

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
<b>Métodos Numéricos Aplicados I</b>	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

# Laboratorio: Dispositivo de tiro con arco

## Objetivos

En esta actividad vas a conseguir poner en práctica diferentes técnicas para aproximar numéricamente las integrales.

## Descripción

Un análisis cuantitativo del sistema de tiro con arco de la Figura 1 permite recopilar los valores de la fuerza  $F$  in Newton en función del desplazamiento  $x$  en metro. Los datos se resumen en la siguiente tabla:

$x$ (m)	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$F$ (N)	0	37	71	104	134	161	185	207	225	239	250

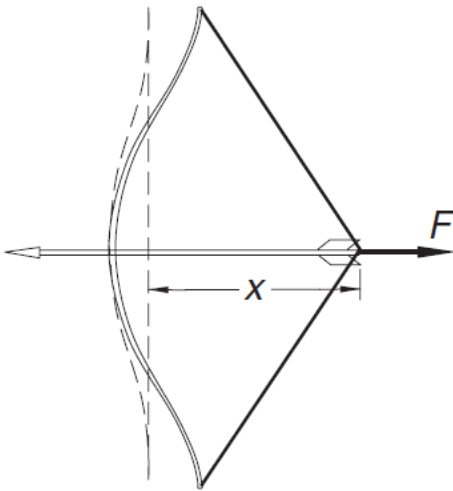


Figura 1. Esquema de tiro con arco.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
<b>Métodos Numéricos Aplicados I</b>	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

Si el arco es lanzado desde una distancia  $x = 0,5$  m, calcule la velocidad de una flecha de masa  $m = 0,075$  Kg cuando esta es arrojada por el arco.

Ayuda: la energía cinética de la flecha es igual al trabajo realizado al estirar el arco.

- ▶ Evalúe la integral usando la regla del trapecio y la regla de Simpson 1/3.
- ▶ Compare los resultados obtenidos.
- ▶ Calcule la velocidad de la flecha para cada valor  $x$  de la tabla. Considere la regla de integración adecuada en cada caso.

### Rúbrica

Dispositivo de tiro con arco	Descripción	Puntuación máxima (puntos)	Peso %
Criterio 1	Calidad en la presentación.	1	10%
Criterio 2	Descripción breve de las diferentes técnicas y los algoritmos utilizados.	2	20%
Criterio 3	Presentación clara y ordenada de los resultados obtenidos.	4	40%
Criterio 4	Implementación en Matlab de los diferentes algoritmos (adjuntar como anexo al final del inform2).	3	30%
		<b>10</b>	<b>100 %</b>

**Extensión máxima de la actividad:** 10 páginas, en formato PDF, con fuente Calibri 12 e interlineado 1,5.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
<b>Métodos Numéricos Aplicados I</b>	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

### PROBLEMA

Si el arco es lanzado desde una distancia  $x = 0,5 \text{ m}$ , calcule la velocidad de una flecha de masa  $m = 0,075 \text{ Kg}$  cuando esta es arrojada por el arco.

**Ayuda:** la energía cinética de la flecha es igual al trabajo realizado al estirar el arco.

### SOLUCION

Para resolver este problema es necesario dar uso de la ecuación de la **CONSERVACION DE LA ENERGIA**. Supongamos que el arco convierte energía potencial elástica en energía cinética. La Ecuación de Conservación de la Energía Potencial Elástica sería:

**EnergiaCinetica=Energía\_Potencial\_Elastica**

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

Donde:

**k=** es la constante elástica del arco

**v=** es la velocidad de la flecha

**m=** masa de la flecha

**x=** Es la distancia desde la posición de equilibrio (distancia desde donde se lanza la flecha hasta el punto donde el arco está totalmente extendido).

Ahora bien, calculando el trabajo realizado al estirarse el arco desde  $x=0$  hasta  $x=0.50$  metros, utilizando la regla del trapecio, teniendo en cuenta los datos de la fuerza en función del desplazamiento  $x$ :

x (m)	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
F (N)	0	37	71	104	134	161	185	207	225	239	250

Nuestro **segundo paso** es definir los valores de la **Integral**, para ello tomaremos el trabajo (**W**) que es esfuerzo al estirar la flecha, que se calcula mediante la **Integral de la fuerza F**, respecto al **movimiento (x)**.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
<b>Métodos Numéricos Aplicados I</b>	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

$$\int_0^{0.50} F(x) dx$$

De otro lado, haremos uso de la regla del trapecio para la función **F(x)** dentro del intervalo **[0,0.5]** dividido en **n(10)** que son subintervalos de ancho denotado por **h(0.05)**.

