FRQI Implementation

Presenter par le Groupe 04:

Gharbi Feriel
Djaoud Khadidja

LISTE DE CONTENUE

- Introduction
- Problématique
- Solution
- Aspect Théorique
- Aspect Pratique
- Limites

INTRODUCTION

Avec l'essor de l'informatique quantique, de nouveaux modèles de représentation d'images doivent être développés pour exploiter efficacement les principes quantiques tels que la superposition et l'intrication.....

PROBLEMATIQUE

Cependant, la question centrale se pose :
comment représenter une image classique de manière compacte et exploitable dans un système quantique, tout en permettant un accès rapide à l'information de couleur et de position pour le traitement ultérieur ?

SOLUTION

Représentation flexible des images quantiques (FRQI) constitue une réponse à ces défis.

Il propose un schéma d’encodage qui :

- Réduit le nombre de qubits nécessaires,
- Encode simultanément la position et l’intensité des pixels,
- Utilise des rotations contrôlées pour représenter les niveaux de gris via des amplitudes quantiques.

L’ASPECT THÉORIQUE

PRINCIPE DE FRQI

Cette représentation repose sur deux types de bits quantiques : **les qubits de position** et **les qubits de couleur**. Une image de dimensions $2^n \times 2^n$ est représentée par **2n + 1** bits quantiques : **2n qubits** pour **les positions** et **un** pour **les intensités.**

$$2^1\left\{\overbrace{\begin{bmatrix}0 & 64\\ 128 & 255\end{bmatrix}}^{2^1}\right. \longrightarrow$$

2×1 **Qubit de position**

1 **Qubit de couleur**

FRQI

L'état **FRQI** est préparé par une transformation unitaire en deux étapes :

après **l'initialisation de tous les qubits à l'état 0**, on applique **la transformation de Hadamard** sur les qubits de **position**, puis on applique des **rotations contrôlées** sur l'état $|H\rangle$

FORMULE MATHÉMATIQUE

Voici la formule mathématique de FRQI :

$$|I(\theta)> = \frac{1}{2^n} \sum_{i=0}^{2^n-1} (cos\theta_i\,|0> + sin\theta_i|1>) \oplus |i>$$

Tq n est le nombre de qubit de psition

On va voire comment construire cette formule

HADAMARD

HADAMARD

$$H^{\oplus n}\Big|x>=\frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{y\{0,1\}^n}(-1)^{x.y}\,|y>$$

$$y=\{0,1\}^2=\{00,01,10,11\}$$
$$=\{0,1,2,3\}$$

avec :

$$x.\,y=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i\,(mod2)$$

HADAMARD

nous prenons le cas particulier où :

$$x = 0\ldots.00$$

$$x.y = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \,(mod2)$$

$$x \cdot y = 0$$

$$0.y_1 + 0.y_2 + \ldots\ldots.. + 0.y_n = 0$$

$$(-1)^{x.y} = (-1)^0 = 1$$

$$H^{\oplus n} \left| 00..0 \right> = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{y\{0,1\}^n} |y>$$

HADAMARD

$$\begin{array}{cc} & \overbrace{\hphantom{0 \quad 64}}^{2^1} \\ 2^1 \left\{ \right. & \begin{bmatrix} 0 & 64 \\ 128 & 255 \end{bmatrix} \end{array} \longrightarrow$$

2×1 **Qubit de position**

1 **Qubit de couleur**

HADAMARD

$$H^{\oplus 2}\Big|00> = \frac{1}{\sqrt{2^2}}\sum_{y\{0,1\}^2}|y>$$

$$H^{\oplus 2}\Big|00> = \frac{1}{2}(|00> + |01> + |10> + |11>)$$

De cette manière, nous obtenons une superposition uniforme sur toutes les positions des pixels.

ROTATION CONTROLÉ

CULCULE DES ANGULES

Après l'opération d'Hadamard, les qubits de position sont en superposition, autrement dit, tous les pixels **existent simultanément**. Il nous faut maintenant **encoder les couleurs (intensités) des pixels dans le qubit de couleur utilisent cette formule :**

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{pixel}{255}$$

CULCULE DES ANGLES

$$\begin{bmatrix} 0 & 64 \\ 128 & 255 \end{bmatrix}$$

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{pixel}{255}$$

Pixel	Intensity	θi(rad)
1	0	0
2	64	0.394
3	128	0.789
4	255	1.571

RY GATE

Considérons la matrice de **rotation Ry(2θi)** (rotation autour de l'axe y de l'angle 2θi)

