**Лекция 13**

**БГТУ, ФИТ, ПОИТ, 3 семестр,**

**Конструирование программного обеспечения**

# Алгоритмы синтаксического разбора. Польская запись

## 1. Общие сведения

Обычная форма выражений называется ***инфиксной.*** Знаки операции размещаются между операндами, с которыми они взаимодействуют, например:

```
a + b
a + b*c
(a + b)*c
```

В префиксной (прямой польской) записи знаки операций записываются до операндов, например:

```
+ a b
+ a * b c
* + a b c
```

В постфиксной (обратной польской) записи знаки операций записываются после операндов, например:

```
a b +
a b c * +
a b + c *
```

Польская запись не содержит скобок.

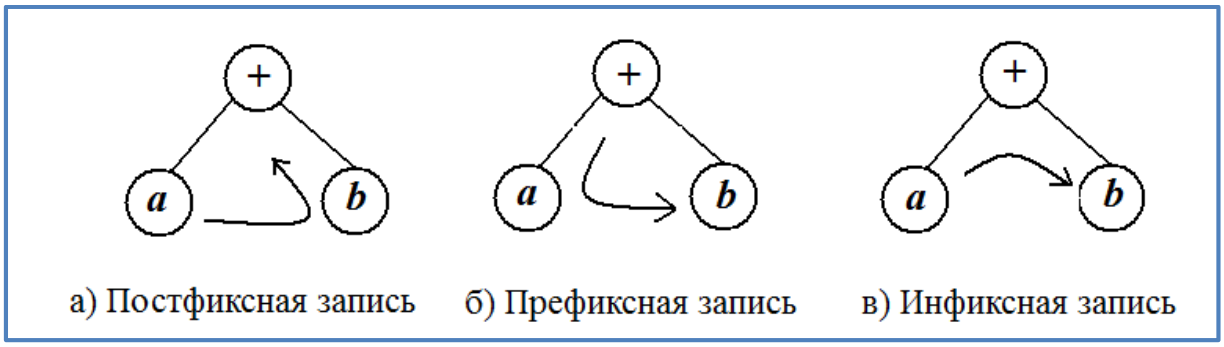
```
a + b*c – a/(a + b)     =>   a b c * + a a b + / –
```

Выражение читается слева направо. Каждая операция выполняется над двумя операндами, непосредственно стоящими перед знаком этой операции. Последовательность операндов и знак операции в выражении заменяется результатом этой операции. Результатом вычисления всего выражения становится результат последней вычисленной операции.

> Такая нотация названа польской в честь ее изобретателя — польского математика и логика ***Яна Лукасевича*** (Jan Łukasiewicz, 1878–1956).

Обратную польскую запись называют польской ***инверсной*** записью (**ПОЛИЗ**). ПОЛИЗ удобна:

- для вычисления выражений;
- как промежуточная форма представления выражений в трансляторе;
- как промежуточная форма представления операторов языков программирования.

