

DOI: 10.12382/bgxb.2022.1103



基于前馈补偿的轮腿式机动平台姿态自适应控制

刘辉^{1,2}, 刘宝帅¹, 廖登廷¹, 韩立金^{1,2*}, 崔山²

(1. 北京理工大学 机械与车辆学院, 北京 100081; 2. 北京理工大学 前沿技术研究院(济南), 山东 济南 250300)

摘要: 在通过复杂路面障碍时, 轮腿式机动平台的轮端负载较大, 且地面对轮胎的外力会突然变化, 会显著降低机身姿态的控制精度, 并容易导致轮胎脱离地面失稳等问题。为提高平台的地形适应能力和稳定性, 提出一种基于前馈补偿的平台姿态自适应控制策略。构建平台的逆运动学模型和动力学模型, 考虑轮-地接触点垂向支撑力和纵向驱动力实现轮-地接触状态的实时估计, 结合腿部高度观测器和轮-地接触状态估计器获得腿部垂向补偿高度, 兼顾平台车轮运动稳定性和姿态自适应控制精度。考虑平台机身动量和角动量, 利用二次规划算法优化的轮端虚拟驱动力求解前馈补偿力矩, 以实现平台的运动精确控制。仿真结果表明, 该方法可以有效提高轮腿式机动平台在崎岖路面环境下的姿态自适应控制精度和轮胎驱动稳定性, 为在复杂工况下轮腿式机动平台执行侦察等任务奠定基础。

关键词: 轮腿式机动平台; 前馈补偿; 轮-地接触; 实时估计; 姿态控制

中图分类号: TJ301

文献标志码: A

文章编号: 1000-1093(2023)09-2756-12

Adaptive Attitude Control of Wheel-legged Mobile Platform Based on Feedforward Compensation

LIU Hui^{1,2}, LIU Baoshuai¹, LIAO Dengting¹, HAN Lijin^{1,2*}, CUI Shan²

(1. School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Advanced Technology Research Institute (Jinan), Beijing Institute of Technology, Jinan 250300, Shandong, China)

Abstract: When passing through complex obstacles, a wheel-legged mobile platform bears a relatively large load on the wheel end, and the external force acting on the tire from the ground undergoes sudden changes. This significantly reduces the precision of the platform's attitude control and can lead to tire instability and loss of contact with the ground. To improve the terrain adaptation and stability, an adaptive attitude control strategy for the platform based on feedforward compensation is proposed. Considering the vertical support force and longitudinal driving force at the wheel-ground contact point, the inverse kinematic model and dynamic model of the platform are constructed. And the real-time estimation of the wheel-ground contact state is achieved, and the leg height observer and wheel-ground contact state are combined to perform feedforward compensation to adjust the leg's vertical height, balancing the platform's wheel motion stability and adaptive attitude control accuracy. Furthermore, considering the momentum and angular momentum of the platform, the virtual driving force at the wheel end is optimized by the quadratic programming algorithm to solve the feedforward compensation torque and thus enable the precise control of platform motion. The simulation results show that the proposed method can improve the

收稿日期: 2022-11-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(52130512)

* 通信作者邮箱: lj.han@163.com

adaptive attitude control accuracy and tire driving stability of the wheeled-legged mobile platform, laying the foundation for its performing reconnaissance and other tasks in complex working conditions.

Keywords: wheel-legged mobile platform; feedforward compensation; wheel-ground contact; real-time estimation; attitude control

0 引言

轮腿式机动平台运动机构由腿和车轮组成,通过腿部关节与轮协同实现作动,具备轮式平台高机动性、腿式平台高通过性和环境适应性特性,在战场侦察、厂区巡逻、灾后救援及资源勘测等领域具有广泛的应用前景^[1-3]。国内外学者在轮腿式机动平台运动控制领域开展了大量工作,如瑞士苏黎世联邦理工大学在 ANYmal 足式平台上开发了四轮腿平台^[4]和 Ascento 两轮腿平台^[5]、北京理工大学开发了四轮腿并联液压机器人^[6]等。与腿足式机动平台不同,轮腿式平台由4个腿式结构和4个轮式结构串联组成执行机构,运动过程中需要各个驱动电机协调工作,进而实现不同的动作与任务^[7]。

当轮腿式机动平台车轮滚动行驶时,可利用作动关节主动调整车身姿态角度与高度,能够执行侦察、巡逻等任务,对平台任务执行与功能拓展具有重要意义^[8]。因此,国内外学者在轮腿式机动平台姿态主动控制方面开展了大量研究。Grand 等^[9]针对 Hylos 轮腿机器人,基于运动学和逆运动学模型,提出一种路径轨迹和姿态解耦控制策略。Du 等^[10]提出一种基于质心运动空间动量的分层控制框架,将腿式运动和轮式运动解耦,以实现不同模拟路面下的平台质心运动、腿式运动和轮式运动。刘本勇等^[11]基于空间机构学位姿变换推导质心姿态与轮心位置关系,并利用非线性规划遗传算法对姿态控制过程中的质心稳定性条件进行了优化。韩子勇等^[12]基于质心动力学方法和二次优化方法,通过优化车轮-地面反作用力实现了对摇臂悬挂机动平台姿态主动控制。此外,姿态控制也是腿足式机动平台的研究重点。Carlo 等^[13]简化了 Cheetah 3 四足机器人关于地面反作用力的动力学模型,利用凸优化算法求解关于地面反作用力的模型预测控制问题,提升了机器人高动态运动的稳健性和鲁棒性。张国腾等^[14]建立了作用于虚拟质心的虚拟力与支撑腿关节扭矩之间的数学模型,通过调整躯干虚拟力实现了躯干高度与姿态的控制。然而,轮腿式机动平台运动过程中质心位姿与路面环境的关系是非线性并不可测的,尤其是未知环境下

轮端易受到地面的冲击、碰撞、不规则地面摩擦等问题影响,极易出现作动系统“虚腿”情况,进而增大了姿态误差。

目前,开展轮腿式机动平台姿态自适应控制的关键点主要包括:1) 获取轮胎与地面的接触状态,目前主流方法主要包括有触地力传感器^[15]和无触地力传感器^[16];2) 闭环控制中获取的传感器反馈信息存在“毛刺”,需要通过状态观测器来提升反馈参数精确度。Camurri 等^[17]通过检测关节力矩来估计地面对机器人的作用力,实现对 HyQ 四足机器人的冲击检测和状态估计。在六足机器人方面, Yang 等^[18]采用平方根无迹卡尔曼滤波器融合处理多传感器的信息,以接触点为中心的腿部关节传感器来实现精准的状态估计,其抗噪声干扰性能比以惯性测量单元(IMU)信号为中心的状态观测器更好。Bloesch 等^[19]利用扩展卡尔曼滤波器设计了一种基于 IMU 信号的状态观测器,用以对机器人进行状态估计。Qin 等^[20]在双足机器人足端配置了六轴力传感器,利用足端与地面的接触面受力状态距离摩擦圆锥边界的远近来判断发生相对滑动的概率,以提升轮-地接触判别准确率。区别于腿足式机动平台,轮腿式机动平台的轮胎滚动行驶时,轮胎与地面摩擦产生的驱动力也会影响其轮端接触点受力,进而影响接触状态的判断。综上,利用单一参数难以满足轮腿式机动平台接触状态估计。

本文对轮腿式机动平台姿态控制进行解耦,建立了基于空间向量的质心动力学模型,推导了运动空间内质心位姿与轮端位置的显示数学关系。综合考虑轮端的地面反力和纵向驱动力建立了轮端接触状态估计器,结合腿部高度观测器和接触状态估计对腿部高度进行前馈补偿控制,提高轮-地接触状态估计和质心位姿控制的精确度。在轮腿式机动平台的浮动基坐标系构建整体简化模型转化为二次优化问题,实现支撑相下垂向力和纵向力的最优分配,进而获取轮腿式机动平台前馈力矩,提高平台对崎岖不平路面的适应能力。