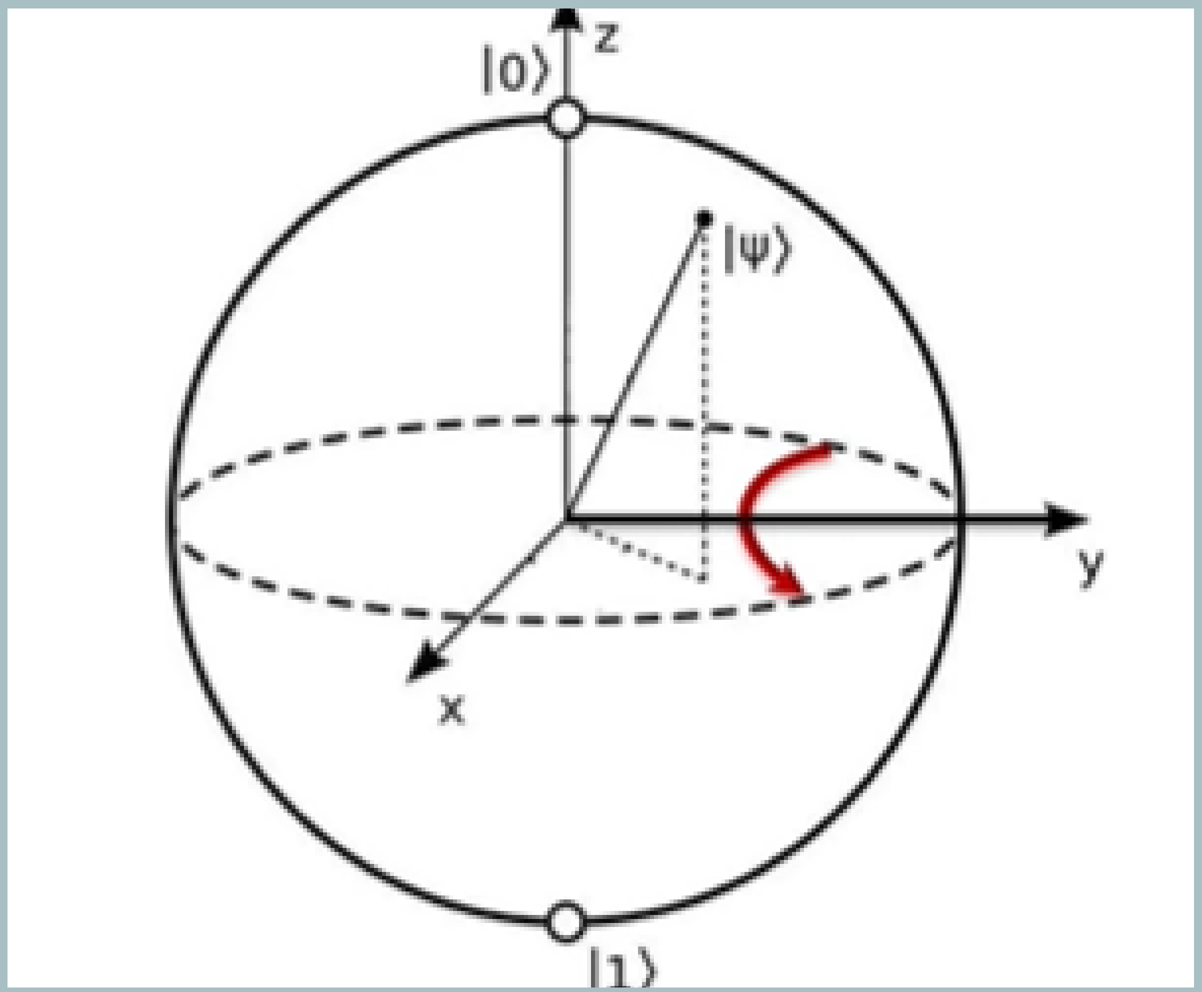
$$R_y\left(2\theta_i\right)=\begin{bmatrix}cos\theta_i & -sin\theta_i\\ sin\theta_i & cos\theta_i\end{bmatrix}$$

L'application de Ry(2θ) à |0⟩ donne :

$$R_y\left(2\theta_i\right)\left|0>=\begin{bmatrix}cos\theta_i & -sin\theta_i\\ sin\theta_i & cos\theta_i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}\right.$$

$$R_y\left(2\theta_i\right)\left|0>=cos\theta_i\left|0>+sin\theta_i\left|1>\right.\right.\right.$$

RY GATE



CRY GATE

$$R_i = I \oplus \sum_{j \neq i} |j >< j| + R_y\left(2\theta\right) \oplus |i >< i|$$

Pour chaque position **|j›** avec **j ≠ i, l'identité est appliquée** au qubit de couleur (**donc rien ne se passe**). Lorsque le registre de position est dans l'état **|i›**, la **rotation Ry(2θi)** est appliquée au qubit de couleur.

Ainsi, Ri effectue la rotation uniquement sur le pixel d'indice i.