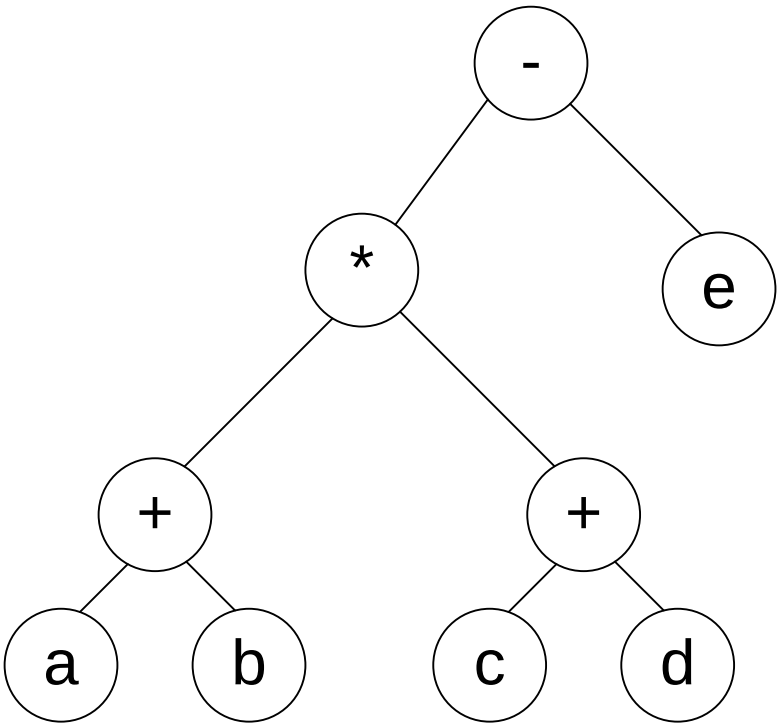



а) Постфиксная запись б) Префиксная запись в) Инфиксная запись

По дереву вывода легко получить обратную польскую запись выражения.
В этом дереве листья – это операнды или константы (терминальные символы), внутренние узлы – операции.

Выполняем обход дерева снизу вверх и слева направо (для каждой вершины вначале посещается ее левое поддерево, потом правое и в последнюю очередь сама вершина) и для каждой вершины выводим ее значение.

(a+b)*(c+d) - e




ab+cd+*e-

**2. Вычисление выражения в обратной польской записи за один просмотр**

| *№* | *Выражение* | *Переменные* | *Стек* |
|---|---|---|---|
| 0 | ab+cd+*e- | $R_1$=a | $R_1$ |
| 1 | $R_1$b+cd+*e- | $R_2$=b | $R_1R_2$ |
| 2 | $R_1R_2$+cd+*e- | $R_3$= $R_1$+$R_2$ | $R_3$ |
| 3 | $R_3$cd+*e- | $R_4$=c | $R_3R_4$ |
| 4 | $R_3R_4$d+*e- | $R_5$=d | $R_3R_4R_5$ |
| 5 | $R_3R_4R_5$+*e- | $R_6$= $R_4$+$R_5$ | $R_3R_6$ |
| 6 | $R_3R_6$*e- | $R_7$= $R_3$*$R_6$ | $R_7$ |
| 7 | $R_7$e- | $R_8$=e | $R_7R_8$ |
| 8 | $R_7R_8$- | $R_9$= $R_7$-$R_8$ | $R_9$ |
| 9 | $R_9$ | | |

## 3. Алгоритм построения польской записи

***Определим приоритет операций:***

| ***Приоритет*** | ***Операция*** |
|---|---|
| 1 | ( |
| 1 | ) |
| 2 | + |
| 2 | - |
| 3 | * |
| 3 | / |

***Алгоритм построения:***

- исходная строка: ***выражение***;
- результирующая строка: ***польская запись***;
- стек: ***пустой***;
- исходная строка просматривается слева направо;
- **операнды** переносятся в результирующую строку в порядке их следования;
- **операция** записывается в стек, если стек пуст или в вершине стека лежит отрывающая скобка;
- **операция** выталкивает все операции с ***большим*** или ***равным*** приоритетом в результирующую строку;
- **открывающая скобка** помещается в стек;
- **закрывающая скобка** выталкивает все операции до открывающей скобки, после чего обе скобки уничтожаются;
- по концу разбора исходной строки все операции, оставшиеся в стеке, выталкиваются в результирующую строку.

**4. Пример.**

| ***Исходная строка*** | ***Результирующая строка*** | ***Стек*** |
|---|---|---|
| $(a+b)*(c+d)-e$ | | |
| $a+b)*(c+d)-e$ | | ( |
| $+b)*(c+d)-e$ | $a$ | ( |
| $b)*(c+d)-e$ | $a$ | +( |
| $)*(c+d)-e$ | $ab$ | +( |
| $*(c+d)-e$ | $ab+$ | |
| $(c+d)-e$ | $ab+$ | * |
| $c+d)-e$ | $ab+$ | (* |
| $+d)-e$ | $ab+c$ | (* |
| $d)-e$ | $ab+c$ | +(* |
| $)-e$ | $ab+cd$ | +(* |
| $-e$ | $ab+cd+$ | * |
| $e$ | $ab+cd+*$ | - |
| | $ab+cd+*e$ | - |
| | $ab+cd+*e-$ | |

Стек организован по принципу LIFO.