1 轮腿式机动平台结构与组成

轮腿式机动平台主要由车身系统、感知系统、行

走系统等组成,如图 1 所示,车身系统内部安装电池、DC、IMU、主控制器等部件;感知系统的感知控制套件 Jetson Agx Xavier 固定在车身内部,16 线激光雷达、深度相机 D435i、2 个 RTK 天线等安装在车身表面,可实时采集行进过程中的路况信息;行走系统由 4 个单轮腿系统组成,采用肘-膝式布置方案,大腿由髋关节电机直接驱动,小腿由膝关节电机驱动同步带实现作动,车轮由轮边电机直接驱动,关键参数见表 1。在行走系统的髋关节位置设计由摩擦片和扭簧组成的减振系统,可在一定程度上降低来自地面对行走系统的振动,满足不同路面环境下实现高效稳定运行。

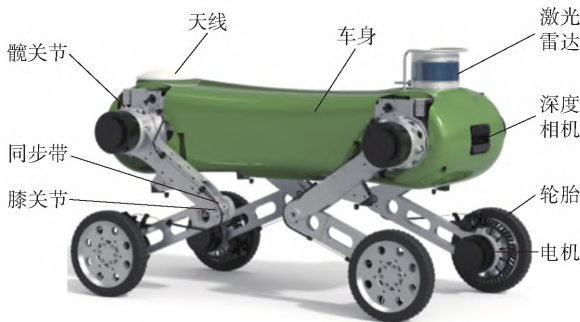


图 1 轮腿式机动平台整体构型

Fig. 1 Overall architecture of wheel-legged mobile platform

表 1 轮腿式机动平台关键参数

Table 1 Key parameters of wheel-legged mobile platform

类别	参数	数值
结构参数	平台质量 m/kg	50
	负载质量 m_l/kg	10
	自由度 n	18
	外廓长 L_b/mm	850
	外廓宽 L_w/mm	350
	大腿长度 L_1/mm	300
	小腿长度 L_2/mm	290
关节电机	轮胎半径 R_w/mm	
	额定扭矩 $\tau_{\text{jm rate}}/(\text{N}\cdot\text{m})$	48
	峰值扭矩 $\tau_{\text{jm max}}/(\text{N}\cdot\text{m})$	144
轮边电机	额定扭矩 $\tau_{\text{wm rate}}/(\text{N}\cdot\text{m})$	8.3
	峰值扭矩 $\tau_{\text{wm max}}/(\text{N}\cdot\text{m})$	24.8

本文采用 Denavit-Hartenverg(D-H) 法构建轮腿式机动平台车身与腿部作动系统运动坐标系(见图 2),定义 3 个坐标系:1) 轮腿式机动平台的世界坐标系 $O_w x_w y_w z_w$,其中 x_w 轴指向纵向前进正方向, y_w 轴指向横向运动正方向, z_w 轴指向垂向运动正方向;

2) 机身质心坐标系 $O_c x_c y_c z_c$,其中 x_c 轴指向平台运动纵向正方向,即车轮前进正方向, y_c 轴与 y_w 轴方向重合, z_c 轴指向重力加速度的反方向;3) 平台各关节坐标系 $O_i^j x_{oi}^j y_{oi}^j z_{oi}^j$,其中 i 为第 i 个单轮腿系统, $i = 1, 2, 3, 4$, j 为第 j 个旋转关节, $j = 1, 2, 3$ 。

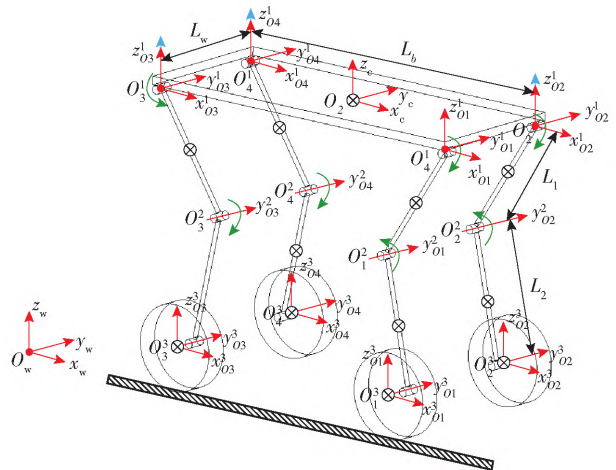


图 2 轮腿式机动平台坐标系和运动空间定义

Fig. 2 Definitions of the coordinates and motion space of wheel-legged mobile platform

基于全局坐标系定义构建轮腿式机动平台的逆运动学模型,以右前腿部行走系统为对象,进而获取车轮轴心与小腿端部之间重合点的位置坐标 $\{x_{o1}^3, y_{o1}^3, z_{o1}^3\}$,

$$\begin{cases} x_{o1}^3 = L_1 \sin q_h + L_2 \sin(q_h + q_k) \\ y_{o1}^3 = 0 \\ z_{o1}^3 = -L_1 \cos q_h - L_2 \cos(q_h + q_k) \end{cases} \quad (1)$$

式中: q_h 和 q_k 分别表示髋关节和膝关节的旋转角度。根据式(1),运动学逆解模型可以表示为

$$\begin{cases} q_h = \arctan\left(\frac{(x_{o1}^3)^2}{-z_{o1}^3}\right) \pm \arccos\left(\frac{L_1 - L_2^2 + (x_{o1}^3)^2 + (z_{o1}^3)^2}{2L_1 \sqrt{(x_{o1}^3)^2 + (z_{o1}^3)^2}}\right) \\ q_k = \arccos\left(\frac{(x_{o1}^3)^2 + (z_{o1}^3)^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1 L_2}\right) \end{cases} \quad (2)$$

2 轮腿式机动平台质心动力学模型构建

本文建立了关于质心运动线动量和角动量的质心动力学模型。首先,通过控制质心运动实现轮腿式机动平台的姿态调节控制,其中质心空间惯量由各个子部件的空间惯量组成,即

$$\rho_{ci} = \begin{bmatrix} k_{ci} \\ l_{ci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{ci} \hat{\omega}_{ci} \\ m_{ci}(\hat{v}_{ci} + g) \end{bmatrix} = {}^i X_c^T I_{ci} {}^i X_c v_{ci} \quad (3)$$

式中: $\rho_{ci} \in \mathbb{R}^6$ 为第 i 个部件的空间向量; $k_{ci} \in \mathbb{R}^3$ 为空间角动量; $I_{ci} \in \mathbb{R}^3$ 为空间线性动量; \bar{I}_{ci} 为部件 i 局部空间张量矩阵; I_{ci} 为部件 i 等效空间张量矩阵; m_{ci} 为车体系统承受质量; $\hat{\omega}_{ci}$ 和 \hat{v}_{ci} 分别为部件质心的角速度和线速度; g 为重力加速度向量 $g = [0 \ 0 \ g]^T$, g 为重力加速度, 取 9.8 m/s^2 , 下标 c 表示部件质心。因此, 系统质心空间向量矩阵 ρ_c 可以表示为

$$\rho_c = I_c v_c = \sum_{i=1}^n {}^i X_c^T I_{ci} {}^i X_c v_{ci} \quad (4)$$

式中: I_c 为系统质心坐标等效惯量; v_c 为质心坐标等效空间速度矩阵; n 为部件数量; ${}^i X_c^T \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 为部件到系统质心坐标的空间向量矩阵转置; X_c 为系统等效空间矩阵; v_{ci} 为部件 i 的等效空间速度。在轮腿式机动平台处于运动状态时, 车轮始终处于滚动状态。

3 基于前馈补偿的姿态自适应控制策略

轮腿式机动平台在不规则障碍地形中行进时, 需要保持质心姿态和高度, 进而确保平台平稳运行。下面主要介绍本文提出的基于前馈补偿的姿态自适应控制策略, 包括位姿状态估计、姿态高度补偿、运动规划与控制(见图3), 确保轮腿式机动平台在运动空间内轮腿与地面始终平稳接触。