CRY GATE

Apres l'application le Hadamard sur les qubits des position on a obtenu ca :

$$H^{\oplus 2}\Big|00>=\frac{1}{2}(|00>+|01>+|10>+|11>)$$

Donc notre image est maintenant presenter par ca :

$$|H>=|0>\oplus\frac{1}{2}(|00>+|01>+|10>+|11>)$$

CRY GATE

$$|H> = |0> \oplus \frac{1}{2}(|00> + |01> + |10> + |11>)$$

Le qubit de couleur

Les qubits de position

CRY GATE

$$|H>=|0>\oplus\frac{1}{2}(|00>+|01>+|10>+|11>)$$

$$|H>=\frac{1}{2}(|0>\oplus|00>+|01>+|0>\oplus|10>+|0>\oplus 11>)$$

On applique successivement le Ri :

$$\mathcal{R}|H\rangle=\left(\prod_{i=0}^{2^{2n}-1}R_i\right)|H\rangle$$

CRY GATE

$$|H>=\frac{1}{2}(|0>\oplus|00>+|0>\oplus|01>+|0>\oplus|10>+|0>\oplus 11>)$$

$$R_0\,|H>=\frac{1}{2}(R_y\,(2\theta_0)\,|0>\oplus|00>+|0>\oplus 01>+|0>\oplus|10>+|0>\oplus 11>)$$

$$R_1R_0\,|H>=\frac{1}{2}(R_y\,(2\theta_0)\,|0>\oplus|00>+R_y\,(2\theta_1)|0>\oplus|01>+|0>\oplus|10>+|0>\oplus 11>)$$

$$R_2R_1R_0\,|H>=\frac{1}{2}(R_y\,(2\theta_0)\,|0>\oplus|00>+R_y\,(2\theta_1)|0>\oplus|01>+R_y\,(2\theta_2)|0>\oplus|10>+|0>\oplus 11>)$$

$$R_3R_2R_1R_0\,|H>=\frac{1}{2}(R_y\,(2\theta_0)\,|0>\oplus|00>+R_y\,(2\theta_1)|0>\oplus|01>+R_y\,(2\theta_2)|0>\oplus|10>+R_y\,(2\theta_3)|0>\oplus 11>)$$

CRY GATE

$$R_3R_2R_1R_0\,|H>=\frac{1}{2}(R_y\,(2\theta_0)\,|0>\oplus|00>+R_y\,(2\theta_1)|0>\oplus|01>+R_y\,(2\theta_2)|0>\oplus|10>+R_y\,(2\theta_3)|0>\oplus 11>)$$

Et nous avons déjà vu que :

$$R_y\,(2\theta_i)\,|0>=cos\theta_i\,|0>+\,sin\theta_i\,|1>$$

donc :

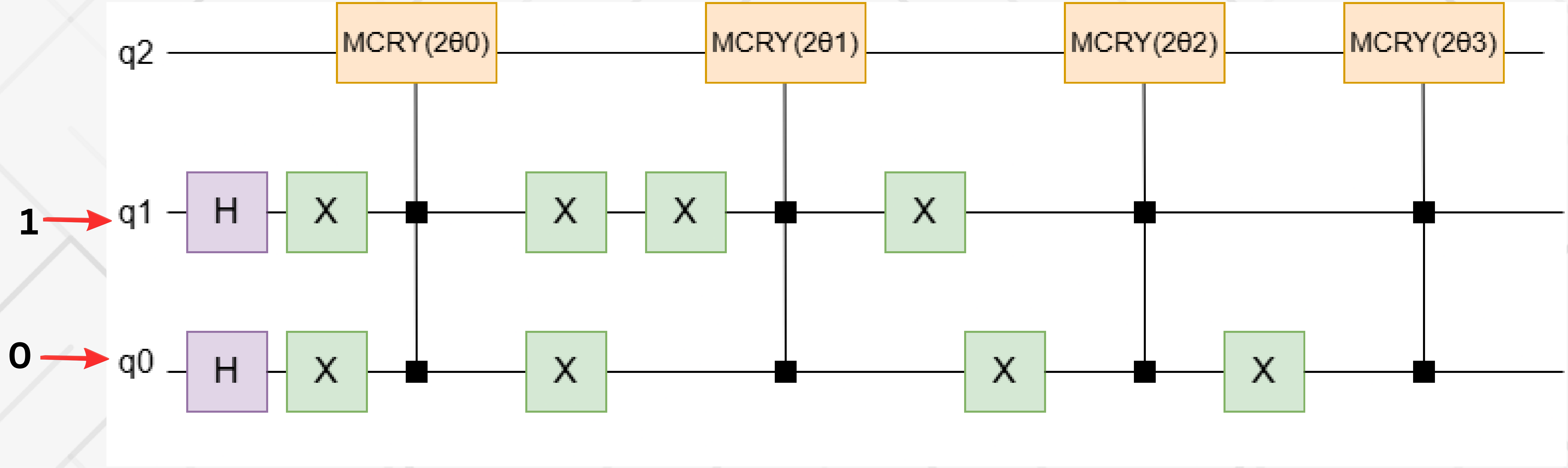
$$R_3R_2R_1R_0\,|H>=\frac{1}{2}((cos\theta_0\,|0>+\,sin\theta_0 1>)\oplus|00>+(cos\theta_1\,|0>+\,sin\theta_1\,|1>|)\oplus|01>$$

$$+(cos\theta_2\,|0>+\,sin\theta_2\,|1>|)|\oplus|10>+(cos\theta_3\,|0>+\,sin\theta_3\,|1>)\oplus|11>|)$$

