

# Алгоритми и математически модели, използвани за управление на автономен автомобил

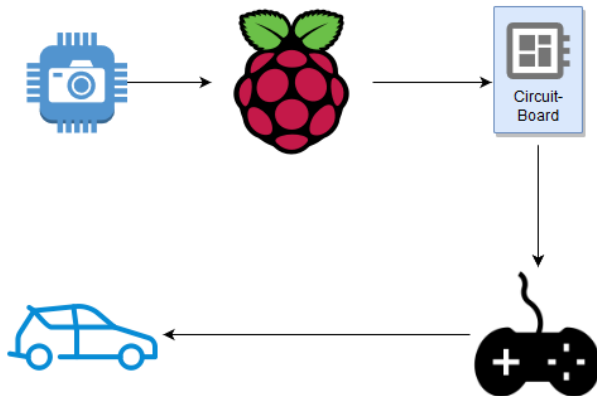
Използване на кинематични и динамични модели при управление на автомобил, използващ Hybrid A\* за намиране на път и алгоритми за проследяване на обект в кадър

Tedi Eve

Hackathon Dream Team v1.0

6 юни 2019 г.

- 1 Постановка на задачата
- 2 Използвани модели и алгоритми
  - Кинематични модели
  - Динамичен модел
  - Намиране на маршрут
- 3 Обобщение
- 4 Бъдеща работа
- 5 Използвана литература



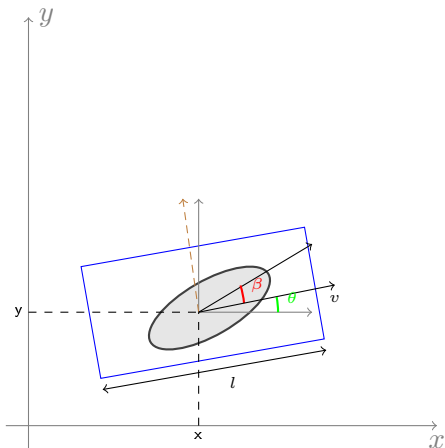
Фигура: Архитектура

- Автомобилът
  - ▶ Постоянна скорост
  - ▶ Ограничен ъгъл на завой
- Камерата
  - ▶ Камерата е фиксирана
  - ▶ Ограничен ъгъл на видимост
  - ▶ Зависимост от околната среда

# Моделиране на движението на колата

- Кинематични модели
  - ▶ Едноколесно превозно средство/Unicycle Model/
  - ▶ Двуколесно превозно средство/Bicycle Model/
- Динамичен модел на двуколесно превозно средство/Dynamic Bicycle Model/

# Модел на едноколесно превозно средство /Unicycle Model/



## Модел

$$\dot{x} = v \cos(\theta)$$

$$\dot{y} = v \sin(\theta)$$

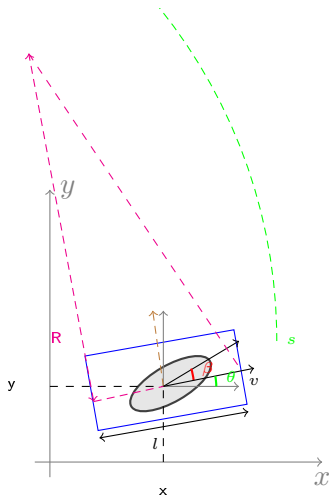
$$\dot{\theta} = \frac{v \tan(\beta)}{l}$$

- $x$  Позицията по  $O_x$
- $y$  Позицията по  $O_y$
- $\theta$  Ъгъла на ориентацията на колата спрямо  $O_x$
- $\beta$  Ъгъла на завъртане на гумите спрямо ЛКС
- $l$  Дължина на оста на автомобила

# Модел на едноколесно превозно средство

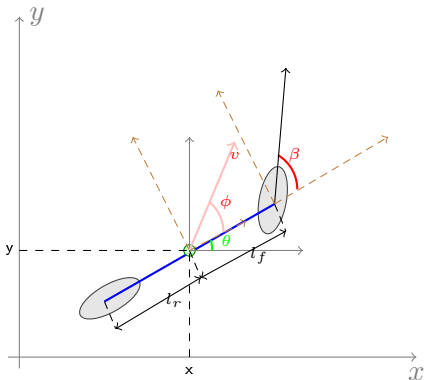
## /Unicycle Model/

Извеждане на модела



$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \\ &= \kappa \cdot v = \frac{1}{R} \cdot v = \frac{\tan \beta}{l} \cdot v\end{aligned}$$