图3中: θ_c^p 为实际反馈俯仰角; θ_c^r 为实际反馈侧倾角; ω_c^p 和 ω_c^r 分别表示俯仰角和侧倾角速度; T_i 为状态估计方程系数矩阵; t 为离散化后的时间序列 $t \in [0, T_e]$, T_e 为运算终止时间点; x_t 为估计变量; e_t 为姿态角速度的随机高斯白噪声偏差; A 为轮端位置变换矩阵; f 为轮端接触力; b 为机身在质心处线运动和角运动变换矩阵; $S \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 和 $W \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$ 分别表示计算虚拟力对应的权重矩阵, 且均是正定矩阵; $\alpha \in \mathbb{R}^{8 \times 1}$ 表示优化目标权重系数; C 为不等式约束矩阵; d_m 为不等式约束上边界; $\tau_i^{\text{ff}} = [\tau_{i,h}^{\text{ff}}, \tau_{i,k}^{\text{ff}}]^T$ 表示第 i 个轮腿系统的髌关节和膝关节的前馈力矩; J 为雅克比矩阵; $f_{i,pp}^* = [f_{i,pp}^x, f_{i,pp}^z]^T$ 表示第 i 个轮腿系统的关节最优分配力, $i = 1, 2, 3, 4$; v_c^{ref} 、 ω_c^{ref} 分别为车身运动所需的期望速度和期望角速度; $X_c^{\text{ref}} = [P_c^{\text{ref}}, \theta_c^{\text{ref}}]$ 表示车身期望轨迹, P_c^{ref} 表示车身期望位置, θ_c^{ref} 表示车身期望姿态角度, 包括俯仰角、侧倾角; ΔP_c^* 、 $\Delta \theta_c^*$ 分别为质心位置与姿态角度的变化率; ΔP_i^{des} 为期望轮端位置变化量; q_i^{des} 和 q_i^{act} 分别表示对应髌关节和膝关节的期望角度和反馈角度; τ_i^a 为关节驱动力矩; τ_i^b 为反馈力矩; h_{Ca}^i 为利用姿态修正获取的第 i 个腿的补偿高度; h_{At}^i 为避免轮端离地的第 i 个腿的补偿高度; Δh_l^i 为姿态修正和轮端触地求解的补偿总高度 $\Delta h_l^i = h_{Ca}^i + h_{At}^i$ 。

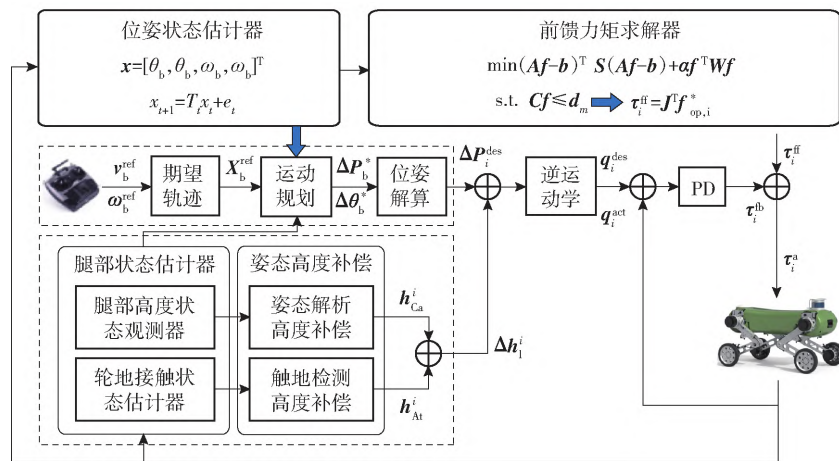


图3 基于前馈补偿的姿态自适应控制策略

Fig. 3 Adaptive attitude control strategy based on feedforward compensation

为使平台车身始终保持一定相对位置和姿态角度行驶, 质心位置与姿态角度的变化率可以表示为

$$\begin{cases} \Delta P_c^* = K_{pl} (P_c^{\text{ref}} - P_c^{\text{act}}) + K_{dl} (v_c^{\text{ref}} - v_c^{\text{act}}) \\ \Delta \theta_c^* = K_{pa} (\theta_c^{\text{ref}} - \theta_c^{\text{act}}) + K_{da} (\omega_c^{\text{ref}} - \omega_c^{\text{act}}) \end{cases} \quad (5)$$

式中: K_{pl} 、 K_{dl} 分别表示关于位移线运动的比例矩阵

和增益矩阵; K_{pa} 、 K_{da} 分别表示关于姿态角运动的比例矩阵和增益矩阵; $P_c^{\text{act}} = [P_x^{\text{act}}, P_z^{\text{act}}]^T$ 表示世界坐标系下的平台机身在质心处实际位置, P_x^{act} 为实际纵向运动位置, P_z^{act} 为实际垂向运动位置; $\theta_c^{\text{act}} = [\theta_c^p, \theta_c^r]^T$ 为车身质心实际反馈姿态角度; $v_c^{\text{act}} = [v_x^{\text{act}}, v_z^{\text{act}}]^T$ 为车身质心处的实际纵向和垂向速度; $\omega_c^{\text{act}} = [\omega_c^p, \omega_c^r]^T$

$\omega_c^r]^T$ 为实际俯仰和侧倾角速度。

基于图 2 中 D-H 坐标系与结构参数,在平台纵向与垂向的运动控制时,轮端期望位置向量 ${}^0_3P_j^{\text{des}}$ 可表示为

$${}^0_3P_j^{\text{des}} = R_c^{-1} (P_c' - h_c - \Delta P_c^*) \quad (6)$$

式中: R_c 为质心平移时变换矩阵; P_c' 为初始质心位置向量; h_c 为质心位姿变换向量; $j = 1, 2, 3, 4$ 。在车身出现俯仰与侧倾运动时,轮端位置变换矩阵为

$$P = R_j^{\text{des}} = R_Y^{-1} (\theta_p' - R\Delta\theta_p^*) \quad (7)$$

$$P_j^{\text{des}} = R_Y^{-1} (\theta_r' - R\Delta\theta_r^*) + \Delta h_c \quad (8)$$

式中: R_Y 表示位姿变换矩阵; θ_p' 和 $\Delta\theta_p^*$ 分别表示初始俯仰角和俯仰角变化量; θ_r' 和 $\Delta\theta_r^*$ 为初始侧倾角和侧倾角变化量, $\Delta h_c = \Re_c \tan(\Delta\theta_r^*)/2$, \Re_c 为侧倾角解算矩阵。联立式(6)~式(8),可以获取在实现车身姿态及高度控制时各个轮末端位置的总体表达式,即

$${}^0_3P_j^{\text{des}} = R_Y^{-1} R_c^{-1} (P_c' - R_Y \Delta\theta_c^*) + \Delta h_c R^N \quad (9)$$

式中: R^N 为高度变换矩阵。因此,各个轮端位置向量代入逆运动学中,即可以获得各个关节作动角度。

3.1 位姿状态估计

轮腿式机动平台配置了 IMU 传感器,但由于其自身精度限制、零偏误差以及其他振动、电磁等干扰的原因,导致采集的姿态角度信号中掺杂噪声干扰,给闭环控制算法中信号差分 and 位姿解算带来误差。为提高控制精度,本文利用拓展 Kalman 滤波(EKF)算法对质心姿态角度进行估计,设计了质心位姿估计的状态变量 x ,其表达式为

$$x = [\theta_c^p \ \theta_c^r \ \omega_c^p \ \omega_c^r]^T \quad (10)$$

姿态角度和速度偏差的离散化微分方程可以表示为

$$x_{t+1} = T_t x_t + e_t \quad (11)$$

利用平台配置 IMU 可测得变量为俯仰角速度 ω_t^p 和侧倾角速度 ω_t^r ,测量方程可以表示为

$$\delta h(\dot{x}_t) = [\omega_t^p \ \omega_t^r]^T \quad (12)$$

由于平台无横摆关节设计,本文仅考虑其纵向运动和垂向运动中的俯仰角和侧倾角。为提升估计精度,状态估计微分方程考虑了测量误差和过程随机误差均值,即

$$\begin{bmatrix} \theta_{t+1}^p \\ \theta_{t+1}^r \\ \omega_{t+1}^p \\ \omega_{t+1}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_t^p \\ \theta_t^r \\ \omega_t^p \\ \omega_t^r \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta t}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t}{2} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t^p + w_t \\ e_t^r + w_t \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: w_t 为过程误差。基于式(11)~式(13)中给定的时序离散状态微分方程,测量方程为

$$Y_{t+1} = h(x_t, \zeta_t) \quad (14)$$

式中: $\zeta_t = e_t + w_t$ 为测量误差与过程误差之和。因此,基于 EKF 算法的状态变量与观测变量的离散时序模型可以表示为

$$\begin{cases} x_{t+1}^- = f(x_t, \zeta_t, 0) \\ P_{t+1}^- = \Phi_t P_t^+ \Phi_t^T + Q_t \\ K_{t+1} = P_{t+1}^- P_{t+1}^- (H_t P_{t+1}^- P_{t+1}^- + R_t)^{-1} \\ x_{t+1}^+ = x_{t+1}^- + K_{t+1} (z_t - H_t x_{t+1}^-) \\ P_{t+1}^+ = P_{t+1}^- - K_{t+1} H_t P_{t+1}^- \end{cases} \quad (15)$$

