Formule

lunedì 31 gennaio 2022 12:22

Ordini infiniti

$\log_a^b n < n^a < a^n < !n < n^n$

Forme indeterminate

$\pm\infty \mp \infty, 0 \pm \infty, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, \frac{\pm\infty}{\mp\infty}, 0^0, 1^\infty, \infty^0$

Limiti notevoli

$\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

$\frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\frac{ax - 1}{x} = \ln(a)$

$\left(1 + \frac{n}{x}\right)^x = e^n$

$\frac{(1+x)^c - 1}{x} = c$

$(1 + kx)^{\frac{1}{x}} = e^k$

$\frac{\sin(x)}{x} = 1$

$\frac{1 - \cos(x)}{x} = 0$

$\frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

$\frac{\tan(x)}{x} = 1$

$\frac{\text{arctg}(x)}{x} = 1$

X può essere sostituita con f(x)
Se è infinitesimo

Serie

- Converge se
  $\lim_{x\to\infty} s_n = l$
- *Se a_n converge, b_n diverge, $a_n + b_n$ = diverge*

Geometrica

$\sum_{n=0}^{+inf} q^n$

- $\frac{1}{1-q} \to -1 < q < 1$
- $+\infty \to \quad q \geq 1$
- Oscilla $\to q \leq -1$

$\sum_{n=0}^{+inf} \frac{1}{n^a * \ln^b n}$

- Converge -> $a > 1$ || $a = 1, b = 1$
- Else: diverge

Telescopica

$\sum_{n=0}^{+inf} a_k \to a_k = b_k - b_{k+1} \to \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

Convergenza Assoluta

$\sum_{n=0}^{+inf} |a_n| \to serie\ converge$

Serie regolare

$\sum_{n=0}^{+inf} a_n \quad a_n \geq 0 \quad VneN \to serie\ regolare$

Serie armonica

$\sum_{n=0}^{+inf} \frac{1}{n} \to diverge$

Però

$\sum_{n=0}^{+inf} \frac{1}{n^a}$

- $a > 1$ -> converge
- $a \leq 1$ -> diverge

Digita l'equazione qui.

Criterio del confronto

$a_n \leq b_n$

- $a_n diverge \ \to b_n diverge$
- $b_n\, converge \ \to a_n\, converge$

Criterio della radice

$\sum^{+inf}$

- Converge -> l < 1

- b_n *converge* $\rightarrow a_n$ *converge*

Criterio della radice

$$\sum_{n=0}^{+inf} a_n \rightarrow \lim_{x\rightarrow+\infty} \sqrt[n]{a_n} = l$$

- Converge -> $l < 1$
- Diverge -> $l > 1$
- $l == 1$ -> nulla

Criterio Leibnitz

$$\sum_{n=0}^{+inf} (-1)^n * a_n$$

- $a_n > 0$ \
- $\lim_{x\rightarrow+\infty} a_n = 0$ $| \rightarrow converge$
- $a_{n+1} < a_n$ /

Confronto asintotico

a_n, b_n

$$\lim_{x\rightarrow+\infty} \frac{a_n}{b_n} = l \rightarrow stesso\ carattere$$

Criterio rapporto:

$$\lim_{n\rightarrow+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l$$

- $l < 1 \rightarrow converge$
- $l > 1 \rightarrow diverge$

O piccolo/grande

$$f(x) = o(g(x)) \rightarrow \lim_{x\rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

$$f(x) = O(g(x)) \rightarrow \lim_{x\rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = l$$

Funzioni

Limiti

- Superiormente limitato ->$\lim_{x\rightarrow\infty} f(x) = l$ \
- Inferiormente limitato ->$\lim_{x\rightarrow-\infty} f(x) = l \quad \rightarrow limitata\ \ se\ \ veri$

$$\lim_{x\rightarrow x_0} (gof)(x) = \lim_{x\rightarrow x_0} g(f(x)) = \lim_{y\rightarrow y_0} g(y)$$

Derivata

- Rapporto incrementale: $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

- Teorema di Hotital:
  Se la forma indeterminata è $\frac{0}{0}$ oppure $\frac{\infty}{\infty}$
  Allora
  $$\lim_{x\rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$$
- Significato: coefficiente angolare della rette tangente sul punto
- Se è derivabile allora è continua, però non è detto il contrario
- Retta tangente: $y - y_0 = m(x - x_0)$
- Taylor:
  $$f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} * (x-x_0)^2 + \cdots$$
  (continuare fino al livello richiesto)
- McLaurin: Taylor con $x_0 = 0$
- laGrange
  $f : [a, b]$
  - f è continua in [a, b]
  - f è derivabile in (a, b)

  $$\rightarrow f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$\int f'(x) * f(x) = \int f(x)$$

- Convessa: f''(x)>0
- Concava: f''(x)<0
- Flesso: punti dove cambia la concavità -> retta tangente di flesso
- $(fog)'(x) = f'(g(x)) * g'(x)$
- Derivata funzione inversa: $g'(x) = \frac{1}{f'(x)}$
- $f(x) * g(x) = f'(x) * g(x) + f(x) * g'(x)$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{f'(x) * g(x) - f(x) * g'(x)}{g(x)^2}$

Formule

$c = 0$

$x^a = ax^{a-1}$

$\sqrt{x} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$\sin x = \cos x$

$\cos x = -\sin x$

$\tan x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$\ln x = \dfrac{1}{x}$

$e^x = e^x$

$a^x = a^x * \ln a$

$\arcsin x = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\text{arctg}\, x = \dfrac{1}{1+x^2}$

Integrale

- Primitiva di una funzione
- $\int_a^b f(x)$ = integrale in b - integrale in a
- Significato: area della funzione rispetto all'asse delle x
- Area figura piana fra f-g: fare l'integrale fra a, b di f e g per poi sottrarre
- Nota: se il grafico fa su e giù per l'asse delle x devi spezzare l'integrale
- Media integrale: $\frac{1}{b-a} * \int_a^b f$
- Integrazione per parte:

  $$f(x) * g(x) = f(x) * \int g(x) - \int f'(x) * \int g(x)$$

  $$f(x) * g'(x) = f(x) * g(x) - \int f'(x) * g(x)$$

Formule

$$\int 1 = x$$

$$\int x^a = \frac{x^{a+1}}{a+1}$$

$$\int \frac{1}{x} = \ln|x|$$

$$\int e^x = e^x$$

$$\int a^x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \sin x = -\cos x$$

$$\int \cos x = \sin x$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$$

$$\int 1 + \operatorname{tg}^2 x = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x$$

-brock-

Punti di discontinuità

1) Salto
   $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = l$ && $\lim_{x\to x_0^+} g(x) = l$
   -> Punti esistono ma sono diversi
2) Essenziale
   Se almeno f(x) oppure g(x) ha limite infinito/non esiste
3) Eliminabile
   Il punto non è definito sia a sinistra che a destra
   Oppure è un singolo punto distaccato dalla funzione, sinistra destra

Asintoti

- Orizzontale
  Quando la funzione va' verso infinito
  $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$
- Verticale
  Quando la funzione è infinita in una finita x
  $\lim_{x\to x_0} f(x) = inf$
- Obliquo
  $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = m$
  -> deve uscire finito diverso da 0
  $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) - m * x$

Punti di non derivabilità

- Cuspide
  Derivata destra e sinistra sono segno opposto
- Punto angoloso
  Derivata sinistra e destra sono diverse e una infinito
- Flesso tangente verticale
  Una è $\mp\infty$e l'altra $\pm\infty$
- Minimo assoluto: punto più piccolo della funzione