

Studio funzioni

venerdì 10 giugno 2022 01:19

1) Soluzioni $e^{x\sqrt[3]{x-1}} > 1$

$$\begin{cases} e^x > 1 \\ \sqrt[3]{x-1} > 1 \end{cases}$$

$$e^x > 1 \rightarrow x > \ln 1 \rightarrow x > 0$$

$$\sqrt[3]{x-1} > 1 \rightarrow x-1 > 1 \rightarrow x > 2$$

Ora dobbiamo unire $x > 0$ e $x > 2$, che diventa

$$x > 2$$

Guardando le soluzioni, l'unica che ha senso è

$$(\alpha, +\infty), \alpha > 1$$

2) La funzione è monotona crescente se

$$f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$$

$$f'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x+3}$$

$$x^2 + 2x + 3 > 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 3 = 4 - 12 = -8 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$$2x + 2 > 0 \rightarrow 2x > -2 \rightarrow x > -1 \rightarrow \text{Risultato}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} e^x \rightarrow x > 0 \\ x + 2 \rightarrow x \leq 0 \end{cases}$$

Questa funzione è suriettiva siccome prende tutto \mathbb{R}

Però non è iniettiva siccome fra $y=2$ e $y=1$ abbiamo duplicati

$$4) f(x) = e^{\sqrt{x}}$$

$$g(x) = \ln(1+x)$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$e^{\sqrt{x}}$$

$$\ln(1 + e^{\sqrt{x}})$$

$$D: 1 + e^{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x} \geq 0 \rightarrow x \geq 0$$

$$\text{Se } x = 0$$

$$\ln(1 + e^0) = \ln(2) \in \mathbb{R}$$

Quindi

$$x \geq 0$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \ln^3 n - n^3 \ln^2 n + 4 \arctan n}{n^3 \ln^2 n - n^2 \ln^5 n - e^{-n^2}} \sim \frac{-n^3 \ln^2 n}{n^3 \ln^2 n} = -1$$

6) Sia f continua da $[a, b]$, allora

- Il punto di max/min sono in $a-b$

Non è detto. Li possiamo avere anche in un'altra funzione

- Assume tutti i valori fra a e b

Non tutte le funzioni, in un intervallo stesso, vanno da $-\infty$ a $+\infty$

- Può non avere estremi relativi

Se è continua e $[a, b]$ sono inclusi, li contiene

- Assume valore

$$\frac{f(a) + f(b)}{2}$$

$$2$$

Sono andato per esclusione