# Spazio di probabilità

Sunday, 26 March 2023 16:54

1) A = "E' obeso" $\Rightarrow P(A) = 0.3$
   B= "E' diabetico" $\Rightarrow P(B) = 0.03$
   $P(A \cap B) = \text{Entrambi} = 0.02$
   Qual è la percentuale che presenta uno ma non l'altro?
   Quindi noi dobbiamo trovare
   $P\big((A \cap B^c) \cup \; P(A^c \cap B)\big)$
   $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = 0.28$
   $P(A^c \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.01$
   $\Rightarrow 0.29$

2) Probabilità di fare terna al lotto giocando 5, 12, 86
   E' un estrazione, senza reinserimento, di 5 palline dall'urna
   N=90
   $\Omega =$ Tutti i sottoinsiemi di 5 elementi con N=90 non ripetuti non ordinati
   $|\Omega| = \binom{90}{5} = \frac{90!}{5!\,85!}$
   A=Da 5 numeri da 1 a 90, vengono estratti in maniera non ordinata 5, 12, 86, senz
   $|A| = \binom{87}{2} = 87 * 43$
   Allora, spieghiamo questo binomiale
   87 siccome 3 elementi li abbiamo fissi
   E 2 sono il numero di ripetizioni possiamo avere
   $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = 0.0085\%$

3) In un mazzo di 7 chiavi
   Si cerchi quale sia quella giusta passando le chiavi una dopo l'altra
   In maniera casuale, mettendo da parte quelle già controllate
   Abbiamo un massimo di 3 tentativi.
   A. Numero di ordinamenti che garantiscono entrare in casa
      Allora,
      Noi abbiamo i casi:
      - Entriamo al primo tentativo
      - Entriamo al secondo tentativo
      - Entriamo al terzo tentativo

      Quindi

Sappiamo che è una disposizione semplice siccome
Noi dobbiamo immaginare di mettere la chiave che noi vogliamo, ad esempio
Quindi dalla seconda fino alla 7 possiamo avere K elementi distinti che si pos
Quindi è una disposizione semplice

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = 6!$$

Ora questo 6! È da addizionare per se stesso per 3 volte, perché?
Beh, abbiamo il caso dove lo troviamo al primo, secondo e terzo.
Quindi $6! =$ Primo tentativo, $6! =$ Secondo, $6! =$ Terzo
Numeri ordinamenti $= 6! + 6! + 6! = 2160$

B. Probabilità entrare in casa
Per calcolare questo abbiamo bisogno delle combinazioni che ci permettono
E poi tutte le altre combinazioni
Tutte le altre combinazioni si possono calcolare come 7!, perché?
Abbiamo k elementi distinti che si devono ripetere con n possibilità
Quindi $|\Omega| = 7!$

$$P(A) = \frac{3 * 6!}{7!} = \frac{3}{7}$$

4) Una assicurazione divide i clienti in:
   A. Rischio basso: 1/10 = A1, 60% assicurati = B1
   B. Rischio medio: 1/5 = A2, 30% assicurati = B2
   C. Rischio alto: 1/2 = A3, 10% assicurati = B3

Calcolare:
   A. Probabilità che l'anno prossimo abbia un incidente
   A = "Ci sarà un incidente"
   Noi sappiamo che questo dipende da

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3)$$

Ora dividiamo questi

$$= P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) \ldots$$

$$= \frac{1}{10} * \frac{6}{10} + \frac{1}{5} * \frac{3}{10} + \cdots = \frac{17}{100}$$

   B. Se c'è stato un incidente, qual è la probabilità che è stato un alto rischio?
   Quindi noi vogliamo

$$P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3)P(B_3)}{P(A)} = \frac{5}{17}$$

5) Una moneta truccata da testa con probabilità p
E si lancia essa 3 volte
   A. Probabilità dà almeno 2 teste
   A="Esce testa"

$A=$ "Esce testa"
$A^c =$ "Esce croce"
$A_i^c =$ "Esce croce al i tentativo"
Si nota che, i tiri tra di loro sono indipendenti
$B = (A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_2 \cap A_3^c) \ldots$
Siccome sono disgiunti
$= (A_1 \cap A_2 \cap A_3) + (A_1 \cap A_2 \cap A_3^c) \ldots$
Sostituiamo con p
$= ppp + pp(1-p) + p(1-p)p + \cdots$
$= p^3 + 3p^2(1-p) = p^2\big(p + 3(1-p)\big) = p^2(3-2p)$

