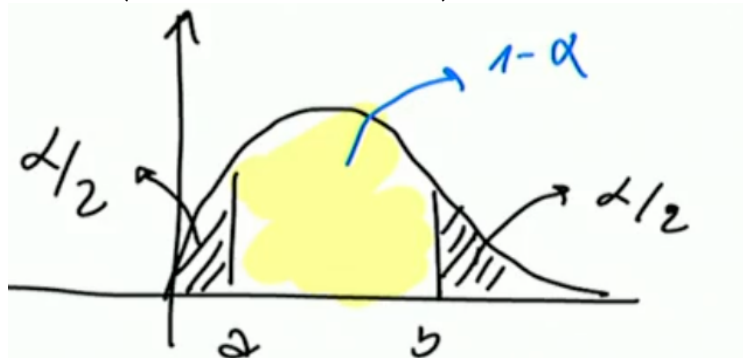
E noi sappiamo che (io no, la prof si)

$S_n^2(n-1)$

$$\frac{S_n^2}{\sigma^2} = Y \sim \chi^2(n-1)$$

E quindi questo ci dice che

$$P_{m, \sigma^2} \left(a < \frac{S_n^2(n-1)}{\sigma^2} < b \right) = 1 - \alpha$$



Grazie alle recale di $\chi^2(n-1)$

$$P(Y > b) = P(0 < Y < a) = \frac{\alpha}{2}$$

$$b = \chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}$$

E questo ci dà il seguente... Che merda di intervallo

$$\left(\frac{(n-1)s_n^2}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}, \frac{(n-1)s_n^2}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}} \right)$$

Se volessimo calcolare o intervallo sinistra, o intervallo destra

$$\left[0, \frac{(n-1)s_n^2}{\chi^2_{n-1, 1-\alpha}} \right]$$

Invece a destra

$$\left[\frac{(n-1)s_n^2}{\chi^2_{n-1, \alpha}}, +\infty \right]$$

- Se la media dovesse stata nota

$$\frac{\bar{S}_n^2 * n}{\sigma^2} \sim \chi^2(n), \quad \bar{S}_n^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - m)^2$$

Esempio:

- Osserviamo il campione $\{1, 2, 4, 5, 3, 5, 6, 0, 4, 6, 7\}, n = 11$
 - 1) Fornire una stima puntuale della varianza usando uno stimatore non distorto

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$s_n = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x}_n)^2$$

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x}_n)^2$$

$$\bar{x}_n = \frac{x_1 + \dots + x_n}{11} = 3.909$$

$$s_n^2 = \frac{1}{10} \sum (x_i - \bar{x}_n)^2 = 4.898$$

2) Intervallo confidenza varianza del 90%

$$IC = 90\% \rightarrow 1 - \alpha = 0.9 \rightarrow \alpha = 0.1$$

$$\left(\frac{(n-1)s_n^2}{X_{n-1}^2 - 1, \frac{\alpha}{2}}, \frac{(n-1)s_n^2}{X_{n-1}^2, 1 - \frac{\alpha}{2}} \right) = \left(\frac{10 * 4.898}{X_{10,0.005}^2}, \frac{10 * 4.898}{X_{10,0.95}^2} \right)$$

$$= \left(\frac{48.91}{18.31}, \frac{48.91}{3.94} \right) = (2.672, 12.413)$$

3) Ora supporre m=4

In questo caso

La formula di S cambia in

$$\bar{s}_n^2 = \frac{1}{N} \sum (X_i - m)^2 = \hat{\sigma}^2 = \bar{s}_n^2$$

E quindi cambia anche la seconda formula

$$\left(\frac{n * \bar{s}_n^2}{X_{n,\frac{\alpha}{2}}^2}, \frac{n * \bar{s}_n^2}{X_{n,1-\frac{\alpha}{2}}^2} \right) = \dots = (2.49, 10.711)$$