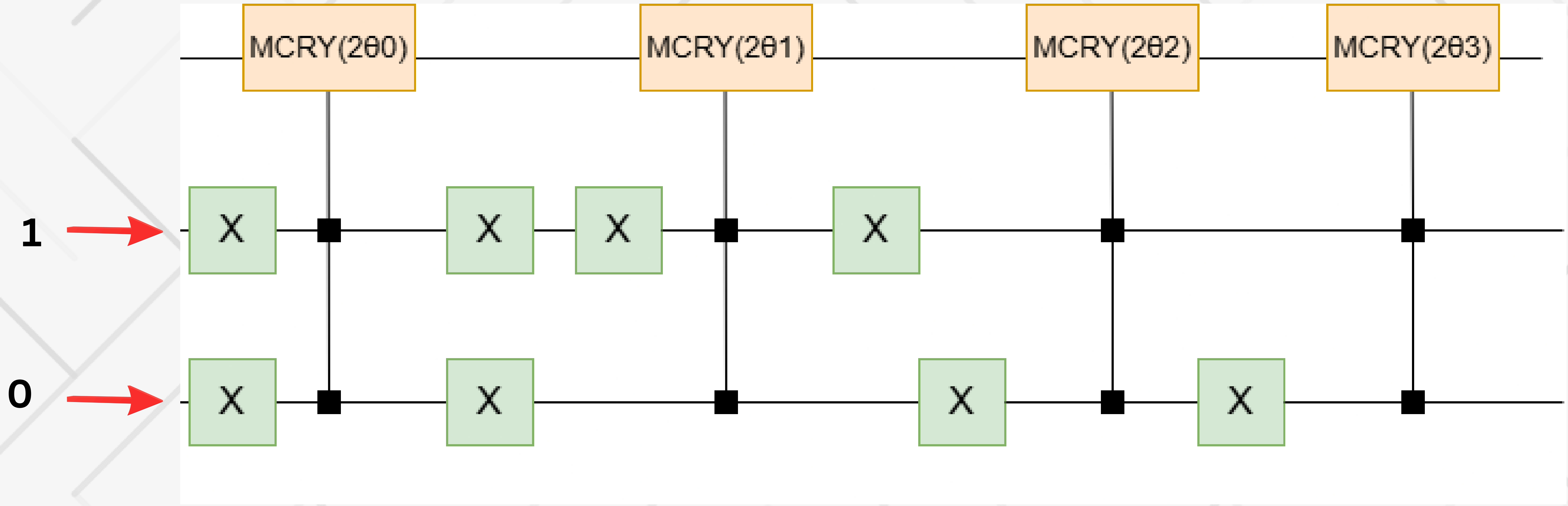
Et c’est exactement la formule de FRQI

L’ASPECT PRATIQUE

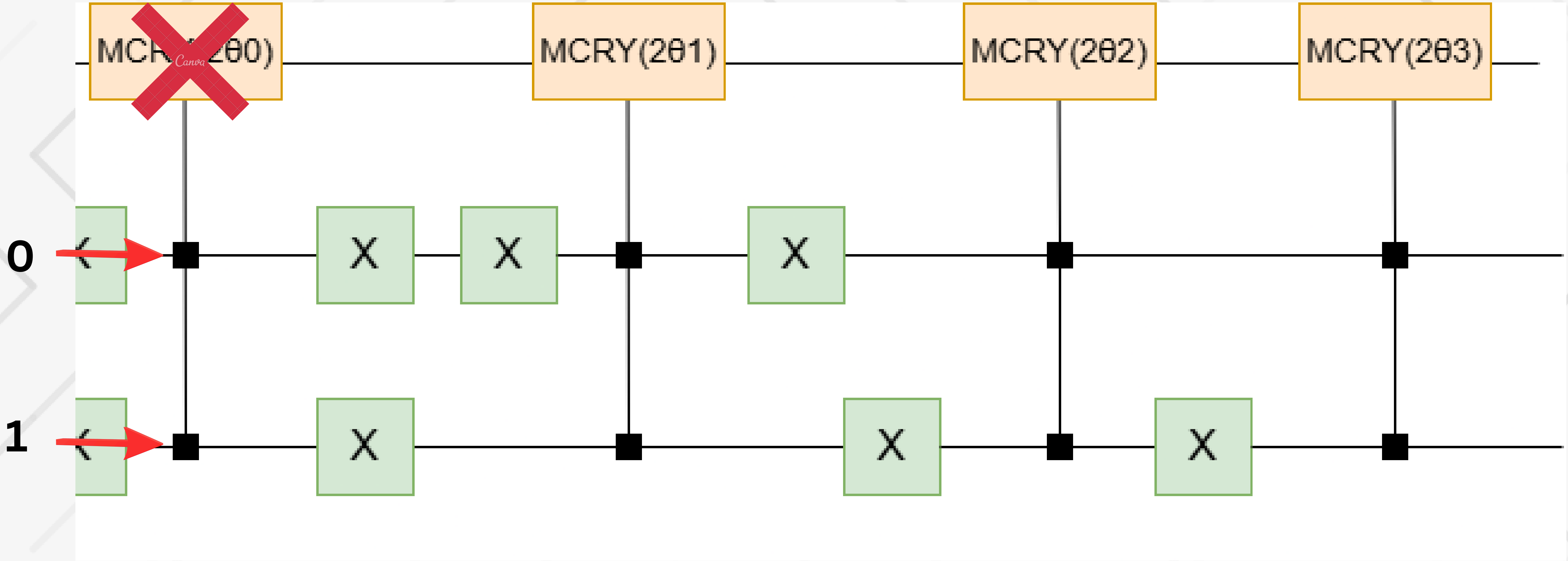
Exemple position |10> :