Por consiguiente:

$$w = \frac{h}{2} [F(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} F(x_i) + f(x_n)]$$

En efecto haremos la sumatoria de los valores de F(x) y este resultado lo multiplicaremos por 2:

$$w = \frac{0.05}{2} [0 + 2(37 + 71 + 104 + 161 + 185 + 207 + 225 + 239) + 250]$$

$$w = \frac{0.05}{2} [0 + 2(1363) + 250]$$

$$\mathbf{W=74.4J}$$

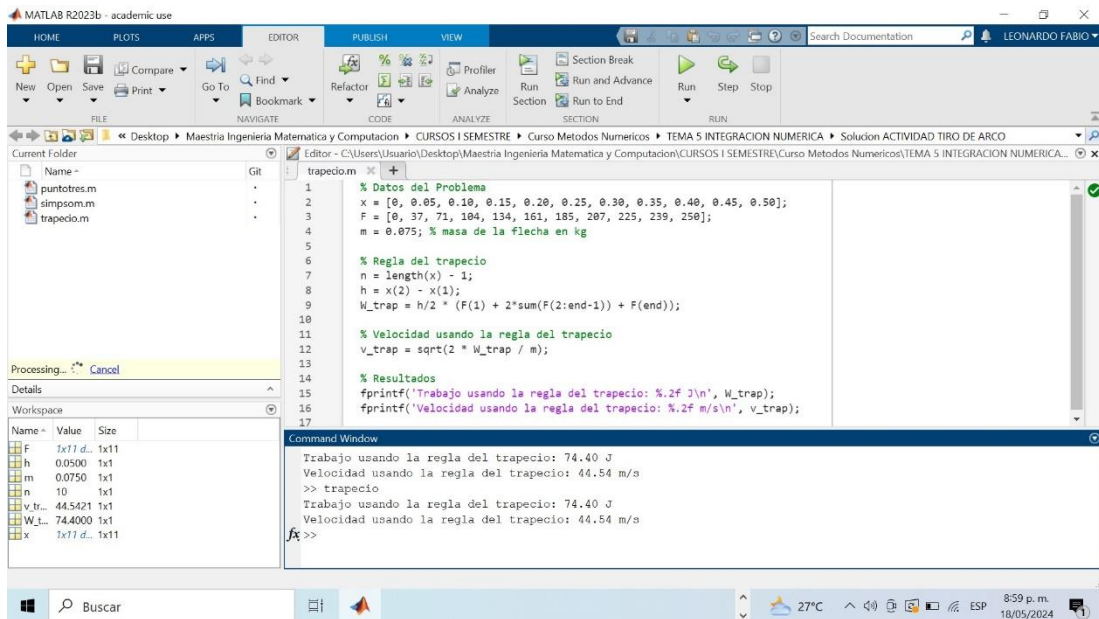
Luego del resultado del trabajo denotado **W** podemos hallar la velocidad de la flecha, usando la relación entre el trabajo realizado y la energía cinética  $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = W$

Despejando la **V** obtiene:

$$V = \sqrt{\frac{2 * 74.4}{0.075}} = 44.55 \text{ m/s}$$

En la siguiente página se ilustrará captura de pantalla, del entorno Matlab, donde se ilustrará el script efectuado para calcular la velocidad de la flecha usando el método de integración del trapecio y el trabajo generado por el estiramiento de la cuerda para comparar los resultados con los métodos numéricos de integración trapecio y simpson:

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
<b>Métodos Numéricos Aplicados I</b>	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	



**Imagen No 1** Captura de pantalla, archivo en formato **.m** script utilizado para calcular la **velocidad y fuerza** a través del **método numérico del trapecio**.

a. Se usara la misma fórmula de integración del trapecio:

$$\int_0^{0.50} F(x)dx$$

b. Regla de simpson  $w = \frac{h}{3} [F(x_0) + 4 \sum_{odd i} F(x_i) + 2 \sum_{even i} F(x_i) + f(x_n)]$

c. remplazamos

$$w = \frac{0.05}{2} [0 + 4(37 + 104 + 161 + 207 + 239) + 2(71 + 134 + 185 + 225) + 250]$$

$$w = \frac{0.05}{2} [0 + (2292 + 1230 + 250)] = 74.53J$$

$$w = 74.53J$$

d. Para hallar la velocidad, se usará el mismo método analítico a través de la siguiente formula:

$$V = \sqrt{\frac{2 * 74.53}{0.075}} = 44.58 m/sg$$

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
<b>Métodos Numéricos Aplicados I</b>	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

A continuación, se hace una ilustración mediante la **imagen No 2**, de la captura de pantalla del script programado en el entorno del Matlab, usando el método numérico de integración de simpson:

```

1 % Datos
2 x = [0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.50];
3 F = [0, 37, 71, 104, 134, 161, 185, 207, 225, 239, 250];
4 m = 0.075; % masa de la flecha en kg
5
6 % Regla de Simpson 1/3
7 n = length(x) - 1;
8 h = x(2) - x(1);
9 W_simp = h/3 * (F(1) + 4*sum(F(2:2:end-1)) + 2*sum(F(3:2:end-2)) + F(end));
10
11 % Velocidad usando la regla de Simpson
12 v_simp = sqrt(2 * W_simp / m);
13
14 % Resultados
15 fprintf('Trabajo usando la regla de Simpson: %.2f J\n', W_simp);
16 fprintf('Velocidad usando la regla de Simpson: %.2f m/s\n', v_simp);

```

Command Window

```

Trabajo usando la regla de Simpson: 74.53 J
Velocidad usando la regla de Simpson: 44.58 m/s
fx >>

```

**Imagen No 2.** Captura de pantalla, archivo en formato **.m** script utilizado para calcular la **velocidad y fuerza** a través del **método numérico de simpson**.