B. Probabilità dà esattamente 2 teste
$B = (A_1 \cap A_2^c \cap A_3) + (A_1 \cap A_2 \cap A_3^c) + (A_1^c \cap A_2 \cap A_3)$
$= pp(1-p) + p(1-p)p + (1-p)pp = 3p^2(1-p)$

C. Probabilità ottenere 2 teste consecutive
$B = (A_1 \cap A_2 \cap A_3^c) + (A_1^c \cap A_2 \cap A_3) = 2p^2(1-p)$

D. Per quale valore di p questa probabilità è massima?
NOOOOOOOO ANALISI NOOOOO
$2p^2(1-p), p \in (0,1)$
$-2p^3 + 2p^2$
Si deriva per cercare il massimo
$-6p^2 + 4p$
$2p(-3p+2)$
$p > 0$
$-3p + 2 > 0 \rightarrow -3p >$ -2 $\rightarrow 3p < 2 \rightarrow 3p < \frac{2}{3}$
$----(0)++++\left(\frac{2}{3}\right)----$
Quindi abbiamo il punto x di massimo
Ora troviamo la probabilità massima
$-2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(1-\frac{2}{3}\right) = 2 * \frac{4}{9} * \frac{1}{3} = \frac{8}{27}$

6) Una famiglia ha 3 figli/e
   A. Probabilità abbiamo 3 maschi
   $A =$ "Abbiamo un maschio"
   $A_i =$ "Il figlio ad i è maschio"
   $P(A_i) = \frac{1}{2}$
   $B =$ "abbiamo 3 maschi"
   $B = A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

B. Probabilità di almeno 1 maschio
$C =$ "Abbiamo almeno 1 maschio"
Noi qui possiamo passare per l'opposto:
$C^c =$ "Abbiamo tutte femmine"
$C^c = B$
$C = 1 - C^c = \frac{7}{8}$

C. Probabilità 2 maschi ed 1 femmina
$D =$ "2 maschi ed 1 femmina"
$D = (A_i \cap A_i \cap A_i^c) \cap (A_i \cap A_i^c \cap A_i) \cap (A_i^c \cap A_i \cap A_i)$
$= \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * \cdots = \frac{3}{8} = 37.5\%$

6) *2 amici si trovano ad uno sportello insieme ad altre 5 persone*
*Calcola che siano separati da esattamente 2 persone*
*X23Y567*
*1X34Y67*
*12X45Y7*
*123X56Y*
*(A quanto pare non consideriamo la posizione inversa)*
*Quindi |A|=4*
*Iniziamo a calcolare* $|\Omega|$
*Questo è un insieme ordinato di 7 elementi con 2 elementi non ripetuti*
$|\Omega| = \binom{7}{2} = 21$
*P(A)=4/21*

7) *A riceve 5 carte da un mazzo di 52*
*Qual è la probabilità che riceve almeno 1 asso?*
*E CHI GIOCA A POKER?! Io no*

*A quanto pare esistono 5 assi*
*Quindi*
*Siccome ci dice "almeno 1 asso", questo vuol dire che possono essercene anche 2, opp*
*A sto punto, per semplificare i calcoli è meglio calcolare la probabilità che non prend*
*A = "Troviamo almeno 1 asso"*
*A^c="Non troviamo nessun asso"*
*Dobbiamo prima calcolare tutti i possibili mazzi*
*N=52*
*K=5 [I valori che ci interessano]*
$|\Omega| = \binom{52}{5}$
*Ora calcoliamo il numero di volta in cui non abbiamo nemmeno 1 asso*
*In questo caso dobbiamo togliere da N il numero di assi*

$|A\wedge c\,| = \binom{48}{5}$

$$P(A) = 1 - P(A\wedge c\,) = 1 - \frac{\binom{48}{5}}{\binom{52}{5}}$$

*A voi i calcoli*

8) Un urna contiene 2 carte
Una ha 2 lati neri, l'altra 1 bianco ed 1 nero
Se estraggo una carta, ed 1 lato è nero, qual è la probabilità che anche l'altro sia ne
Quindi
Abbiamo 2 lati neri ed 1 bianco
N=3
P=2/3
Non comprendo perché la prof abbia usato byass
Se sappiamo che abbiamo estratto 1 biglia nera
Vuol dire che ne rimangono 2 nere ed 1 bianca

