

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

Aqswder6Y8ilooooooooooooo

Laboratorio: Dispositivo de tiro con arco

Objetivos

En esta actividad vas a conseguir poner en práctica diferentes técnicas para aproximar numéricamente las integrales.

Descripción

Un análisis cuantitativo del sistema de tiro con arco de la Figura 1 permite recopilar los valores de la fuerza F in Newton en función del desplazamiento x en metro. Los datos se resumen en la siguiente tabla:

x (m)	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
F (N)	0	37	71	104	134	161	185	207	225	239	250

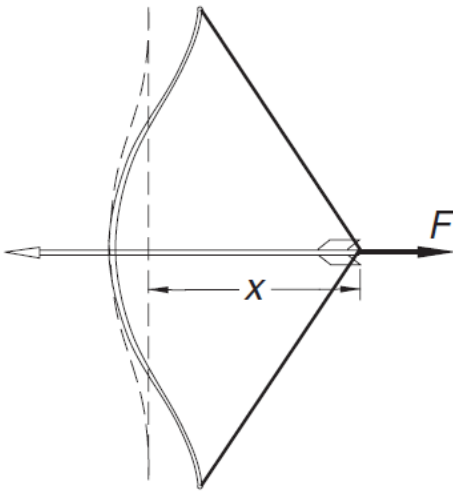


Figura 1. Esquema de tiro con arco.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

Si el arco es lanzado desde una distancia $x = 0,5$ m, calcule la velocidad de una flecha de masa $m = 0,075$ Kg cuando esta es arrojada por el arco.

Ayuda: la energía cinética de la flecha es igual al trabajo realizado al estirar el arco.

- ▶ Evalúe la integral usando la regla del trapecio y la regla de Simpson 1/3.
- ▶ Compare los resultados obtenidos.
- ▶ Calcule la velocidad de la flecha para cada valor x de la tabla. Considere la regla de integración adecuada en cada caso.

Rúbrica

Dispositivo de tiro con arco	Descripción	Puntuación máxima (puntos)	Peso %
Criterio 1	Calidad en la presentación.	1	10%
Criterio 2	Descripción breve de las diferentes técnicas y los algoritmos utilizados.	2	20%
Criterio 3	Presentación clara y ordenada de los resultados obtenidos.	4	40%
Criterio 4	Implementación en Matlab de los diferentes algoritmos (adjuntar como anexo al final del informe).	3	30%
		10	100 %

Extensión máxima de la actividad: 10 páginas, en formato PDF, con fuente Calibri 12 e interlineado 1,5.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

PROBLEMA

Si el arco es lanzado desde una distancia $x = 0,5 \text{ m}$, calcule la velocidad de una flecha de masa $m = 0,075 \text{ Kg}$ cuando esta es arrojada por el arco.

Ayuda: la energía cinética de la flecha es igual al trabajo realizado al estirar el arco.

SOLUCION

Para resolver este problema debemos calcular el trabajo realizado por dos métodos diferentes, la regla del trapecio y regla de Simpson 1/3, luego se utiliza la ayuda: la energía cinética de la flecha es igual al trabajo realizado al estirar el arco, para encontrar la velocidad. Por último, se comparan los resultados que se obtienen con ambos métodos.

El trabajo (**W**) realizado al estirar el arco desde $x=0$ hasta $x=0.50$ metros, se representa por medio de la siguiente integral

$$W = \int_0^{0.50} F(x) dx.$$

Esta integral se resolverá numéricamente empleando la regla del trapecio y la regla de Simpson 1/3 y los datos proporcionados en la tabla 1, que corresponden a la fuerza en función del desplazamiento x :

x (m)	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
F(N)	0	37	71	104	134	161	185	207	225	239	250

Tabla 1: Valores de la fuerza en función del desplazamiento x .

Regla del Trapecio

La fórmula de la regla del trapecio dada por

$$\int_a^b F(x) dx \approx \frac{h}{2} \left[F(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} F(x_i) + f(x_n) \right],$$

Al emplear esta regla para la función **F(x)** dentro del intervalo **[0,0.5]** dividido en **n(10)** subintervalos de ancho **h(0.05)** obtenemos que el trabajo realizado es:

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

$$W = \frac{0.05}{2} [0 + 2(37 + 71 + 104 + 161 + 185 + 207 + 225 + 239) + 250]$$

$$W = \frac{0.05}{2} [0 + 2(1363) + 250]$$

$$W = 74.4J .$$

Ahora, para determinar la velocidad de la flecha se utiliza la relación entre el trabajo realizado y la energía cinética dada por

$$E_K = \frac{1}{2} mV^2 = W$$

Despejando **V** llega a:

$$V = \sqrt{\frac{2W}{m}}$$

y reemplazando los valores numéricos se tiene que

$$V = \sqrt{\frac{2 * 74.4}{0.075}} = 44.55 \text{ m/s}$$

Regla de Simpson 1/3

La regla de Simpson 1/3 viene dada por

$$\int_a^b F(x)dx \approx \frac{h}{3} \left[F(x_0) + 4 \sum_{odd i} F(x_i) + 2 \sum_{even i} F(x_i) + f(x_n) \right]$$

Al emplear esta regla para la función **F(x)** dentro del intervalo **[0,0.5]** dividido en **n(10)** subintervalos de ancho **h(0.05)** tenemos que:

$$W = \frac{0.05}{3} [0 + 4(37 + 104 + 161 + 207 + 239) + 2(71 + 134 + 185 + 225) + 250]$$

$$W = \frac{0.05}{3} [0 + (2292 + 1230 + 250)] = 74.53J$$

$$W = 74.53J$$

Utilizando la fórmula para la velocidad **V** y reemplazando los valores numéricos se llega a:

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

$$V = \sqrt{\frac{2 * 74.53}{0.075}} = 44.58 \text{ m/s}$$

A continuación, se presenta los scripts (Figura 1 y 2) realizados en Matlab para calcular la velocidad de la flecha usando la regla del trapecio y la regla de Simpson 1/3.

The screenshot shows the MATLAB R2023b interface. The script 'trapecio.m' is open in the Editor, and the Command Window displays the results of its execution. The script calculates the work done using the trapezoidal rule and the resulting velocity.

```

1 % Datos del Problema
2 x = [0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.50];
3 F = [0, 37, 71, 104, 134, 161, 185, 207, 225, 239, 250];
4 m = 0.075; % masa de la flecha en kg
5
6 % Regla del trapecio
7 n = length(x) - 1;
8 h = x(2) - x(1);
9 W_trap = h/2 * (F(1) + 2*sum(F(2:end-1)) + F(end));
10
11 % Velocidad usando la regla del trapecio
12 v_trap = sqrt(2 * W_trap / m);
13
14 % Resultados
15 fprintf('Trabajo usando la regla del trapecio: %.2f J\n', W_trap);
16 fprintf('Velocidad usando la regla del trapecio: %.2f m/s\n', v_trap);
17

```

Command Window output:

```

Trabajo usando la regla del trapecio: 74.40 J
Velocidad usando la regla del trapecio: 44.54 m/s
>> trapecio
Trabajo usando la regla del trapecio: 74.40 J
Velocidad usando la regla del trapecio: 44.54 m/s
fx>>

```

Figura 1: Cálculo de la velocidad aplicando la regla del trapecio.

The screenshot shows the MATLAB R2023b interface. The script 'simpson.m' is open in the Editor, and the Command Window displays the results of its execution. The script calculates the work done using Simpson's 1/3 rule and the resulting velocity.

```

1 % Datos
2 x = [0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.50];
3 F = [0, 37, 71, 104, 134, 161, 185, 207, 225, 239, 250];
4 m = 0.075; % masa de la flecha en kg
5
6 % Regla de Simpson 1/3
7 n = length(x) - 1;
8 h = x(2) - x(1);
9 W_simp = h/3 * (F(1) + 4*sum(F(2:2:end-1)) + 2*sum(F(3:2:end-2)) + F(end));
10
11 % Velocidad usando la regla de Simpson
12 v_simp = sqrt(2 * W_simp / m);
13
14 % Resultados
15 fprintf('Trabajo usando la regla de Simpson: %.2f J\n', W_simp);
16 fprintf('Velocidad usando la regla de Simpson: %.2f m/s\n', v_simp);

```

Command Window output:

```

Trabajo usando la regla de Simpson: 74.53 J
Velocidad usando la regla de Simpson: 44.58 m/s
fx>>

```

Figura 2: Cálculo de la velocidad aplicando la regla del Simpson 1/3.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

Comparación de resultados:

Podemos ver que se obtienen diferentes resultados numéricos para la velocidad al aplicar estas reglas de integración (trapezio y Simpson 1/3). Estos valores difieren de 3 centésimas (0.03). Si quisiéramos saber cual de los dos métodos es el más indicado para aplicar, deberíamos conocer la solución analítica, y así realizar el error absoluto y relativo.

