1. Matriz de probabilidades de gustos para cada tipo de oyente de la radio:

	J	V
P(1)	0.95	0.03
P(2)	0.05	0.82
P(3)	0.02	0.34
P(4)	0.2	0.92

Condicion $c =$ El oyente disfruta del los programas 1 y 3, pero no de los programas 2 y 4.

Sabiendo que un cumple con c. Se pueden definir las siguientes variables:

$x_j =$ Oyentes jovenes que cumplen con c.

$x_v =$ Oyentes viejos que cumplen con c.

Con estas ultimas formulas recien definidias, resulta facil ver que cualquier oyente que cumple con c, tiene que pertenecer al conjunto x_j o x_v. Por lo que se podria definir ademas la varaible$x_{Total} = x_j + x_v$ (notar que $x_j \cap x_v = \phi$)

Quedando asi la siguiente formula:

$$P(J|c) = \frac{x_j}{x_{Total}} = \frac{x_j}{x_j + x_v} \tag{1}$$

En donde cada x se expresa como:

$x_j = P(1|J) * P(2|J) * (1 - P(3|J)) * (1 - P(1|J))$

$x_v = P(1|V) * P(2|V) * (1 - P(3|V)) * (1 - P(1|V))$

Reemplazando las formulas con los valores entregados:

$x_j = 0.95 * 0.02 * (1 - 0.02) * (1 - 0.2) \approx 0.015$

$x_v = 0.03 * 0.82 * (1 - 0.34) * (1 - 0.92) \approx 0.001$

Finalmente, si reemplazamos estos ultimos resultados en (1), resulta que

$$P(J|c) = \frac{0.015}{0.015 + 0.001} = 0.92$$

Es decir, hay un 92% de probabilidad que el oyente sea joven.

2. Algormitmo h_{MAP}

Para cada hipótesis h de H, se calcula: $P(h|D) = \frac{P(D|h)*P(h)}{P(D)}$

Se da como salida $h_{MAP} = \underset{h \epsilon H}{max} P(h|D)$

Hipótesis a consderar:

$x = (1, 0, 1, 1, 0)$

$h_1 =$La persona es escoses

h_2 =La persona es inglesa.

Calculo de probabilidad para cada hipótesis:

Se define la probabilidad de h como: $P(h) = \frac{1}{|H|} = 0.5 = h_1 = h_2$

- $P(h_1|D) = \frac{1*0.5}{P(D)} = 0.5$
- $P(h_2|D) = \frac{1*0.5}{P(D)} = 0.5$

Con los datos observados el algoritmo h_{max} no es capaz de asegurar si x es escoses o ingles ya que ambos tienen la misma probabilidad de ocurrir.

3. Solucion

	Maiz	Granola	Azucarados	Avena	Mayor a 60
1	1	0	0	0	1
2	1	0	0	1	1
3	1	1	1	1	1
4	0	0	0	1	1
5	0	1	1	0	0
6	1	1	0	0	0

Se desea clasificar la instancia: $x = (0, 1, 1, 0)$.

Formula del clasificador de Naive de Bayes

$$v_{NB} = \frac{max}{v_j \varepsilon V} P(v_j) \prod_{i=0}^{n} P(a_i|v_j)$$

- Calculo de la probabilidad
  v_{NB} =P(v_j)P(Maiz $=$ 0$|v_j$)P(Granola $=$ 1$|v_j$)P(Azucarado $=$ 1$|v_j$)P(Avena $=$ 0$|v_j$)
  P(Mayor a 60 $=$ 1) $= \frac{4}{6} = 0.667$
  P(Mayor a 60 $=$ 0) $=$ 1 - P(Mayor a 60 $=$ 1) $= \frac{2}{6} = 0.333$
  P(Maiz $=$ 0$|$Mayor a 60 $=$ 1) $= \frac{1}{4} = 0.25$
  P(Maiz $=$ 0$|$Mayor a 60 $=$ 0) $= \frac{1}{2} = 0.5$
  P(Granola $=$ 1$|$Mayor a 60 $=$ 1) $= \frac{1}{4} = 0.25$
  P(Granola $=$ 1$|$Mayor a 60 $=$ 0) $= \frac{2}{2} = 1$
  P(Azucarado $=$ 1$|$Mayor a 60 $=$ 1) $= \frac{1}{4} = 0.25$
  P(Azucarado $=$ 1$|$Mayor a 60 $=$ 0) $= \frac{1}{2} = 0.5$
  P(Avena $=$ 0$|$Mayor a 60 $=$ 1) $= \frac{1}{4} = 0.25$
  P(Avena $=$ 0$|$Mayor a 60 $=$ 0) $= \frac{2}{2} = 1$

  Quedando las ecuaciones de las probabilidades de x de la siguiente manera:

Sea $c =$ Mayor a 60.
Sea $d =$ No es mayor a 60.
(1) - P(c)P(Maiz $= 0|c$)P(Granola $= 1|c$)P(Azucarado $= 1|c$)P(Avena $= 0|c) = 0.667 * 0.25 * 0.25 * 0.25 * 0.25 = 2.6x10^{-3}$
(2) - P(d)P(Maiz $= 0|d$)P(Granola $= 1|d$)P(Azucarado $= 1|d$)P(Avena $= 0|d) = 0.333 * 0.5 * 1 * 0.5 * 1 = 0.083$

Por ser el resultado de (1) > (2), el algoritmo escoge $v_{NB} = x$ es Mayor a 60 con una probabilidad de $\frac{(1)}{(1)+(2)} \simeq 97\%$. Cabe aclarar que este resultado fue obtenido a partir de una muestra muy *chica*, por lo que su grado de certeza podria no ser ser aceptable.

4. Solucion

	Rico	Casado	Saludable	Contenta?
1	1	1	1	1
2	0	0	1	1
3	1	1	0	1
4	1	0	1	1
5	0	0	0	0
6	1	0	0	0
7	0	0	1	0
8	0	1	0	0
9	0	0	0	0

Se desea calcular la probabilidad que la instancia: $x = (0, 1, 1)$ este feliz con su vida.

- Calculo de la probabilidad
  v_{NB} =P(v_j)P(Rico $= 0|v_j$)P(Casado $= 1|v_j$)P(Saludable $= 1|v_j$)
  P(Contenta $= 1) = \frac{4}{9} = 0.444$
  P(Contenta $= 0) = \frac{5}{9} = 0.556$
  P(Rico $= 0|$Contenta $= 1) = \frac{1}{4} = 0.25$
  P(Rico $= 0|$Contenta $= 0) = \frac{4}{5} = 0.8$
  P(Casado $= 1|$Contenta $= 1) = \frac{2}{4} = 0.5$
  P(Casado $= 1|$Contenta $= 0) = \frac{1}{5} = 0.2$
  P(Saludable $= 1|$Contenta $= 1) = \frac{3}{4} = 0.75$
  P(Saludable $= 1|$Contenta $= 0) = \frac{1}{5} = 0.2$
  Ecuaciones de las probabilidades de x de la siguiente manera:
  Sea $c =$ Esta contenta con su vida.
  Sea $d =$ No esta contenta con su vida.
  $1 \Longrightarrow$ P(c)P(Rico $= 0|c$)P(Casado $= 1|c$)P(Saludable $= 1|c) = 0.444 * 0.25 * 0.5 * 0.75 = 0.042$
  $2 \Longrightarrow$ P(d)P(Rico $= 0|d$)P(Casado $= 1|d$)P(Saludable $= 1|d) = 0.556 * 0.8 * 0.2 * 0.2 = 0.0178$

(a) El algorimto retorna que la persona esta contenta con una probabilidad de acierto de $\frac{0.042}{0.042+0.0178} = 0.70$. Es decir, un 70%.

(b) Sea una persona $/x = (0, 1)$. La probabilidad de que x este Contenta, esta dada por:

$c =$ la persona esta contenta

$d =$ la persona esta contenta

$v_1 = \mathrm{P}(c)\mathrm{P}(\text{Rico} = 0|c)\mathrm{P}(\text{Casado} = 1|c) = 0.444 * 0.25 * 0.5 = 0.055$

$v_2 = \mathrm{P}(d)\mathrm{P}(\text{Rico} = 0|d)\mathrm{P}(\text{Casado} = 1|d) = 0.556 * 0.8 * 0.2 = 0.089$

$\mathrm{P}(x_1) = \frac{0.089}{0.089+0.055} = 0.62 \Rightarrow 62\%$

Por lo tanto, la probabilidad que una persona Pobre y Casada este contenta es del 62%

(a) Una persona pobre, casada y saludable estaria definida por $x = (0, 1, 1)$. La probabilidad que x este contenta es de $\frac{0.042}{0.042+0.012} = 0.78$

$c =$ la persona esta contenta

$d =$ la persona esta contenta

$v_1 = \mathrm{P}(c)\mathrm{P}(\text{Rico} = 0|c)\mathrm{P}(\text{Casado} = 1|c)\mathrm{P}(\text{Saludable} = 1|c) = 0.444 * 0.25 * 0.5 * 0.75 = 0.042$

$v_2 = \mathrm{P}(d)\mathrm{P}(\text{Rico} = 0|d)\mathrm{P}(\text{Casado} = 1|d)\mathrm{P}(\text{Saludable} = 1|d) = 0.556 * 0.8 * 0.2 * 0.2 = 0.018$

$\mathrm{P}(x_1) = \frac{0.042}{0.042+0.018} = 0.7 \Rightarrow 70\%$

5. asd

df