Variabili aleatorie normali

Thursday, 23 March 2023 12:02

[Inserire foto]

- $f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$
  $Z(\Omega) = (-\infty, \infty)$
  $Z \sim N(0,1)$
  $E[Z] = 0$
  $Var[Z] = 1$
- $P(Z \in [s,t]) = \int_s^t f_z(z)$
  Però non è possibile esprimerla carina
  Quindi si utilizza questo:
  Funzione di ripartizione di Z Φ
  $\Phi(z) \coloneqq f_z(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^{Z} f_z(t)\, dt$
  Per il calcolo si utilizza una tabella
  $P(Z \in [s,t]) = \Phi(t) - \Phi(s)$

- Siccome non sempre i numeri sono centrati a 0
  Noi vogliamo poter spostare questa campana e allargarli la lunghezza
  Per farlo abbiamo creato:
    - M = Altezza campana
    - O = spostare la campana da 0, un bias

  E questo si chiamerà
  $X \sim N(m, o^2)$
  Qui la funzione cambia così:
  $f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi o^2}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2o^2}}$
  Qui quindi cambiano:
  $E[x] = m$
  $Var[X] = o^2$
  E' possibile passare ad una normale Z standard:
  $Z \coloneqq \frac{X - m}{o} \sim N(0,1)$
  E' come se facessimo
  $Y \coloneqq aX + b$
  Definiamo

$X \sim N(m_x, o_x^2), Y \sim N\left(m_y, o_y^2\right) ind \Rightarrow X + Y \sim N\left(m_x + m_y, o_x^2 + o_y^2\right)$

- $Se\ X\ è\ normale \Rightarrow Y \coloneqq aX + b$ è normale
  $X \sim N(m, o^2) \Rightarrow Y \sim N(am + b, a^2 o^2)$
  $$E[Y] = aE[X] + b, \qquad Var[Y] = a^2 Var[X]$$
- X, Y sono indipendenti $\Rightarrow X + Y$ è normale