

# Logica proposizionale

giovedì 13 gennaio 2022

13:25

1)  $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

-> Bisogna dimostrare che sia  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \vee B)$  e sia  $(A \rightarrow B) \leftarrow (\neg A \vee B)$

| PRIMA FORMULA |

$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \vee B)$

$F(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \vee B)$

-> F->

T  $A \rightarrow B$ , F  $\neg A \vee B$

-> T->

| F  $\neg A \vee B$ , FA | F  $\neg A \vee B$ , TB |

| F  $\neg A$ , FB, FA | F  $\neg A$ , FB, TB |

| TA, FB, FA | F  $\neg A$ , FB, TB |

Sono tutti e due chiusi, la formula è una tautologia

| SECONDA FORMULA |

$(\neg A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

$F(\neg A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

-> F->

T  $\neg A \vee B$ , FA  $\rightarrow B$

-> F->

T  $\neg A \vee B$ , TA, FB

-> Tv

| TA, FB, T  $\neg A$  | TA, FB, TB

-> T~

| TA, FB, FA |

Sono tutti due chiusi, la formula è tautologica

| TABELLA DI VERITA' |

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

$P = (A \rightarrow B)$

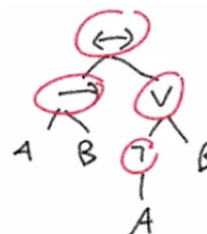
$Q = (\neg A \vee B)$

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

| SPECIFICO |

A	B	$\neg A$	$\neg A \vee B$	$A \rightarrow B$	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

Albero sintattico



Tutti 1 -> Tautologia

- 2)  $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$   
->  $A \wedge (B \vee C) \rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$   
| INIZIAMO |  
 $F A \wedge (B \vee C) \rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$   
->  $F \rightarrow$   
 $T A \wedge (B \vee C), F (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$   
->  $T \wedge$   
 $TA, T B \vee C, F (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$   
->  $F \vee$   
 $TA, T B \vee C, F A \wedge B, F A \wedge C$   
->  $F \wedge$   
|  $TA, T B \vee C, F A \wedge C, \underline{FA}$  |  $TA, T B \vee C, F A \wedge C, FB$  |  
-> Chiudiamo il primo ramo siccome A, secondo ramo  
 $TA, T B \vee C, F A \wedge B, FB$   
->  $T \vee$   
|  $TA, \underline{TB}, \underline{FB}, F A \wedge B$  |  $TA, TC, FB, F A \wedge C$  |  
-> Chiuso per TB FB, andiamo secondo ramo  
 $TA, TC, FB, F A \wedge C$   
->  $F \wedge$   
 $\underline{TA}, TC, FB, \underline{FA}$  |  $TA, \underline{TC}, FB, \underline{FC}$   
-> Tutti i due rami sono chiusi



- 3)  $A \wedge \sim(A \vee B)$   
E' una tautologia? Contraddizione? Soddisfacibile? E se si, quali sono i contro modelli?  
 $F A \wedge \sim(A \vee B)$   
->  $F \wedge$   
 $FA | F \sim(A \vee B)$   
 $FA$  non chiude, continuiamo con l'altro tablux per trovare gli altri contro modelli  
->  $F \sim$   
 $T A \vee B$   
->  $T \vee$   
 $TA | TB$   
  
 $T A \wedge \sim(A \vee B)$   
 $TA, T \sim(A \vee B)$   
 $TA, F A \vee B$   
 $\underline{TA}, \underline{FA}, FB$   
-> Chiude, è una contraddizione
- 4)  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$   
 $F A \rightarrow (B \rightarrow C)$

$\neg A \rightarrow (B \rightarrow C)$

TA, F B  $\rightarrow$  C

TA, TB, FC

$\rightarrow$  E' aperto, proviamo l'altro

T A  $\rightarrow$  (B  $\rightarrow$  C)

F A, T B  $\rightarrow$  C

F A | F B | T C

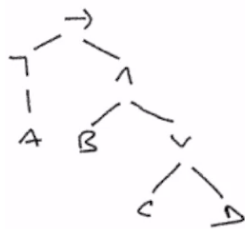
$\rightarrow$  E' aperto

$\rightarrow$  E' soddisfacibile non tautologico

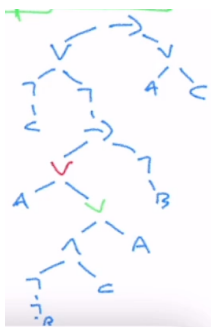
5) Disegnare albero sintattico della seguente formula:

$\neg \rightarrow$  (Come una formula è costruita da tutte le sue sotto formule)

$\neg A \rightarrow (B \wedge (C \vee D))$



$(\neg C \vee \neg (A \vee ((\neg \neg B \wedge C) \vee A) \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \vee C))$



6) Trasformare le seguenti frasi in logica

- Piove e non piove  $\rightarrow$  piove  $\wedge$   $\neg$ piove  $\rightarrow$   $P \wedge \neg P$
- Jayz è o un rapper o un cantante  $\rightarrow$  jRapper  $\vee$  jCantante
- Se tutti i musicisti sono rapper e Mozart è un musicista  
Allor Mozart è un rapper  
 MusicistiRapper  $\wedge$  mozartMusicista  $\rightarrow$  mozartRapper