## 2. Comparación de resultados:

Si observamos los dos (2) resultados de la velocidad en las diferentes reglas integración nos dan resultados diferentes, pero solo por 3 centésimas **(0.03)** de diferencia.

## 3. Calcular la velocidad de cada valor de x según los datos de la tabla en Matlab:

x (m)	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
F (N)	0	37	71	104	134	161	185	207	225	239	250

a. Según la tabla anterior definimos mis vectores **x** y **F**.

b. **Pre a locación de matrices:** Se definen matrices para almacenar los resultados del trabajo calculando con ambas reglas y las velocidades correspondientes.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

c. se define la función de energía cinética: Una función anónima que calcula la velocidad a partir del trabajo.

d. **Calculo de la integral y velocidad:** Un bucle **for** itera sobre los valores de **x**, calculando el trabajo realizado por la fuerza mediante la regla del trapecio y la regla de Simpson 1/3. Se almacena la velocidad calculada para cada valor de **x**.

The screenshot shows the MATLAB R2023b interface. The script 'puntotres.m' is open in the Editor, and its execution results are displayed in the Command Window. The script defines a function 'kinetic\_energy' and calculates the work done by a force using the trapezoidal and Simpson's 1/3 rules. The results are stored in a matrix.

```

1 % Datos de la tabla
2 x = 0:0.05:0.50; % desplazamiento en metros
3 F = [0 37 71 104 134 161 185 207 225 239 258]; % fuerza en Newtons
4 m = 0.075; % masa de la flecha en kg
5
6 % Preallocar matrices para almacenar los resultados
7 W_trapecio = zeros(size(x));
8 W_simpson = zeros(size(x));
9 v_trapecio = zeros(size(x));
10 v_simpson = zeros(size(x));
11
12 % Función de energía cinética
13 kinetic_energy = @(W) sqrt(2 * W / m);
14
15 % Calcular la integral y la velocidad para cada valor de x
16 for i = 2:length(x)

```

The Command Window displays the following results:

x (m)	Trapecio W (J)	Simpson W (J)	Trapecio v (m/s)	Simpson v (m/s)
0.05	0.9250	NaN	4.9666	NaN
0.10	3.6250	3.6500	9.8319	9.8650
0.15	8.0000	NaN	14.6059	NaN
0.20	13.9500	14.0000	19.2873	19.3218
0.25	21.3250	NaN	23.8467	NaN
0.30	29.9750	30.0500	28.2725	28.3078
0.35	39.7750	NaN	32.5679	NaN

**Imagen 3.** Captura de pantalla de los numerales a,b,c,d de donde se obtiene los resultados en el **comand window**.

Como se puede evidenciar el archivo **.m** se ilustra el código de Matlab programado y el resultado que se obtiene al ejecutar el código, donde de forma detallada nos ilustra una matrix en el **comand window**.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
<b>Métodos Numéricos Aplicados I</b>	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

### **Agradecimientos.**

El desarrollo de esta actividad permitió adquirir habilidades y destrezas en el uso del software de Matlab. Agradezco y felicito de manera especial a la **Doctora PAULA TRIGUERO NAVARRO**, por sus honorables clases magistrales virtuales que imparte a través del Curso de Métodos numéricos.

Bendiciones, que Dios permita que usted nos siga guiando en este proceso de formación del Master Universitario de Ingeniería de Matemática y Computación.



Asignatura	Datos del alumno	Fecha
<b>Métodos Numéricos Aplicados I</b>	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

## Referencias

**Carrillo, J. (2021, 5 marzo). *La regla de Simpson: la fórmula y cómo funciona.* freeCodeCamp.org.**

<https://www.freecodecamp.org/espanol/news/la-regla-de-simpson-la-formula-y-como-funciona/>

**CK-12 Foundation. (s. f.). *CK-12 Foundation.***

<https://flexbooks.ck12.org/cbook/c%C3%A1lcu-2.0/section/5.10/primary/lesson/integraci%C3%B3n-num%C3%A9rica%3A-regla-trapezoidal-calc-spn/>

**LUDA UAM-Azc. (s. f.).**

[http://aniei.org.mx/paginas/uam/CursoMN/curso\\_mn\\_16.html#:~:text=La%20regla%20de%20Simpson%20de%201%2F3%20es%2C%20en%20general,n%C3%BAmero%20de%20fajas%20es%20impar.](http://aniei.org.mx/paginas/uam/CursoMN/curso_mn_16.html#:~:text=La%20regla%20de%20Simpson%20de%201%2F3%20es%2C%20en%20general,n%C3%BAmero%20de%20fajas%20es%20impar.)