## 5. Расширение алгоритма построения польской записи

Легко расширить алгоритм так, чтобы он обрабатывал выражения, содержащие ***вызовы функций, элементы массива, другие виды скобок*** и т.п.

| ***Приоритет*** | ***Операция*** |
|---|---|
| 0 | ( |
| 0 | ) |
| 1 | , |
| 2 | + |
| 2 | - |
| 3 | * |
| 3 | / |
| 4 | [ |
| 4 | ] |

***Алгоритм построения (пример расширения):***

- исходная строка: выражение;
- результирующая строка: польская запись;
- стек: пустой;
- исходная строка просматривается слева направо;
- **операнды** переносятся в результирующую строку в порядке их следования;
- **операция** записывается в стек, если стек пуст или в вершине стека лежит отрывающая скобка;
- **операция** выталкивает все операции с ***большим*** или ***равным*** приоритетом в результирующую строку;
- **запятая** не помещается в стек, и если в стеке есть операции, то все выбираются в строку;
- **открывающая скобка** помещается в стек;
- **закрывающая скобка** выталкивает все операции до открывающей скобки, после чего обе скобки уничтожаются;
- **квадратная открывающая скобка** помещается в стек;
- **квадратная закрывающая скобка** выталкивает все до открывающей квадратной скобки и генерирует последовательность `@n` (индекс n указывает число операндов, разделенных запятыми);
- по концу разбора исходной строки все операции, оставшиеся в стеке, выталкиваются в результирующую строку.

***Выполнение:***

| ***Исходная строка*** | ***Результирующая строка*** | ***Стек*** |
|---|---|---|
| $a * \left(b + \left[[c,d] + e,g\right]\right) - k/[e,f]$ | | |
| $* \left(b + \left[[c,d] + e,g\right]\right) - k/[e,f]$ | $a$ | |
| $\left(b + \left[[c,d] + e,g\right]\right) - k/[e,f]$ | $a$ | $*$ |
| $b + \left[[c,d] + e,g\right]) - k/[e,f]$ | $a$ | $* ($ |
| $+\left[[c,d] + e,g\right]) - k/[e,f]$ | $ab$ | $* ($ |
| $\left[[c,d] + e,g\right]) - k/[e,f]$ | $ab$ | $* (+$ |
| $[c,d] + e,g]) - k/[e,f]$ | $ab$ | $* (+[$ |
| $c,d] + e,g]) - k/[e,f]$ | $ab$ | $* (+[[$ |
| $,d] + e,g]) - k/[e,f]$ | $abc$ | $* (+[[$ |
| $d] + e,g]) - k/[e,f]$ | $abc$ | $* (+[[$ |
| $] + e,g]) - k/[e,f]$ | $abcd$ | $* (+[[$ |
| $+e,g]) - k/[e,f]$ | $abcd@_2$ | $* (+[$ |
| $e,g]) - k/[e,f]$ | $abcd@_2$ | $* (+[+$ |
| $,g]) - k/[e,f]$ | $abcd@_2e$ | $* (+[+$ |
| $g]) - k/[e,f]$ | $abcd@_2e +$ | $* (+[$ |
| $]) - k/[e,f]$ | $abcd@_2e + g$ | $* (+[$ |
| $) - k/[e,f]$ | $abcd@_2e + g@_2$ | $* (+$ |
| $-k/[e,f]$ | $abcd@_2e + g@_2 +$ | $*$ |
| $k/[e,f]$ | $abcd@_2e + g@_2 +*$ | $-$ |
| $/[e,f]$ | $abcd@_2e + g@_2 +* k$ | $-$ |
| $[e,f]$ | $abcd@_2e + g@_2 +* k$ | $-/$ |
| $e,f]$ | $abcd@_2e + g@_2 +* k$ | $-/[$ |
| $,f]$ | $abcd@_2e + g@_2 +* k\mathrm{e}$ | $-/[$ |
| $f]$ | $abcd@_2e + g@_2 +* k\mathrm{e}$ | $-/[$ |
| $]$ | $abcd@_2e + g@_2 +* k\mathrm{e}\, f$ | $-/[$ |
| | $abcd@_2e + g@_2 +* k\mathrm{e}\, f@_2$ | $-/$ |
| | $abcd@_2e + g@_2 +* k\mathrm{e}\, f@_2/$ | $-$ |
| | $abcd@_2e + g@_2 +* k\mathrm{e}\, f@_2/-$ | |