式中: Φ_t 为状态转移增益; P_t^+ 为预测协方差矩阵; Q_t 为预测过程中协方差; K_t 为增益矩阵; H_t 为观测矩阵; R_t 为观测噪声误差; z_t 为测量矩阵。

3.2 触地状态检测与车身姿态补偿策略

区别于足式平台,轮腿式机动平台的作动机构轮腿与地面接触存在诸多不确定性,如滑转、腾空等。良好的附着条件是平台平稳运行的重要条件。因此,本文提出考虑轮腿垂向支撑力和车轮驱动力实现其触地状态检测。根据轮腿式机动平台浮动基坐标系,以右前轮腿为研究对象,见图 4,其中 O_1^1 、 O_1^2 、 O_1^3 分别为髋关节、膝关节和轮轴心处的原点坐标, C_{m1} 、 C_{m2} 、 C_{m3} 分别为大腿质心、小腿质心、车轮与轮边电机质心, f_x 、 f_z 分别为纵向力和垂向力, v 为纵向前进速度, ω_1^3 为轮胎转速。

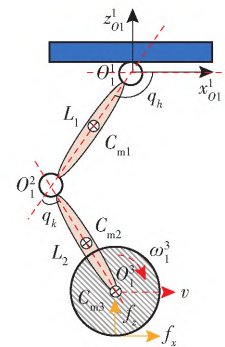


图 4 左前腿坐标系定义

Fig. 4 Definition of the front-left leg coordinates

对于单个轮腿执行机构(见图 4),其腿部和车

轮运动与地面之间构成一个串并联机构,将腿部作动机构简化为杆件,平稳运行状态下的利用拉格朗日方法构建的动力学模型可以表示为

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q})\dot{q} + G = N^T \tau^* \quad (16)$$

式中: $M(q)$ 为空间惯量矩阵; $H(q, \dot{q})$ 为科氏项; q 、 \dot{q} 和 \ddot{q} 分别为关节角度、关节角速度和关节角加速度; G 为重力项系数; N^T 为转换矩阵; $\tau^* = [\tau_h^*, \tau_k^*, \tau_w^*]^T$ 分别表示髋关节电机、膝关节电机和轮边电机的驱动力矩。假设每条腿部的质量集中于质心,腿部关节坐标系原点为

$$\begin{cases} P_{01} = [0 \ 0 \ 0]^T \\ P_{02} = [L_1 \cos q_h \ 0 \ -L_1 \sin q_h]^T \\ P_{03} = \begin{bmatrix} L_1 \cos q_h + L_2 \cos(q_h - q_k) \\ 0 \\ -L_1 \sin q_h - L_2 \sin(q_h - q_k) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (17)$$

式中: P_{01} 、 P_{02} 和 P_{03} 分别为大腿、小腿和车轮的质心位置坐标,如图4所示。对位置坐标进行微分可求得各坐标原点的运动速度,可获取各个杆件与车轮的动能 E_k 和势能 E_p ,可得拉格朗日函数为

$$L = E_{k1} + E_{k2} + E_{k3} - E_{p1} - E_{p2} - E_{p3} \quad (18)$$

联立式(16)~式(18),考虑小腿端部外力 $f \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$,可得拉格朗日方程中的各系数矩阵为

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q})\dot{q} + G = \tau^* + J^T f \quad (19)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$G = [G_1 \ G_2 \ G_3]^T \quad (22)$$

$$\begin{cases} M_{11} = 2m_2 L_1^2 + m_2 L_2 (L_2 + 2L_1 \cos q_k) \\ M_{12} = -m_2 L_1 (L_1 + L_2 \cos q_k) \\ M_{21} = -m_2 L_2 (L_2 - L_1 \cos q_k) \\ M_{22} = m_2 L_2^2, M_{33} = I_3 \\ M_{13} = M_{23} = M_{31} = M_{32} = 0 \\ H_{11} = -2\ell \dot{q}_k \sin q_k, C_{12} = \ell \dot{q}_k \sin q_k \\ H_{21} = \ell \dot{q}_h \sin q_k \\ H_{13} = H_{22} = H_{23} = H_{31} = H_{32} = H_{33} = 0 \\ G_1 = m^k \cos q_h + m^v \cos q_{hk} \\ G_2 = -m^v \cos q_{hk}, G_3 = 0 \end{cases} \quad (23)$$

式中: m_2 为表示小腿质量; I_3 为轮端旋转惯量; $\ell =$

$m_2 L_1 L_2 m^k = (0.5m_1 + 0.5m_2 + m_3)gL_1$, m_3 为轮端电机和轮胎质量; $m^v = (0.5m_2 + m_3)gL_2$; $q_{hk} = q_h - q_k$ 。

根据式(19)、式(23) $f \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 可以表示为

$$f = (J^T)^{-1} (\tau^* - M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q})\dot{q} + G) \quad (24)$$

式中: $f = [f_x \ f_y \ f_z]^T$; τ^* 为关节和驱动轮力矩。根据式(24),可以获取轮腿式机动平台小腿端部与轮腿轴心的垂向支撑力 f_z 。与足式平台不同,轮腿式机动平台通过带驱动电机的轮腿与地面实现接触,轮边驱动电机产生驱动力矩 τ_w ,进而产生纵向驱动力 f_{xw} 克服与行进速度相反方向的纵向摩擦力实现期望运动,即

$$f_{xw} = \frac{\tau_w}{R_w} \quad (25)$$

式中: R_w 表示轮胎半径。本文仅考虑平台纵向和垂向运动,轮端受力可以表示为

$$f_w^* = [f_{xw}^* \ f_{zw}^*]^T = [f_x + f_{xw} \ f_z]^T \quad (26)$$

式中: f_w^* 表示纵向和垂向受力矩阵。因此,利用 Sigmoid 函数计算其纵向和垂向的接触概率为

$$\begin{cases} p_f^{xw} = \frac{f_{xw}^*}{|f_{xw}^{* \min} - f_{xw}^{* \max}|} \\ p_f^{zw} = \frac{f_{zw}^*}{|f_{zw}^{* \min} - f_{zw}^{* \max}|} \end{cases} \quad (27)$$

$$p(p_f^{*w}) = \frac{1}{1 + \exp(c_d(c_v - p_f^{*w}))} \quad (28)$$

式中: p_f^{xw} 、 p_f^{zw} 分别为纵向和垂向的接触概率值; $f_{xw}^{* \min}$ 和 $f_{xw}^{* \max}$ 分别为通过仿真获取接触力的最小值和最大值; c_d 、 c_v 为 Sigmoid 函数可调参数; $p(p_f^{*w})$ 为接触概率值。轮腿系统轮胎与地面的接触概率可表示为 $p = [p(p_f^{xw}) \ 0 \ p(p_f^{zw})]^T$ 。轮-地接触概率 p^{k*} 可以表示为

$$p^{k*} = \prod (p(p_f^{xw}) \cdot p(p_f^{zw})) \quad (29)$$

根据分析,本文设定阈值 σ_m 判断轮腿式机动平台中轮胎与地面接触状态,即

$$K_{c_i}^+ = \begin{cases} 1, & p^{k*} > \sigma_m \\ 0, & p^{k*} \leq \sigma_m \end{cases} \quad (30)$$

式中: $K_{c_i}^+$ 表征接触状态值, $K_{c_i}^+ = 1$ 表示轮胎与地面稳定接触, $K_{c_i}^+ = 0$ 表示轮胎与地面处于不稳定接触状态,包括处于轮胎离地腾空状态和具有离地腾空趋势。