3. Calcular la velocidad de cada valor de x según los datos de la tabla en Matlab:

x (m)	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
F (N)	0	37	71	104	134	161	185	207	225	239	250

a. Según la tabla anterior definimos los vectores **x** y **F**.

b. **Pre a locación de matrices:** Se definen matrices para almacenar los resultados del trabajo calculando con ambas reglas y las velocidades correspondientes.

c. **se define la función de energía cinética:** Una función anónima que calcula la velocidad a partir del trabajo.

d. **Calculo de la integral y velocidad:** Un bucle **for** itera sobre los valores de **x**, calculando el trabajo realizado por la fuerza mediante la regla del trapezio y la regla de Simpson 1/3. Se almacena la velocidad calculada para cada valor de **x**.

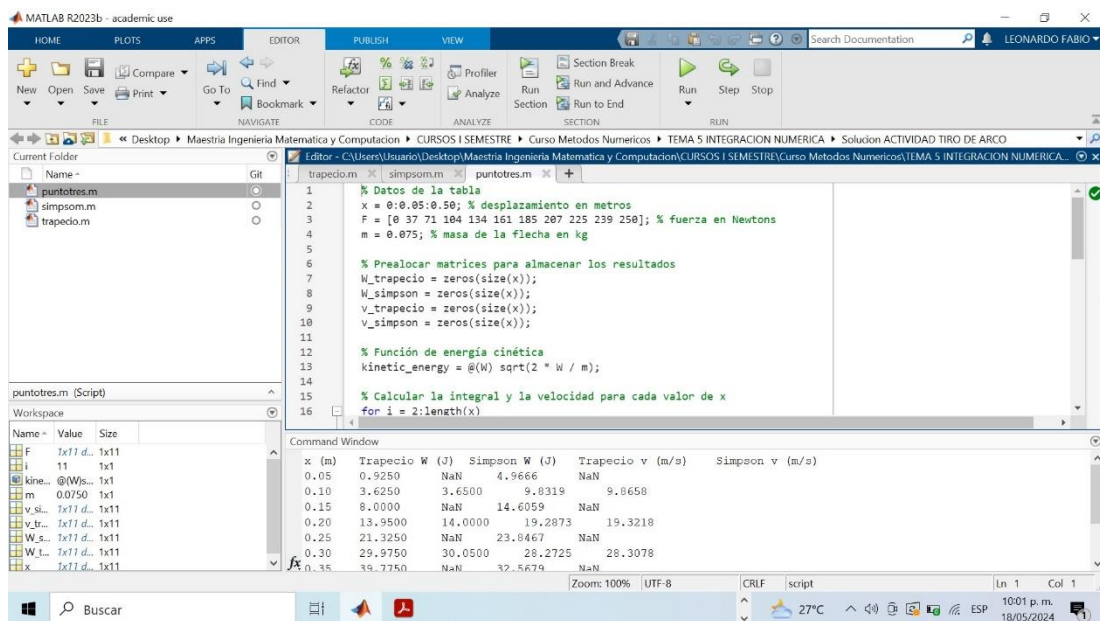


Figura 3: Captura de pantalla de los numerales a,b,c,d de donde se obtiene los resultados en el comand window.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

Como se puede evidenciar el archivo **.m** se ilustra el código de Matlab programado y el resultado que se obtiene al ejecutar el código, donde de forma detallada nos ilustra una matrix en el **comand window**.

Agradecimientos.

El desarrollo de esta actividad permitió adquirir habilidades y destrezas en el uso del software de Matlab. Agradezco y felicito de manera especial a la **Doctora PAULA TRIGUERRO NAVARRO**, por sus honorables clases magistrales virtuales que imparte a través del Curso de Métodos numéricos.

Bendiciones, que Dios permita que usted nos siga guiando en este proceso de formación del Master Universitario de Ingeniería de Matemática y Computación.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Métodos Numéricos Aplicados I	Apellidos: NARVAEZ LOPEZ	18/05/2024
	Nombre: LEONARDO FABIO	

Referencias

Carrillo, J. (2021, 5 marzo). *La regla de Simpson: la fórmula y cómo funciona.* freeCodeCamp.org.

<https://www.freecodecamp.org/espanol/news/la-regla-de-simpson-la-formula-y-como-funciona/>

CK-12 Foundation. (s. f.). *CK-12 Foundation.*

<https://flexbooks.ck12.org/cbook/c%C3%A1lculo-2.0/section/5.10/primary/lesson/integraci%C3%B3n-num%C3%A9rica%3A-regla-trapezoidal-calc-spn/>

LUDA UAM-Azc. (s. f.).

http://aniei.org.mx/paginas/uam/CursoMN/curso_mn_16.html#:~:text=La%20regla%20de%20Simpson%20de%201%2F3%20es%2C%20en%20general,n%C3%BAmero%20de%20fajas%20es%20impar.