

Exercice

Suites arithmético-géométriques

Matteo Wei

On fixe $a, b \in \mathbb{R}$ deux réels.

Le but de cet exercice est de déterminer une expression pour les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifiant la relation de récurrence

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = au_n + b.$$

Question 1. *Que dire dans le cas où $a = 1$?*

On suppose pour le reste de l'exercice que $a \neq 1$.

Question 2. *Trouver l'unique $l \in \mathbb{R}$ tel que $al + b = l$.*

On suggère pour la suite d'uniquement utiliser la propriété $l = al + b$, plutôt que de réinjecter l'expression de l dans les calculs.

Question 3. *Montrer que la suite $(u_n - l)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique, de raison à préciser.*

Question 4. *En déduire une expression de u_n en fonction de a, b, l, u_0 , et n .*