

גיליון 3

להגשה עד כולל יום רביעי 15.12.21 במודל

1. תהי $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה המקיימת $\int_{-1}^1 g(t) dt = 3$. נסמן $f(x, y, z) = g(x + y + z)$.
חשבו את $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ כאשר $V = \{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$.

2. חשבו את נפח הגוף

$$V = \{(x, y, z) : 2 - z \leq x + y \leq 5 - z, 1 - y \leq x \leq 3 - y, x \leq y \leq 2x\}$$

3. מצאו את מרכז המסה של רבע חרוט חד צדדי בעל צפיפות אחידה $\rho(x, y, z) = 1$ הכלוא בין המשטחים $x = 0, y = 0, z = 1, z = 0$ ו- $x^2 + y^2 = z^2$.

4. חשבו את נפח הגוף הכלוא בין שתי הספרות $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 4$.

5. תהי $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ההעתקה הנתונה על ידי

$$u(x, y, z) = x^2 + y^2$$

$$v(x, y, z) = x - y$$

$$v(x, y, z) = z$$

לכל $\varepsilon > 0$ נתון כי T מעתיקה את הקוביה $[1, 1 + \varepsilon] \times [2, 2 + \varepsilon] \times [3, 3 + \varepsilon]$ לגוף בעל נפח $V(\varepsilon)$. חשבו את הגבול $L = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{V(\varepsilon)}{\varepsilon^3}$.

