Problemi di ottimizzazione

Tuesday, 26 September 2023 09:06

- Data una funzione
  $f: R^n \to R \Rightarrow f = Funzione\ obbiettivo$
  Noi possiamo creare un problema di ottimizzazione così
  $opt\ f(x)$ → ottimizzazione f(x)
  $s.a.x \in X$ soggetto a che la soluzione x è dentro X = Regione ammissibile
  $X\ c\ R^n$ e quindi è incluso in R^n
  Abbiamo 2 probemi:
  - Minimizzazione
    $\min f(x)\ \ s.a.x \in X, (x_1, x_2, x_n) = \text{variabili decisionali (numeriche)}$
  - Massimizzazione
    $\max f(x)$
    $s.a.x \in X$
- $\text{Dobbiamo trovare 1 o più punti di minimo massimo } x^*$ relativo alle variabili di decis
- Con una parabola f(x), il punto di massimo è ()
  La funzione negata è la parabola specchiata (utilizzabile per trasformare da minimizza
  Ed abbiamo che
  $\max f(x) = -\min -f(x)$
  Con questo possiamo passare da un problema di minimizzazione a massimizzazi
- Se abbiamo $X = R^n$ è una ottimizzazione non vincolata
  Se però è $X\ c\ R^n$ e quindi ci sono porzioni di R^n che non mi vanno bene si chiama vinc
- $X \in Z^n$ → ottimizzazione intere, quindi le variabili assumono solo valori interi
  -> Perdiamo il concetto di derivata
- $X \in \{0,1\}^n$ → Solo 0 e 1 sono valori validi, p una ottimizzazione binaria
  -> E' un sottocaso di ottimizzazione intera
- Esistono ottimizzazioni miste
  -> Intere e reali
- Che cosa ho a disposizione per dire cosa mi va bene e cosa no?
  - Programmazione matematica
  - Quando l'insieme di X viene espresso come un sistema di equazione e disequazi
    matematica (PM)
    - Qui creiamo i vincoli $g_i(x) \begin{Bmatrix} \geq \\ = \\ \leq \end{Bmatrix} = 0$
    - Collegano tra di loro le variabili decisionali
      E quindi possiamo descriverla

$$X = \left\{ x \in R^n \; con \; g_i(x) \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ \leq \end{Bmatrix} 0, i = 1, \dots, m \right\}$$

Avremo m vincpli con n variabili decisionali

- Una volta che $x \in X$ è una soluzione ammissibile a cui possiamo trovare s

- Esempio:
  - $\min_{x,y}(x^2 + y^2)$

    $$s.a. \quad \begin{matrix} x + y \leq 3 \rightarrow g_1 \leq \\ x \geq 0 \rightarrow g_2 \geq \\ y \geq 0 \rightarrow g_3 \geq \end{matrix}$$

    Potremmo fare una rappresentazione grafica (foto)
    - Variabili decisioni.= x y
    - Funzione obbiettivo $= (x^2 + y^2)$
    - Numero vincoli = 3

    E qui abbiamo le seguenti possibilità:
    - Problema non ammissibile, abbiamo X=0

      vincoli troppo ristrettivi
    - Problema illimitato, e quindi esiste sempre un valore c che diminuis

      Errore formulazione di problema, quindi vincoli troppo ampi

    2 casi:
    - Illimitato inferiormente
    - Illimitato superiormente
    - Soluzione ottima unica
    - \+ soluzioni ottime (anche infinite)

      Abbiamo tutte funzioni ottimali ed indistinguibili che ci vanno
  - $\min(x^2 + y^2)$

    $x + y \leq -1$

    $x > 0$

    $y > 0$

    Qui il problema non ammissibile
  - $\max_{x,y,z}(z)$

    $$s.a. \quad \begin{matrix} x + y + z = 2 \\ 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{matrix}$$