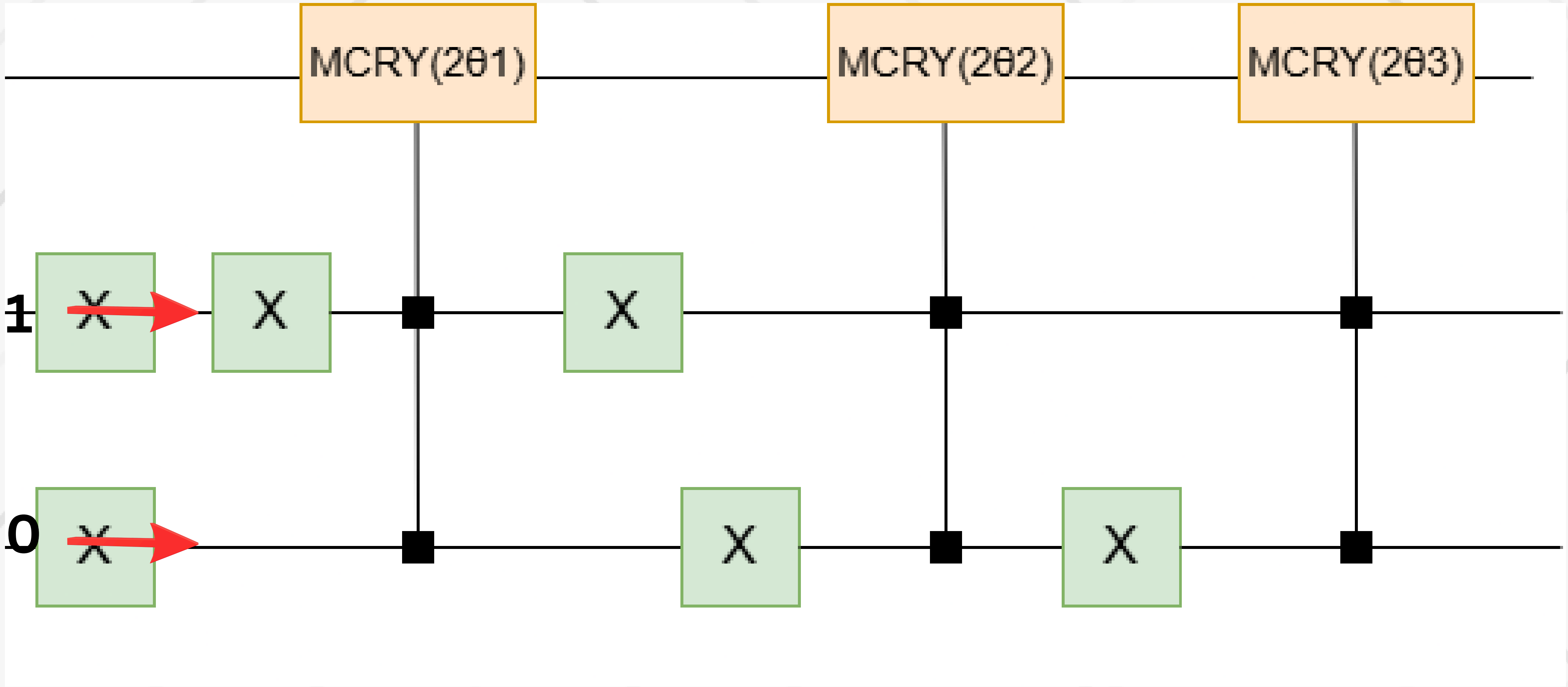
Exemple position |10> :