根据分析,获取当前各个腿部高度对控制器高

度补偿具有重要作用。因此,根据平台腿部作动系统反馈实时角度位置关系,建立平台各个腿部高度观测器,如式(31)所示:

$$h_{\text{Ea}i}^* = |L_1 \sin q_{hi}^{\text{act}}| + |L_2 \cos(q_{hi}^{\text{act}} + q_{ki}^{\text{act}})| + R_w \quad (31)$$

式中: $h_{\text{Ea}i}^*$ 表示当前时刻第 i 个腿部垂向高度。通过实现各腿高度实时补偿,确保每条轮腿作动机构中的轮胎与地面平稳接触的前提下实现姿态控制精度提升; q_{hi}^{act} 、 q_{ki}^{act} 分别表示髋关节和膝关节实际反馈角度, τ_{hi}^i 、 τ_{ki}^i 分别表示第 i 个腿的髋关节力矩、膝关节力矩和驱动轮力矩, P_{hi}^c 为相对于机身坐标系下第 i 个腿的实时反馈位置信息, P_{wi}^c 为相对于机身质心坐标系下实时反馈的轮端位置信息,算法控制框架伪代码见图 5。

1. 输入: θ_p^{act} , θ_r^{act} , q_{hi}^i , q_{ki}^i , τ_{hi}^i , τ_{ki}^i , τ_w^i , $i=1, 2, 3, 4$;
2. q_{hi}^i , q_{ki}^i , τ_{hi}^i , τ_{ki}^i , τ_w^i 代入式(19)~式(31),求得各轮腿的接触信号 K_{c+}^i ;
3. 根据 θ_p^{act} , θ_r^{act} , q_{hi}^i , q_{ki}^i 获取当前每个腿部作动观测高度 $h_{\text{Ea}i}^*$;
4. 利用 $O\text{-Rotx}(R) \text{ Rotz}(P) \text{ Roty}(Y) \cdot P_{hi}^c + P_{wi}^c$ 计算得到补偿高度 h_{Ai}^i ;
5. if $K_{c+}^i = 0$ then
 $h_{\text{Ca}}^i \rightarrow \Delta h_{\text{Ea}}^i - \min(h_{\text{Ea}}^i)$
 else $h_{\text{Ca}}^i \rightarrow 0$
 end
6. 获取各腿总补偿高度 $\Delta h_1^i = h_{\text{Ca}}^i + h_{\text{Ai}}^i$
7. 输出: 各轮腿作动补偿高度 Δh_1^i

图 5 车身姿态实时补偿算法

Fig. 5 Real-time compensation algorithm for vehicle attitude

3.3 运动控制策略

本文的研究目标是轮腿式机动平台在运动过程中 4 个轮腿机构始终保持与地面接触状态。因此,基于轮腿式机动平台浮动基坐标系,本文构建了整体虚拟模型,如图 6 所示。利用二次规划算法实现支撑相下垂向力和纵向力的最优分配,进而获取轮腿式机动平台前馈力矩。图 6 中 f_m^x 、 f_m^z 分别为机身作用于 x_c 和 z_c 轴的广义力, τ_m^p 、 τ_m^r 分别为表为机身质心坐标系下 x_c 和 y_c 轴广义力矩, f_{1x} 、 f_{1y} 、 f_{1z} 分别为第 1 个轮腿系统中轮端在 x_c 轴、 y_c 轴和 z_c 轴方向上接触反力, f_{3x} 、 f_{3y} 、 f_{3z} 分别为第 3 个轮腿系统中轮端在 x_c 、 y_c 和 z_c 轴方向上接触反力。

由于支撑相中腿部质量相较于车身质量影响较小,在构建整体质心虚拟模型时忽略腿部作动机构

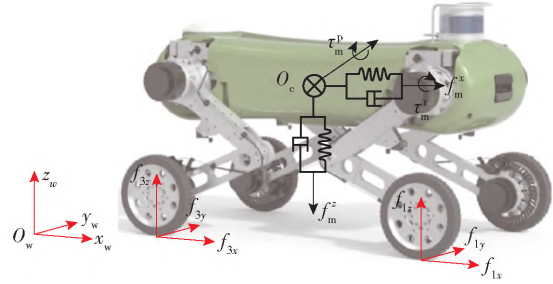


图 6 轮腿式机动平台整体质心虚拟模型

Fig. 6 Virtual model of the center of mass of wheel-legged mobile platform

的质量,假设质量集中于虚拟质心 O_c 点,见图 6。本文的研究目标是实现轮腿式机动平台在支撑相状态下姿态主动控制,利用实际俯仰角加速度 $\dot{\omega}_p^{\text{act}}$ 、侧倾角加速度 $\dot{\omega}_r^{\text{act}}$ 、纵向加速度 \dot{v}_x 和垂向加速度 \dot{v}_z 可以获取基于虚拟质心的虚拟力模型,即

$$\begin{bmatrix} f_m^* \\ \tau_m^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \dot{v}_x \\ m(\dot{v}_z + g) \\ I_x \dot{\omega}_r^{\text{act}} \\ I_y \dot{\omega}_p^{\text{act}} \end{bmatrix} \quad (32)$$

式中: $f_m^* = [f_m^x \ f_m^z]^T$ 、 $\tau_m^* = [\tau_m^r \ \tau_m^p]^T$ 分别为等效质心广义力和力矩; I_x 、 I_y 分别为机身在 x_c 和 y_c 轴上的旋转惯量。根据运动位置矩阵分配至每个处于支撑相的轮腿作动机构,可得到各个轮端虚拟支撑力与质心虚拟力和力矩之间的如下关系式:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & \cdots & I \\ p_1 \times & \cdots & p_4 \times \end{bmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} f_{1 \rho p}^* \\ \vdots \\ f_{4 \rho p}^* \end{bmatrix}}_f = \underbrace{\begin{bmatrix} f_m^* \\ \tau_m^* \end{bmatrix}}_b \quad (33)$$

式中: $I \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 为单位矩阵; $p_i \times \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 表示各个腿部作动机构相对于质心的位置坐标; f_m^* 、 τ_m^* 分别为作用于机身质心的广义力和广义力矩。基于式(33),质心虚拟力分配任务可以转化为二次规划问题,即

$$\begin{aligned} \min \quad & (Af - b)^T S (Af - b) + \alpha f^T W f \\ \text{s. t.} \quad & Cf \leq d_m \end{aligned} \quad (34)$$

根据上文对轮-地接触稳定分析,在开展各腿部作动机构虚拟力分配时需要考虑其所需虚拟力的取值范围,不仅可使轮端与地面实现稳定接触,亦可确保各关节和轮边驱动电机稳定可靠输出,即

$$\begin{cases} f_{x \min} \leq f_{i \rho p}^x \leq f_{x \max} \\ -\mu f_{z \min} \leq f_{i \rho p}^z \leq \mu f_{z \max} \end{cases} \quad (35)$$

式中: f_{\min}^* 和 f_{\max}^* 分别表示不同方向分配虚拟力的最小值和最大值; μ 为轮胎与接触路面的静摩擦

系数, 不等式矩阵 $Cf \leq d_m$ 可以表示为

$$\begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (36)$$

式中: $f_i = [f_i^x \ f_i^z]^T$, $i = 1, 2, 3, 4$; $C_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$; $d_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 。

基于二次规划算法求得的各个腿部作动机构的虚拟力分配结果, 结合运动学和力平衡分析求得的雅克比矩阵, 得到作用至关节电机的驱动力矩, 该力矩作为驱动关节的前馈力矩, 其表达式如下:

$$\tau_i^{\text{ff}} = J^T f_{i, \text{pp}} \quad (37)$$

根据图3, 关节驱动力矩 τ_i^a 由前馈力矩 τ_i^{ff} 和反馈力矩 τ_i^{fb} 组成, 即

$$\tau_i^a = \tau_i^{\text{fb}} + \tau_i^{\text{ff}} \quad (38)$$

利用PD控制算法可以求得反馈力矩, 即

$$\tau_i^{\text{fb}} = PD(q_i^{\text{des}} - q_i^{\text{act}}) \quad (39)$$

4 仿真分析

本文利用数学仿真软件建立了轮腿式无人机动平台多刚体模型, 根据设计构型和传感器配置调用模型库进行参数设置, 模拟车身中配置的IMU获取质心侧倾、俯仰和横摆姿态角度和角速度, 组合导航获取车身实时位置和速度, 关节连接模块获取关节角度、角速度和驱动力矩等参数。为验证所提出的控制算法, 本文建立了一个由双边桥、波形障碍及侧坡组成的路面环境, 如图7所示。在仿真过程中, 设定期望运动轨迹, 其中在起步阶段0~1 s时平台纵向速度从0 m/s加速至0.3 m/s, 然后平台以期望俯仰角为0°、侧倾角为