9) Abbiamo

$$Difetto\ 1 = 3\% = 0.03 = \frac{3}{100}$$

$$Difetto\ 2 = 7\% = 0.07 = \frac{7}{100}$$

E questi difetti sono indipendenti

a. Probabilità che un componente abbia entrambi i difetti

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{3}{100} * \frac{7}{100} = \frac{21}{100000}$$

b. Probabilità che sia difettosa

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{100} + \frac{7}{100} - \frac{21}{10000} = \frac{979}{10000}$$

La mia mente, nonostante io sappia che indipendenti ≠ disgiunti, continua a

c. Sapendo che è difettoso, qual è la probabilità del difetto 1?
P(A│B)
Diciamo che B = E' difettoso = P(A ∪ B)

$$P(A\,|\,A \cup B) = \frac{P(A \cup B|A)P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{3}{100}}{\frac{979}{10000}} = \frac{300}{979}$$

P(A∪B│A)= Io sò che A è successo,  qual'è la probabilità che A succede dinu

d. Sapendo che è difettoso, qual è la probabilità che sia difettoso da uno ma nor
C="Solo uno dei due è difettosi"

$P(C\,|\,A \cup B)$

$P(C) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$

(Mi sto incasinando nelle formule)
$P(A \cap B) = P(A) * P(B|A)$
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$
$$P(B|A \cup B) = \frac{P\big((A \cup B) \cap B\big)}{P(A \cup B)}$$
$$P(C|A \cup B) = \frac{P((A \cup B) \cap B)}{P(A \cup B)}$$
$$P((A \cup B) - (A \cap B)|A \cup B) = \frac{P\big((A \cup B) \cap (A \cup B) - (A \cap B)\big)}{P(A \cup B)} = \frac{P\big((A \cup B}{P(A}$$
Okay ora sono soddisfatto di aver compreso la formula
$= 0.98$
Non è difficile, se fai 1 passo alla volta

10) Urna
4 bianche 3 nere
Si estraggono 2 palline senza rimpiazzo

a. Palline stesso colore
$$A = 2\ nere = P(N_1 \cap N_2) = P(N_1)P(N_2|N_1) = \frac{3}{7} * \frac{2}{6} = \frac{6}{42}$$
$$B = 2\ bianche = P(N_1^c \cap N_2^c) = P(N_1^c)P(N_2^c|N_1^c) = \frac{4}{7} * \frac{3}{6} = \frac{12}{42}$$
$$P(A \cup N) = P(A) + P(B) = \frac{6 + 12}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

*b.* Almeno 1 nera
Qui possiamo riutilizzare il nostro "almeno 2 bianche" di prima
$$P(B^c) = 1 - \frac{12}{42} = \frac{5}{7}$$

11) Un'urna contiene 5 palline rosse e 3 palline blue
Si estraggono, una alla volta e senza remissione, due palline.

a. Qual è la probabilità che la prima estratta sia blue
B1 = "Prima pallina estratta è blue"
B2 = "La seconda pallina estratta è blue"
R1 = "La prima pallina estratta è rossa"
R2 = "La seconda pallina estratta è rossa"
$N = 3 + 5 = 8$
$$P(B1) = \frac{3}{8}$$

b. *Probabilità che le due palline estratte siano blue / dello stesso colore*
$P(B1 \cap B2) = P(B2|B1) * P(B1)$

$$P(B2|B1) = \frac{2}{7}$$

$$= \frac{2}{7} * \frac{3}{8} = \frac{3}{28}$$

*Stesso colore*:

$$P(B1 \cap B2) + P(R1 \cap R2) = \frac{3}{28} + P(R_2|R1)P(R_1) = \frac{3}{28} + \frac{4}{7} * \frac{5}{8} = \frac{3}{28} + \frac{5}{14} =$$

c. $Probabilità\ che\ la\ seconda\ pallina\ estratta\ sia\ blue$

$$P(B1 \cap B2) + P(R1 \cap B2)$$

$$A\ noi\ ci\ manca\ P(R1 \cap B2) = P(B2|R1)P(R1) = \frac{3}{7}\frac{5}{8}$$

$$= \frac{21}{56} = \frac{3}{8}$$

12) *Quanti sono i numeri di 3 cifre che non contengono lo 0 e, in cui appaiono le cifre 2 e*

*2 3 _*

*2 _ 3*

*_ 2 3*

$Ogni$ _ $lo\ possiamo\ ripetere\ 7\ volte$

$Abbiamo\ 3\ ripetizioni$

$E\ queste\ 3\ ripetizioni\ le\ dobbiamo\ specchiare\ quindi * 2$

$$7 * 3 * 2$$