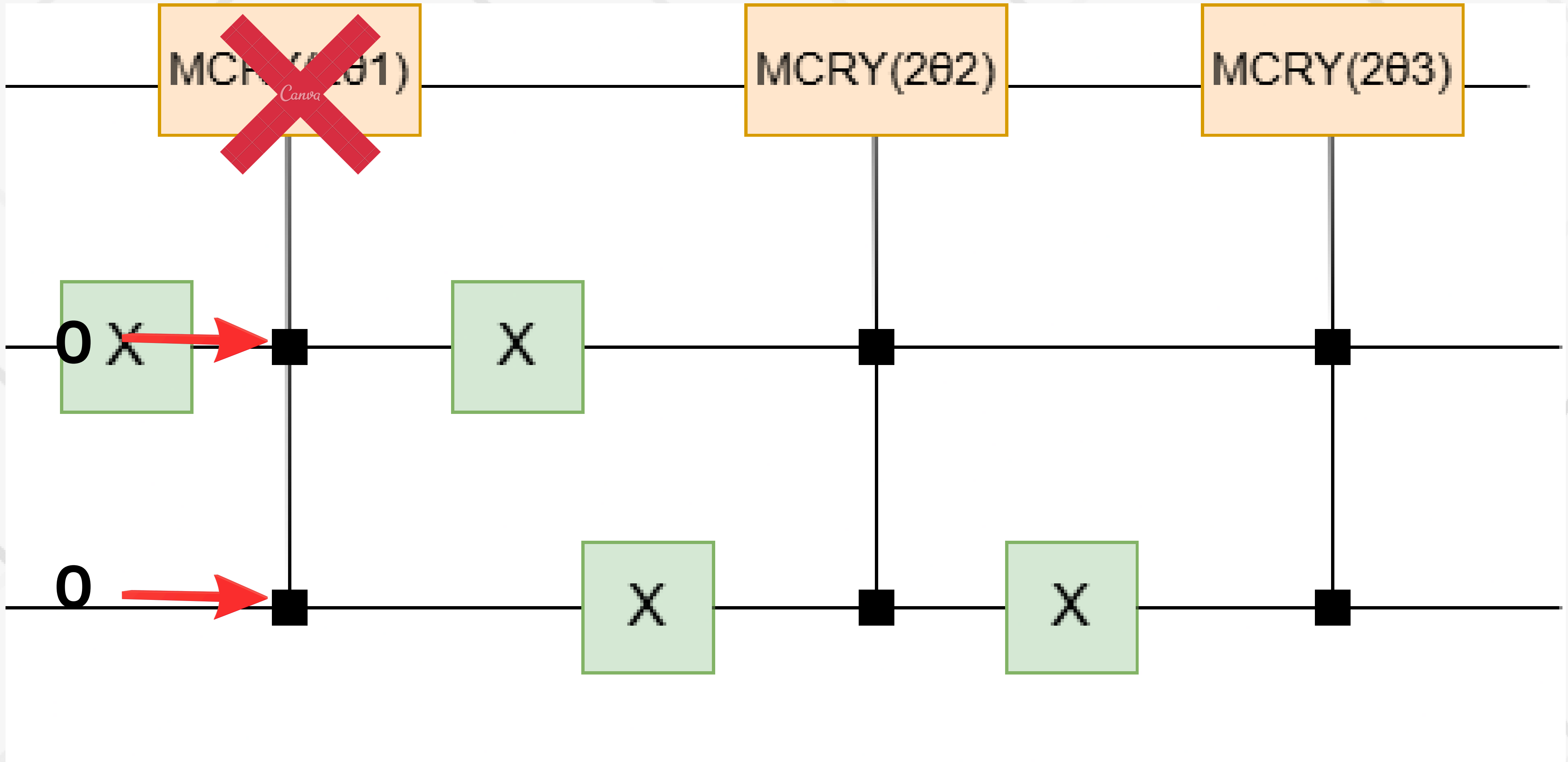
Exemple position |10> :



