Studio derivate

sabato 5 febbraio 2022 15:23

1) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2$
Siccome chiede minimo/massimo
$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 4x = x(4x^2 + 6x - 4)$
$x > 0$
$4x^2 + 6x - 4 > 0$
$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 10}{8} = -2, \frac{1}{2}$
$x < -2 \; v \; x > \frac{1}{2}$
-2 0 $\frac{1}{2}$
+++++++-------------+++++++++
----------------++++++++++++++
- | + | - | +
  - Minimo in -2 e 1/2 -> vero
  - Massimo in -2 e 1/2
  - Minimo in 0 e 1/2
  - Massimo in -2 e 0

2) $\ln^2 x - \ln(\ln x)$
Cresce:
$f'(x) = \frac{2\ln x}{x} - \frac{1}{x\ln x}$
Come si fa questo maggiore di 0?

3) $f(x) = 3 - x^2 + x^3, [-1, 2] \to R$
$f'(x) = -2x + 3x^2$
$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2}{6} = 0, \frac{2}{3}$
+++++0------$\frac{2}{3}$++++++
  - Minimo in x = 2-> no, sta salendo
  - (-1, 2)->f(-1)=1
  - Massimo in x = -1 -> Sale anche dopo 2/3
  - F non assume mai il valore 2 -> Neanche (?)

4) Quale soddisfa laGrande in $[0, 2]$
  - $|x-1| + x^2$
  - $e^{|3x-1|}$
  - $\sqrt[3]{x} - |x-3| \to si$
  - $\sqrt[3]{2x-1}$

5) $f(x) = x^3 * \ln(3 + x^2)$
$f'(x) = 3x^2 * \ln(3 + x^2) + \frac{2x^4}{3 + x^2}$
$f''(x) = 6x * \ln(3 + x^2) + \frac{6x^3}{3 + x^2} + \frac{8x^3(3 + x^2) - 2x^4 * 2x}{(3 + x^2)^2}$
$f''(1) = 6 * \ln(4) + \frac{6}{4} + \frac{28}{16} =$
(ho fatto qualche errore di calcolo/derivate, ops)
Risultato: $6\ln(4) + \frac{13}{4}$

6) La grande su $[0, 3]$:
$f(x) = 9\sqrt[3]{9x} - x^3$
$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{9(\sqrt[3]{27} - 3^3)}{3} = 0$

7) $f(x) = 2x^2 + k\ln x$
Convessa da $[0, +\infty)$ se k è
$f'(x) = 4x + \frac{k}{x}$
$f''(x) = 4 - \frac{k}{x^2}$
$4 - \frac{k}{x^2} > 0$
$-\frac{k}{x^2} > -4$
$\frac{k}{x^2} < 4$
Risposta: k=-1

8) Mc Laurin secondo ordine

$f(x) = \ln \cos x$

$f'(x) = \frac{-\sin x}{\cos x} = \tan x$

$f''(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$

$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + f''(x)(x - x_0)^2$

$\frac{1}{1} - x^2$

9) *Convessa:*

$\ln(1 + 4x^2)$

$f'(x) = \frac{8x}{1 + 4x^2}$

$f''(x) = \frac{8(1 + 4x^2) - 8x(1 + 4x^2)}{(1 + 4x^2)^2} =$

$= \frac{8 + 32x^2 - 8x * 4 * 2x}{(1 + 4x^2)^2} = \frac{-32x^2 + 8}{(1 + 4x^2)^2}$

Come minchia faccio questo > 0