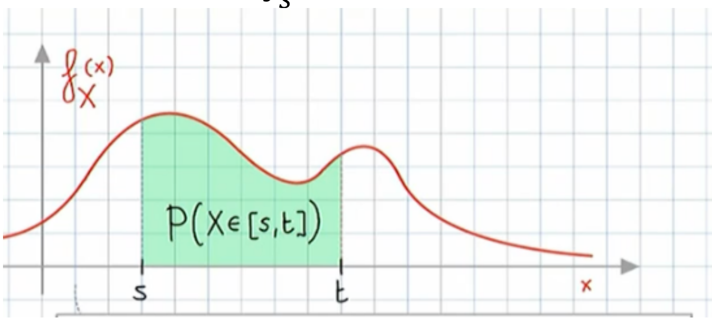
Non discrete

Thursday, 16 March 2023 11:49

- X è non discreta (assolutamente continua) se $f(x)$ detta densità
- $X: \Omega \to R$

  $P(X \in A) = \int_A f_X(x)\, dx \to$ Semiretta

  $P(X \in [s,t]) = \int_s^t f_X(x)$

  Nota: non è nulla di diverso da quando X è discreta siccome,
  Quando nella discreta abbiamo es $\Omega = \{1,2,3,4\}$
  Qui noi siamo nei reali dove $\Omega = \{1 \le x \le 4\}$

- Proprietà:
  - $f_x(x) \ge 0\ \forall x \in R$
  - $\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(x) dx = 1$

    Nota:
    $P(X = x) = 0 \to P(X = x) = P(X \in [x,x]) = P\big(X \in [x,x)\big) = P\big(X \in (x,x)\big)$
    Quindi
    $$\sum_{x \in (-\infty,+\infty)} f_x(x) = 0 \ne \int_x^x f_x(t)\, dt$$
    $f_x(x) \ne P(X = x)$ ameno che $f_x(x) = 0$

- Variabile aleatoria = Valore casuale
  Densità = Funzione che ci dà uno strumento per calcolare le probabilità

- Con X discreta:

$P(X \in \lfloor s,t \rfloor) = \sum P_x^{\sim\iota}$

Con X continua:

$$P(X \in [s,t]) = \int_s^t f_x(x)\,dx$$

- Una variabile aleatoria si dice uniformemente continua in [a, b]
  Se
  $$f_x(x) = \begin{cases} c \ se \ x \in [a,b] \\ 0 \ se \ x \notin [a,b] \end{cases}$$
  $$c = \frac{1}{b-a}$$
  Per sapere la probabilità di tra l'intervallo e non dei singoli elementi
  $$P(X \in [s,t]) = \frac{t-s}{b-a}$$
  Inserire foto
  Questo si scrive $X \sim U(x)$
  Se $X \sim U(a,b)$: $\quad X(\Omega) = [a,b]$
  Esempio:
  $$X \sim U\left(0,\frac{1}{2}\right) : f_x x = 2 \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2} - 0} = 2 \quad \forall \, x \in \left[0,\frac{1}{2}\right]$$
  Il valore medio:
  $$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x * f_x(x) = \frac{a+b}{2}$$
  $$Var[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 * f_x(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$
  In x discreta
  $$E[X] = \sum x_i * p_x(x_i)$$
  $$Var[x] = \sum x_i^2 * p_x(x_i)$$
  $$SD[X] := \sqrt{Var[x]}$$
  Le proprietà rimangono le stesse:
  - $E[X + c] = E[X] + c$
  - $E[cX] = xE[X]$
  - $E[X + Y] = E[X] + E[y]$
  - [METTI VARIANZE]
- Variabile aleatoria esponenziali
  Sia τ una costante
  $$\lambda := \frac{1}{\tau}$$
  $$f_x(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} \rightarrow \ x \geq 0 \\ 0 \rightarrow x < 0 \end{cases}$$
  Una densità così è chiamata esponenziali di parametro λ e si scrive $X \sim Exp(\lambda)$
  $$P(X \in [s,t]) = e^{-\lambda s} - e^{-\lambda t}$$
  $$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$
  $$Var[X] = \frac{1}{\,}$$

$Var[X] = \frac{1}{\lambda^2}$

Nota:

$Y \sim U(0,1)$

Allora $X := \frac{1}{\lambda}(-\log y) \sim Exp(\lambda)$

$X \sim Exp(\lambda)$: $\quad X(\Omega) = [0, \infty)$