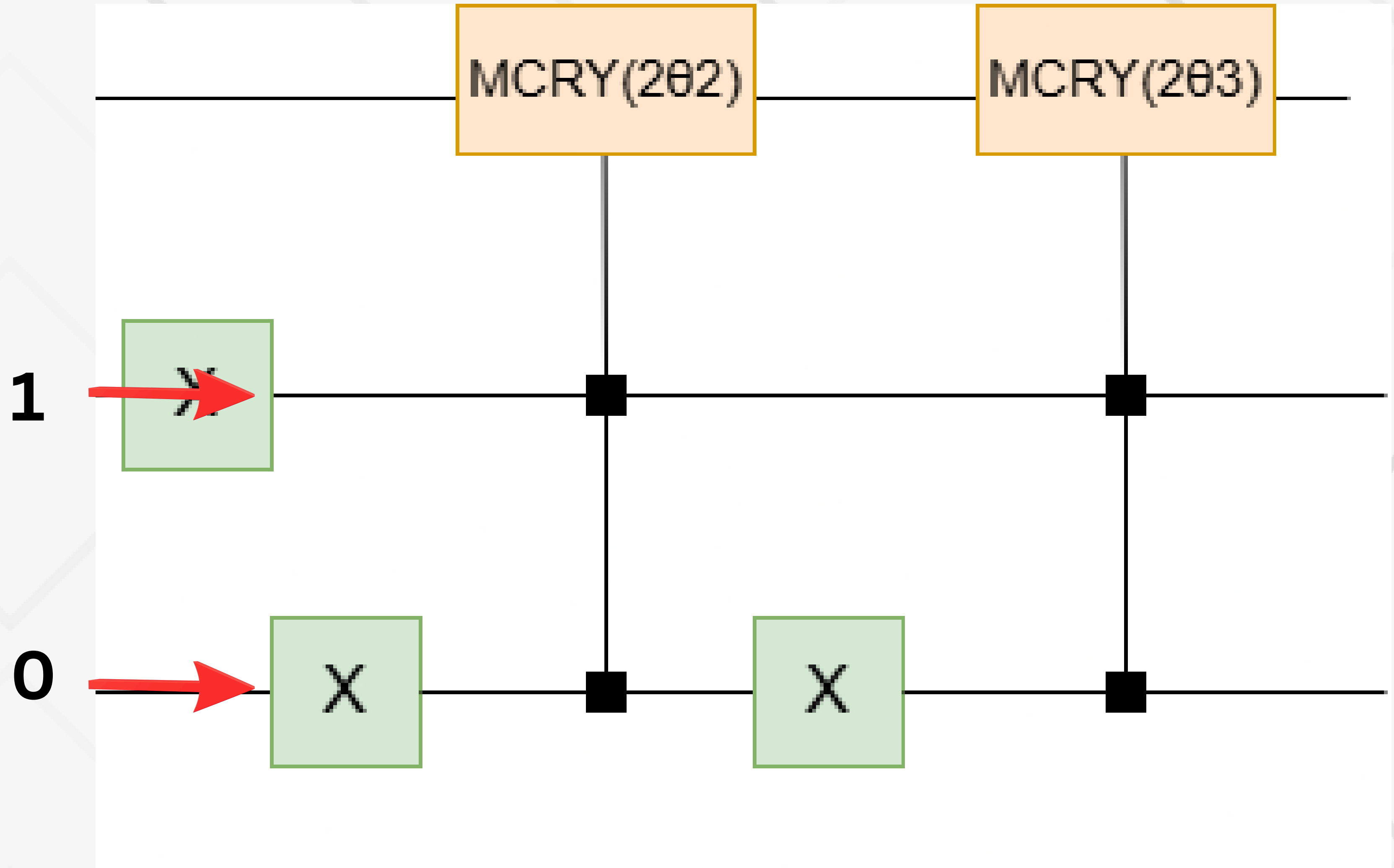
Exemple position |10> :



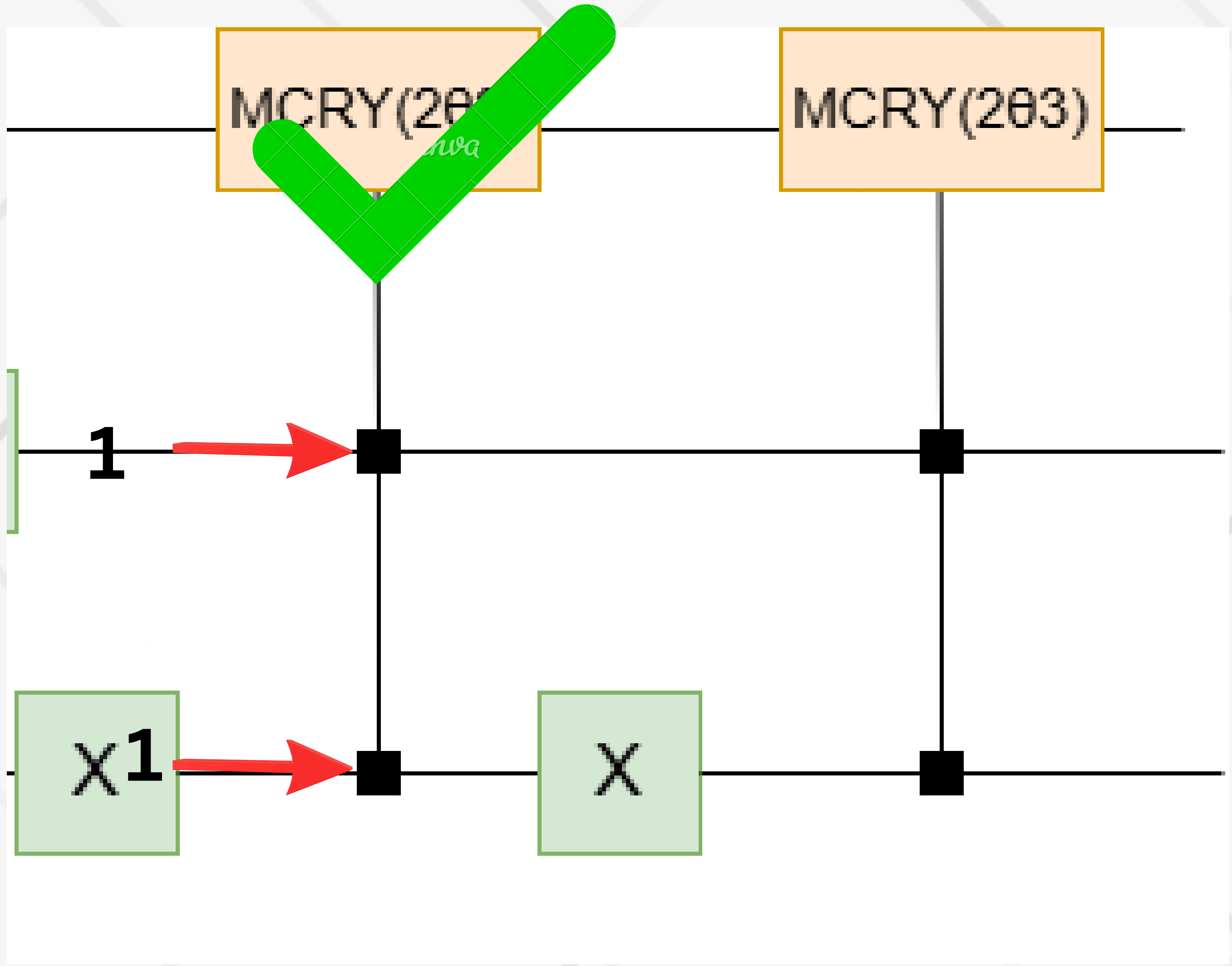
Exemple position |10> :



