Variabili aleatorie discrete teoria

Monday, 3 April 2023 08:14

1) $X(\Omega) = \{-1, +1\}$
   $P(X = -1) = \frac{1}{3}$
   $E[X] = ?$
   Allora, su queste non credo di essere molto ferrato però, ci provo
   $P(X = 1) = \frac{2}{3}$
   $E[X] = -1 * \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

2) Un dado a 6 facce in modo tale che al posto del 6 abbiamo il 3
   Qual è la densità discreta?
   Beh
   $P_X(\{1,2,4,5\}) = \frac{1}{6}$
   $P_X(\{3\}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
   (dopo spiega 1/5 se ho fatto giusto)

3) Lanciamo 2 dadi regolari a 6 facci
   Ed i risultati X, Y
   $Z \coloneqq 4X - 3Y$
   Scegliere una delle alternative:
   a. $Var[Z] = 0$
      $Var[Z] = E[Z^2] - E[Z]^2$
      $Var[4x - 3Y] = E[(4X - 3Y)^2] - E[4x - 3Y]^2$
      E quindi anche B è sbagliata
   c. $E[Z] = E[X]$
      Credo sia l'unica

4) Famiglia con 3 figli/e estratti a caso
   E si suppone che ogni figlio, possa essere o maschio o femmina con stessa probabilità
   Indichiamo X il numero di figlie femmine
   Qual è la distribuzione di X?
   Quindi dobbiamo comprendere se è una binomiale, una Bernoulli oppure

Poisson

a. Escludiamo poisson siccome poisson assume tante prove con un numero grandissimo di valori che tutti hanno una probabilità piccolissima, qui abbiamo 2 output con 3 famiglie
b. Non è una bernulli siccome abbiamo 3 famiglie
c. E' una binomiale siccome, abbiamo 2 output, maschio/femmina, <p, 1-p>
   Con N=3 casi
   Quindi $Bin\left(3, \frac{1}{2}\right)$

5) Ora dell'esercizio sopra calcoliamo la varianza
MA CHE CAVOLO HO NOTATO ORA CHE LE FAMIGLIE SONO 2 LIMORTACCI VOSTRA
X=Figli maschi prima famiglia
Y=Figli maschi seconda famiglia
$Var[X + Y] = Var[2x] = 4Var[X]$
Eeee questa è sbagliata
Okay rileggendo ho scritto una bella cavolata
Var[X+Y]=Var[X]+Var[Y]=Var[X]+Var[X]=2Var[X]
Credo?

6) X=Numero figli maschi
Y=Numero figli femmina
$Var[X + Y]$
Noi possiamo dire che Y è l'opposto di X, quindi
$Var[X + (1 - X)] = Var[1] = 0$

7) Quale è corretta?

a. X, Y hanno la stessa distribuzione, il mio intuito mi dice di si
b. $X = Y$ non per forza
c. X, Y sono indipendenti, nah Y dipende da X
d. $Var[X] > Var[Y]$ tecnicamente no

8) X variabile di poisson $\lambda \in (0, \infty)$
$P(X = 0) = e^{-1}$
Sappiamo che $Var[X] = E[X] = \lambda$
E quindi i primi due sono sbagliati sicuramente
Ora però abbiamo c, d
Ciò che mi mette in dubbio è che, c è un sottoinsieme di d
Se d è vera, c è anche vera
Quindi andrei con c

Non so perche la d e sbagliata tho

9) X una discreta che prende i valori in $\{-1, 0, 1\}$
In modo tale che $0 < P(X = 1) = P(X = -1) < 1$
Quale delle seguenti è sicuramente vera

a. $P(X = 0) = \frac{1}{3}$
Questo ci sta dicendo che $P(X = 0)$ Deve per forza essere $\frac{1}{3}$
Ilchè è sbagliato, siccome possiamo trovare tantissime frazioni, es b

b. $P(X = 0) = \frac{1}{2}, Var(X) = \frac{3}{4}$
Allora
Se $P(X = 0) = \frac{1}{2}$
Allora
$$P(X = 1) = P(X = -1) = \frac{1 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$
E quindi
$$Var[X] = \frac{1}{2}$$

c. $E[X] = 0, Var(X) = ?$
Si va ad esclusione.

La soluzione della prof:
$$E[X] = -1 * P(X = -1) + 0 * P(X = 0) + 1 * P(X = 1)$$
$$= -1 * P(X = -1) + 1 * P(X = 1)$$
E siccome $P(X = -1) == P(X = 1)$
$$= -1 + 1 = 0$$

E detto questo
$Var(X) = E[X^2] - E[X]^2$
$E[X]^2 = 0$
Quindi
$$Var(X) = E[X^2] = (-1)^2 P(X = -1) + (1)^2 * P(X = 1)$$
$$= 2P(X = 1)$$
Però non sappiamo quanto $P(X = 1)$ vale
Quindi non abbiamo abbastanza dati

10) A, B eventi indipendenti t.c. (tali che) 0<P(B)<1, P(A)=1/3
Che cosa possiamo dire $x := P(A|B^c)$

Siccome A, B sono indipendenti
Anche $P(A|B^c)$ sono indipendenti

$$P(A \mid B\hat{}c\ ) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

$Ci\ manca$

$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$

$Siccome\ A\ e\ B\ sono\ indipendenti$

$P(A \cap B\hat{}c\ ) = P(A) - P(A)P(B) = P(A)(1 - P(B)) = P(A)P(B^c)$

$Ora\ possiamo\ sostituire$

$$P(A|B^c) = \frac{P(A)P(B^c)}{P(B^c)} = P(A)$$

11) *X~V(5, 10)*

P(X≤5)

Siccome è gaussiana

La densità è simmetrica rispetto alla retta $X = u$

In questo caso $u = 5$

Noi abbiamo $[0, 5][5, 10]$

Detto questo, abbiamo metà prima di 5 e metà dopo 5

Quindi $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

$Se\ la\ vogliamo\ scrivere\ pi$ù $carina$

$$P(X \leq 5) = P(X - 5 \leq 0) = P\left(\frac{X - 5}{\sqrt{10}} \leq 0\right)$$

$$-> \ L'abbiamo\ resa\ standard\colon\ Z \sim V(0, 1)$$

$Quindi\ ora\ abbiamo\ una\ campana\ simmetrica\ all'asse\ Y$