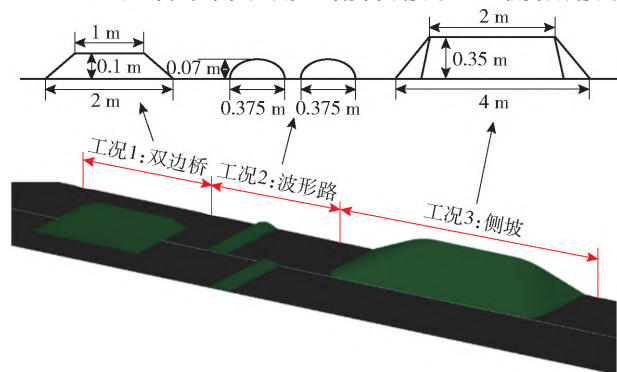


图7 轮腿式机动平台运行及工况示意图

Fig. 7 Schematic diagram of the operation and working conditions of wheel-legged mobile platform

0°、质心高530 mm、纵向速度为0.3 m/s的速度匀速前进通过障碍。

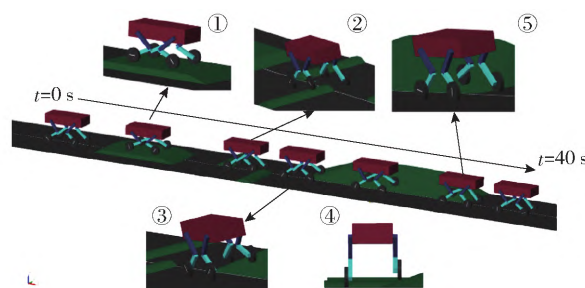


图8 轮腿式机动平台仿真运动过程

Fig. 8 Wheel-legged mobile platform in motion

图8为在不同障碍场景下的轮腿式机动平台的姿态自适应仿真效果, 首先在 $t = 0$ s 时仿真开始, 然后在 $t = 4$ s 时进入第①阶段的双边桥障碍, 在本阶段中机身姿态角度和高度始终与初始状态一致, 通过第①阶段后进入两个波形障碍的第②阶段, 在本阶段中仅有一个车轮越过波形障碍, 其余车轮均在平直路面, 验证平台在短波形障碍下机身姿态调整水平。此外, 采用侧坡工况验证轮腿式机动平台侧倾姿态控制效果, 轮腿式机动平台在第③阶段中为左侧车轮开始上侧坡, 等左侧前后两个车轮都上坡后进入第④阶段, 此时右侧两个车轮在水平路面上, 左侧两个车轮在侧坡障碍行驶, 通过调整左右侧腿部高度, 实现姿态角度和机身质心高度始终保持与初始状态保持一致, 然后在图8中第⑤阶段左侧车轮依次离开侧坡, 两侧车轮均进入水平路面。

图9(a)和图9(b)为轮腿式机动平台车身质心姿态角度仿真效果, 平台在第4.4 s开始接近障碍, 在第37.2 s时平台左后轮离开障碍。从图9中可以看出, 实际俯仰角和侧倾角的最大跟踪误差分别为 -0.862° 和 0.369° , 平均误差分别为 -0.276° 和 0.102° 。图9中, 通过对比姿态角度的实际值与估计值, 其俯仰角与侧倾角估计值最大误差为 0.014° 和 0.009° , 平均误差值分别为 -0.005° 和 0.001° 。

图10和图11为轮腿式机动平台纵向与垂向的速度与位置的跟踪仿真结果。由图10可以看出, 轮腿式机动平台质心的期望纵向速度为0.3 m/s, 实际行驶速度会在越障过程中出现波动, 纵向跟踪终止位置为11 754 mm, 与期望最终位置为11 850 mm, 最终跟踪误差96 mm。从图11中可以看出, 轮腿式机动平台垂向位置的最大跟踪误差为5 mm, 平均跟踪

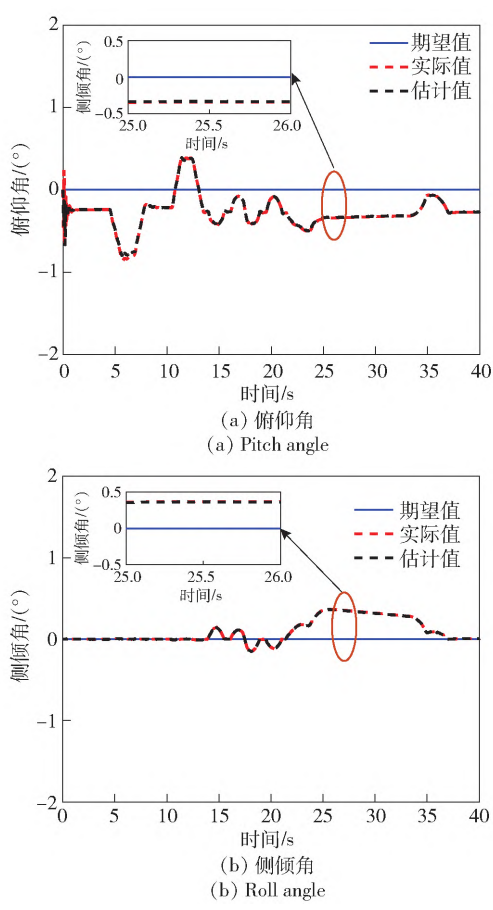


图 9 车身质心姿态角度结果

Fig.9 Simulation results of attitude angle of the platform CoM

误差为-2 mm。图 12(a) 和图 12(b) 分别表示在该工况下左前腿和右前腿的各个关节运行角度和力矩结果。在行驶过程中, 轮腿式机动平台关节力矩作动平缓, 关节力矩最大值 < 60 N·m, 满足关节力矩阈值约束。

图 13(a) 、图 13(b) 分别为不同腿部作动机构下轮-地接触检测指令结果, 经统计, 无前馈补偿下不同轮腿作动系统中轮-地接触指令为 0 情况占比分别为 0%、5. 717%、2. 632%和 5. 080% , 而带有前馈补偿下指令 0 情况占比 0%、4. 380%、2. 790%和 4. 367%。对比可知, 带有前馈补偿策略可以明显降低轮-地接触为 0 的概率。

通过 Simscape 模型中的接触工具箱模型, 获取了车轮与地面的垂向支撑力, 如图 14 所示, 对比了带有前馈补偿策略和不带前馈补偿策略下的轮-地接触力。表 2 对比了两种策略对俯仰角和侧倾角的影响情况, 其中所提出的控制算法对俯仰姿态精度具有明显的改善。与地面处于不稳定接触状态时, 车轮具有离地腾空的趋势。所提出的前馈补偿策略