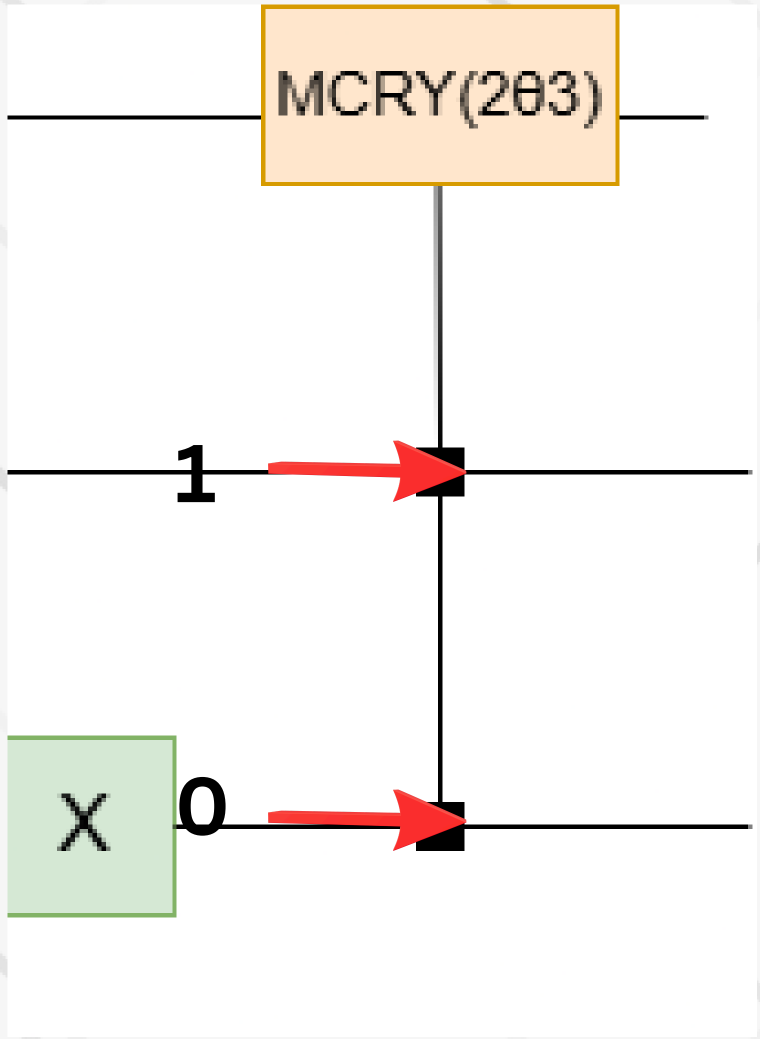
Exemple position |10> :



Exemple position |10> :



Exemple position |10> :



LIMITES

Le Flexible Representation of Quantum Images (FRQI) à un peut des limites :

- Complexité de circuit élevée
- Représentation monocanal uniquement (niveaux de gris).
- Incompatibilité avec les tailles d'image arbitraires.

Any Question?