N. Bensaou & M. Djouada

Examen de Complexité du 07/01/2025 - durée 1h30

---

ercice 1.- *Algorithmes et complexité*

Soit $A[1..n]$ un tableau de n composants entiers

Correcte?

1. Écrire l'algorithme naïf qui calcule le minimum et le maximum de A.
2. Prouvez sa validité. Donnez sa complexité en nombre de comparaisons et celle du cas pire.
3. Afin de réduire cette complexité, nous traitons les éléments de A par paire $(A[2*i-1], A[2*i])$ [1].

   Écrire un nouvel algorithme qui résout le même problème selon cette idée et donnez sa complexité en nombre de comparaisons. Comparez avec la solution précédente.

ercice 2.- *Équation de récurrence*

Résoudre :

$$f(n) = \begin{cases} 5 * f(n/3) + n & \text{si } n \geq 2 \\ 1 & \text{si } n = 1 \end{cases}$$

ercice 3.- *Sur la classification des problèmes*

1. Donnez les définitions des classes de problèmes $\mathcal{P}$, $\mathcal{NP}$ et $\mathcal{NP}$−Complet.
2. Donnez la définition de la *réduction polynomiale* d'un problème A vers un problème B, notée $A \preceq_{poly} B$.
3. Qu'est-ce que la réduction polynomiale exprime ?
4. Soient P_1, P_2, P_3 trois problèmes tels que : $P_1 \in \mathcal{P}$ et $P_2 \in \mathcal{NP}$−Complet.
   Les affirmations ci-dessous sont-elles vraies ou fausses (Justifiez la réponse) ?

   (a) $P_1 \preceq_{poly} P_3$ Alors $P_3 \in \mathcal{P}$
   (b) $P_3 \preceq_{poly} P_1$ Alors $P_3 \in \mathcal{P}$
   (c) $P_2 \preceq_{poly} P_3$ Alors $P_3 \in \mathcal{NP}$−Complet
   (d) $P_3 \preceq_{poly} P_2$ Alors $P_3 \in \mathcal{NP}$−Complet

5. Rappelons que SAT est le *problème de la satisfiabilité* des formules du calcul propositionnel [2]

   (a) Montrer que le problème 4-SAT $\in \mathcal{NP}$
   (b) Montrer que 4-SAT $\in \mathcal{NP}$-Complet.
   (c) Montrer que : $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ **si et seulement si** 3-SAT $\in \mathcal{P}$

Bon Travail

---

1. On suppose que la taille n du tableau est une puissance de 2.
2. F est une formule en *Forme Normale Conjonctive* (CNF) = F est une *conjonction de clauses.*

Une clause est une disjonction de littéraux.
Un littéral est une variable logique x ou la négation d'une variable logique $\bar{x}$.
Le problème $k - SAT$ impose au plus k littéraux dans une clause.