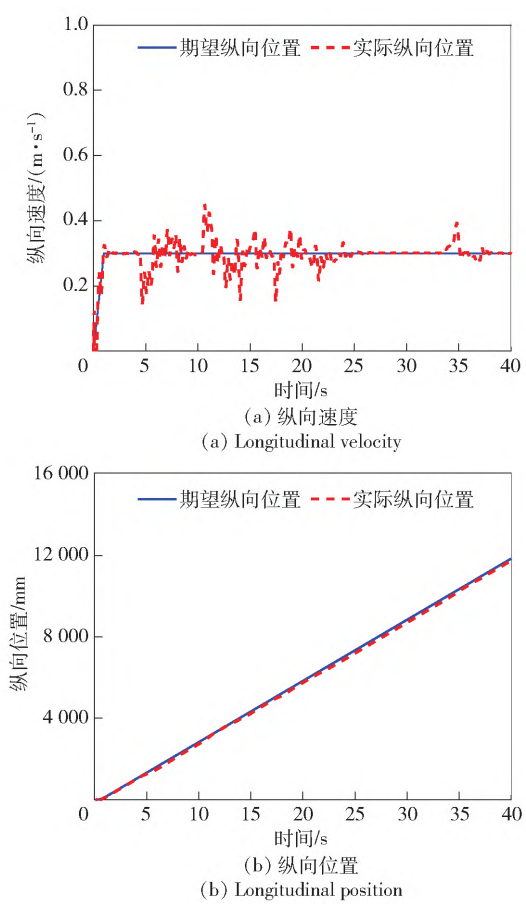


图 10 平台质心纵向速度与位置仿真结果

Fig. 10 Simulation results of longitudinal velocity and position of the platform CoM

提高了车轮与地面的垂向支撑力, 提升了与地面的接触概率, 可有效降低作动过程中不稳定接触的情况, 提升其行驶过程中驱动轮的稳定性, 同时有效提升了其姿态保持的控制效果与精度。

表 2 仿真结果对比			
Table 2 Comparison of simulation results			
姿态角	误差	带前馈补偿策略	无前馈补偿策略
俯仰角	最大误差	-0. 862°	-0. 954°
	平均误差	-0. 276°	-0. 316°
侧倾角	最大误差	0. 369°	0. 369°
	平均误差	0. 102°	0. 102°

仿真在 CPU Inter Corei7-40750H 2. 6 GHz、RAM 16G 的笔记本电脑上进行。本文统计了所提出算法中耗时最长的二次规划算法, 如图 15 所示, 其中计算耗时最长为 0. 872 ms, 平均耗时为 0. 225 ms, 这就表明所提出的算法具备应用于实时控制的潜力。

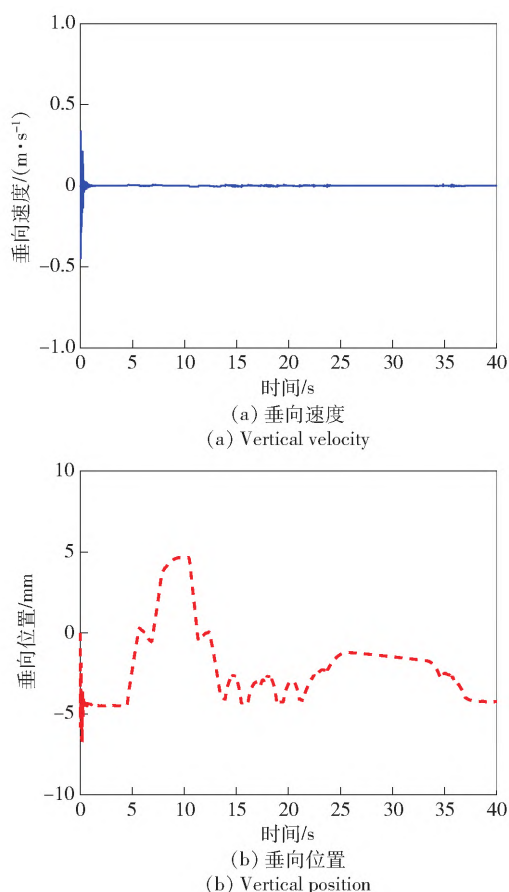


图 11 平台质心垂向速度与位置仿真结果

Fig. 11 Simulation results of vertical velocity and position of the platform CoM

5 结论

本文以轮腿式机动平台为研究对象,针对复杂路面下姿态控制精度与轮-地接触力分配的问题,研究了机身姿态自适应控制算法。得出主要结论如下:

1) 分析了轮胎与地面接触时轮-地接触点摩擦约束条件,在考虑轮端垂向支撑力和纵向驱动力的基础上构建了触地状态估计器。

2) 结合高度估计器对运动状态下轮腿平台腿部高度进行前馈补偿。为轮腿机动平台在非结构路面环境下姿态自适应控制的精确性和平稳性提供基本依据和支撑。

3) 为验证所提出方法的可行性与有效性,利用数学仿真软件进行仿真,对比了无前馈补偿策略和带前馈补偿的机身姿态自适应控制策略,仿真结果符合预期。

4) 在未来工作重点中,将对轮腿式机动平台在未知全地形环境下的鲁棒控制开展研究,进一

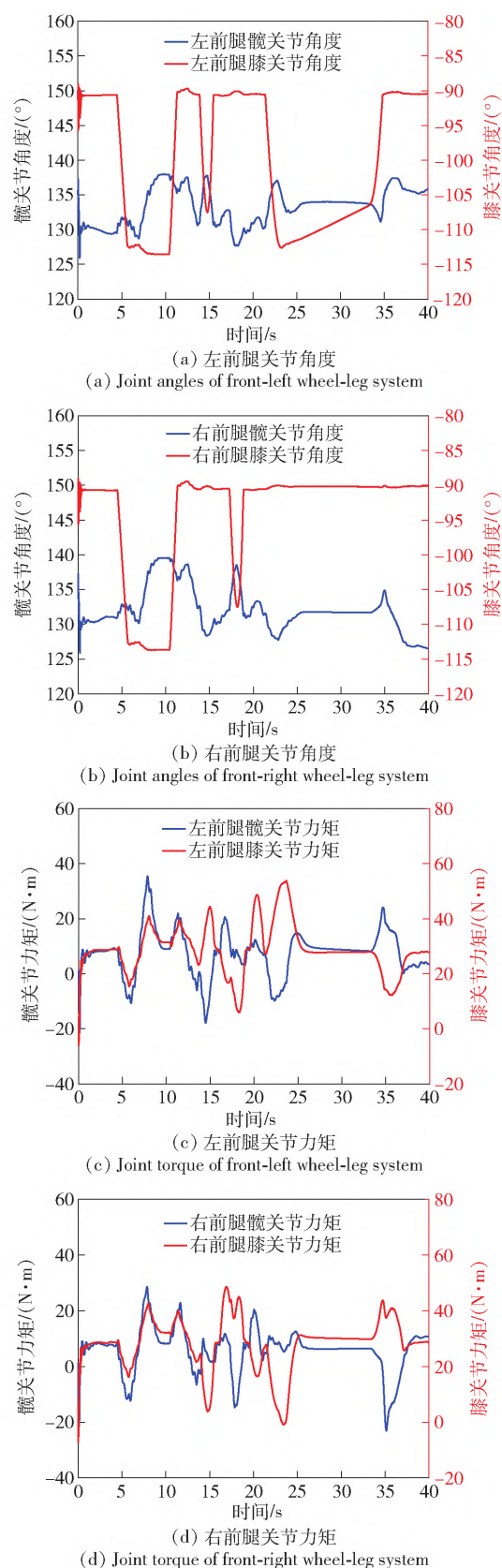


图 12 轮腿式机动平台左/右前腿关节运动角度与力矩结果

Fig. 12 Joint angles and torques of the front-left and front-right legs of the wheel-legged mobile platform

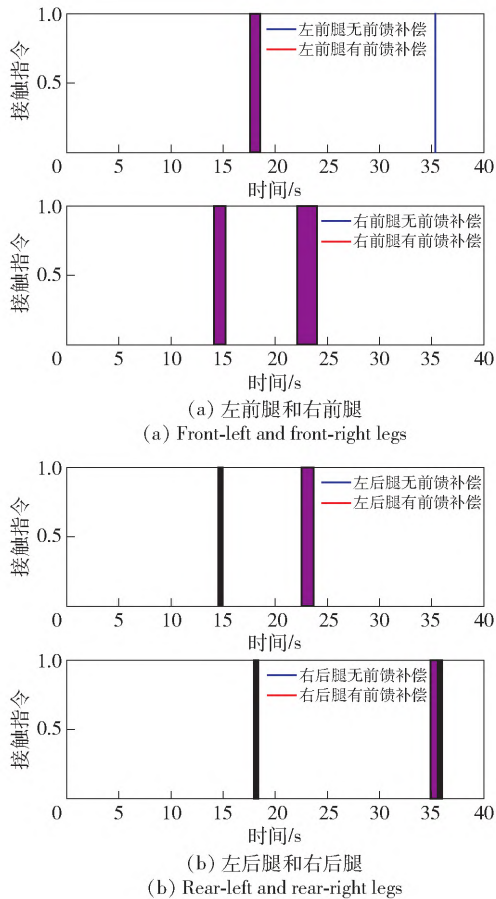


图 13 轮腿作动机构的轮-地接触指令结果对比

Fig. 13 Comparison of wheel-ground contact command results of different legs

步考虑抑制多源未知干扰信息对运动控制算法的影响。

参考文献 (References)

- [1] NI L W, MA F W, GE L H, et al. Design and posture control of a wheel-legged robot with actively passively transformable suspension system [J]. Journal of Mechanisms and Robotics: Transactions of the ASME, 2021, 13(1): 1-10.
- [2] BJELONIC M, SANKAR P K, BELLICOSO C D, et al. Rolling in the deep-hybrid locomotion for wheeled-legged robots using online trajectory optimization [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 3626-3633.
- [3] LIU H, LIU B S, HAN Z Y, et al. Attitude control strategy for unmanned wheel-legged hybrid vehicles considering the contact of the wheels and ground [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2022, 236(10/11): 2294-2305.
- [4] BJELONIC M, GRANDIA R, HARLEY O, et al. Whole-body MPC and online gait sequence generation for wheeled-legged robots [C] // Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Prague, Czech Republic: IEEE, 2021: 8388-8395.

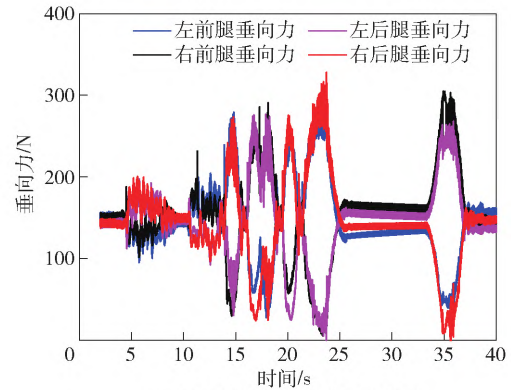


图 14 轮腿式机动平台轮-地接触力仿真实验结果

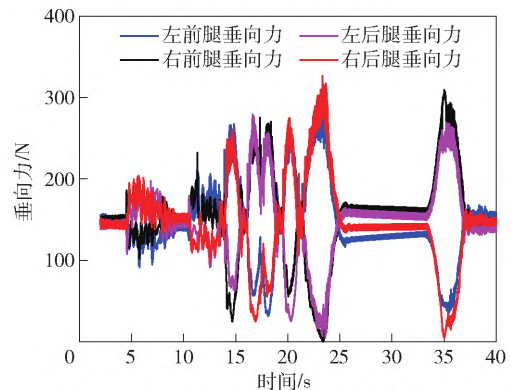
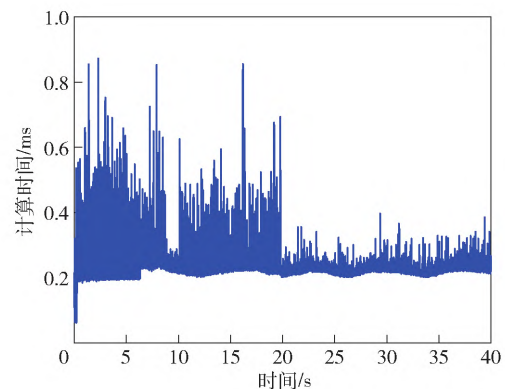


图 14 轮腿式机动平台轮-地接触力仿真实验结果

Fig. 14 The simulation results of the wheel-ground contact force of wheel-legged mobile platform



2021: 8388-8395.

- [5] KLEMM V, MORRA A, GULICH L, et al. LQR-assisted whole-body control of a wheeled bipedal robot with kinematic loops [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 3745-3752.
- [6] 刘冬琛, 王军政, 汪首坤, 等. 基于速度矢量的电动并联式轮足机器人全方位步态切换方法 [J]. 机械工程学报, 2019, 55(1): 17-24.

- LIU D C , WANG J Z , WANG S K , et al. Omnidirectional gait switching method of electric parallel wheel-foot robot based on velocity vector [J]. Journal of Mechanical Engineering , 2019 , 55(1) : 17 - 24. (in Chinese)
- [7] 曲梦可,王洪波,荣誉.军用轮-腿混合四足机器人设计[J].兵工学报,2018,39(4):787-797.
- QU M K , WANG H B , RONG Y. Design of military wheel-leg hybrid quadruped robot [J]. Acta Armamentarii , 2018 , 39(4) : 787 - 797. (in Chinese)
- [8] 姜伟,王挺,邵沛瑶,等.一种轮腿复合型机器人的步态研究与越障性能分析[J].兵工学报,2023,44(1):247-259.
- JIANG Y , WANG T , SHAO P Y , et al. Gait study and obstacle-surmounting performance analysis of a wheel-leg hybrid robot [J]. Acta Armamentarii , 2023 , 44(1) : 247 - 259. (in Chinese)
- [9] GRAND C , BENAMAR F , PLUMET F , et al. Decoupled control of posture and trajectory of the hybrid wheel-legged robot Hylos [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Orleans , LA , US: IEEE , 2004: 1050 - 4729.
- [10] DU W Q , FNADI M , BENAMAR F. Rolling based locomotion on rough terrain for a wheeled quadruped using centroidal dynamics [J]. Mechanism and Machine Theory , 2020 , 153: 103984.
- [11] 刘本勇,高峰,姜惠,等.平衡摇臂式移动机器人姿态控制算法[J].北京航空航天大学学报,2018,44(2):391-398.
- LIU B Y , GAO F , JIANG H , et al. Attitude control algorithm of balancing-arm mobile robot [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics , 2018 , 44(2) : 391 - 398. (in Chinese)
- [12] 韩子勇,苑士华,裴伟亚,等.摇臂悬挂机动平台运动姿态调节最优控制研究[J].兵工学报,2019,40(11):2184-2194.
- HAN Z Y , YUAN S H , PEI W L , et al. Optimal control of posture adjustment for articulated suspension vehicle [J]. Acta Armamentarii , 2019 , 40(11) : 2184 - 2194. (in Chinese)
- [13] CARLO J D , WENSING P M , KATZ B , et al. Dynamic locomotion in the MIT cheetah 3 through convex model-predictive control [C] // Proceedings of the 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Madrid , Spain: IEEE , 2018: 1 - 9.
- [14] 张国腾,荣学文,李贻斌,等.基于虚拟模型的四足机器人对角小跑步态控制方法[J].机器人,2016,38(1):64-74.
- ZHANG G T , RONG X W , LI Y B , et al. Control of the quadrupedal trotting based on virtual model [J]. Robot , 2016 , 38(1) : 64 - 74. (in Chinese)
- [15] PENG H , WANG J Z , SHEN W , et al. Cooperative attitude control for a wheel-legged robot [J]. Peer-to-Peer Networking and Applications , 2019 , 12(6) : 1741 - 1752.
- [16] KATZ B , CARLO J D , KIM S. Mini cheetah: a platform for pushing the limits of dynamic quadruped control [C] // Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Washington , D. C. , US: IEEE , 2019: 6295 - 6301.
- [17] CAMURRI M , FALLON M , BAZEILLE S , et al. Probabilistic contact estimation and impact detection for state estimation of quadruped robots [J]. IEEE Robotics and Automation Letters , 2017 , 2(2) : 1023 - 1030.
- [18] YANG S , KUMAR H , GU Z Y , et al. State estimation for legged robots using contact-centric leg odometry: arXiv: 1911. 05176 [R]. Ithaca , NY , US: Cornell University , 2019: 1911. 05176.
- [19] BLOESCH M , HUTTER M , HOEPFLINGER M A , et al. State estimation for legged robots-consistent fusion of leg kinematics and IMU [J]. Robotics , 2013 , 17: 17 - 24.
- [20] QIN M Y , YU Z G , CHEN X C , et al. A novel foot contact probability estimator for biped robot state estimation [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Beijing , China: IEEE , 2020: 1901 - 1906.