# Модел на двуколесно превозно средство /Bicycle Model/



## Модел

$$\dot{x} = v \cos(\theta + \phi)$$

$$\dot{y} = v \sin(\theta + \phi)$$

$$\dot{\theta} = \frac{v}{l_r} \sin(\phi)$$

$$\phi = \arctg \left( \frac{l_r}{l_f + l_r} \operatorname{tg}(\beta) \right)$$

$x$  Позицията на ЦТ по  $O_x$

$y$  Позицията на ЦТ по  $O_y$

$\theta$  Ъгъла на ориентацията на колата спрямо  $O_x$

$\beta$  Ъгъла на завъртане на гумите спрямо ЛКС

$\phi$  Ъгъла на скоростта спрямо ориентацията на колата

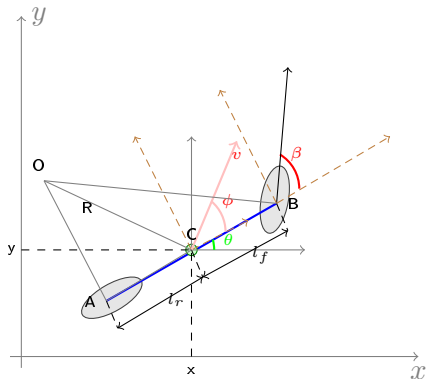
$l_r/f$  Дължина на колата от ЦТ до остта на задните/предните гуми



# Модел на двуколесно превозно средство

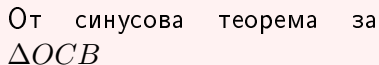
## /Bicycle Model/

Извеждане на модела



$$\dot{\theta} = \kappa \cdot v = \frac{1}{R} v = \sin(\phi) \frac{v}{l_r}$$

### Извеждане на модела





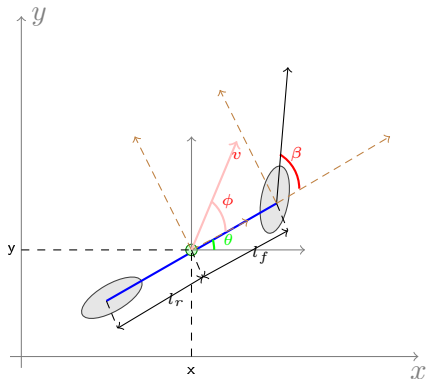
И ОТ ΔΟCΑ

$$\sin\beta = \frac{l_r}{R} \quad (2)$$

# Модел на двуколесно превозно средство

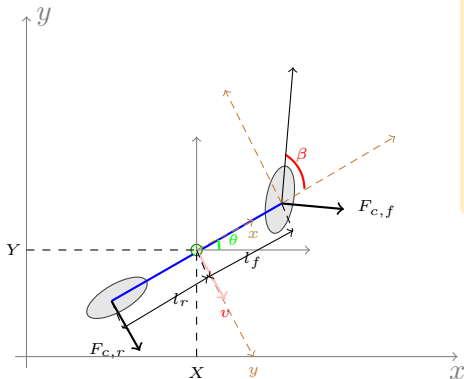
## /Bicycle Model/

Извеждане на модела



$$\begin{aligned} 0 &= (1) \cdot l_r - (2) \cdot l_f = \\ &= l_r \operatorname{tg} \beta \cos \phi - (l_f + l_r) \sin \phi \\ \operatorname{tg} \phi &= \frac{l_r \operatorname{tg} \beta}{l_f + l_r} \\ \Leftrightarrow \phi &= \operatorname{arctg} \frac{l_r \operatorname{tg} \beta}{l_f + l_r} \end{aligned}$$

# Динамичен модел на двуколесно превозно средство /Dynamic Bicycle Model/



## Модел

$$\ddot{x} = \dot{y}\dot{\theta} - \frac{F_{c,f} \sin \beta}{m}$$

$$\ddot{y} = -\dot{\theta}\dot{x} + \frac{1}{m}(F_{c,f} \cos \beta + F_{c,r})$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_z}(l_f F_{c,f} \cos \beta - l_r F_{c,r})$$

$$\dot{X} = \dot{x} \cos \theta - \dot{y} \sin \theta$$

$$\dot{Y} = \dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta$$

$X$  Позицията на ЦТ по  $O_x$

$Y$  Позицията на ЦТ по  $O_y$

$\theta$  Ъгъла на ориентацията на колата

$\beta$  Ъгъла на завъртане на гумите

$l_r/f$  Дължина на колата от ЦТ до  
остта на задните/предните гуми

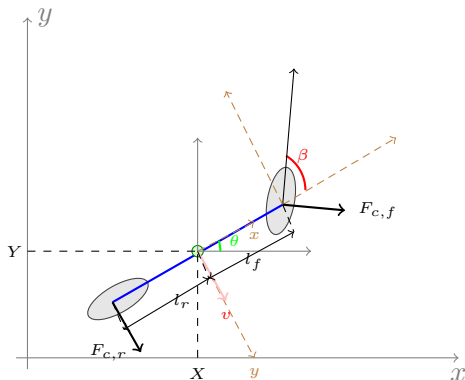
$F_{c,r}/f$  Силите при задните/предните  
гуми

$I_z$  инерциална момент  
м маса на автомобила

# Динамичен модел на двуколесно превозно средство

## /Dynamic Bicycle Model/

Извеждане на модела



От закона на Нютон:

$$-F_{c,f} \sin \beta = ma_x$$

$$-F_{c,f} \sin \beta = m(\ddot{x} - \dot{y}\dot{\theta})$$

$$\ddot{x} = \dot{y}\dot{\theta} - \frac{F_{c,f} \sin \beta}{m}$$

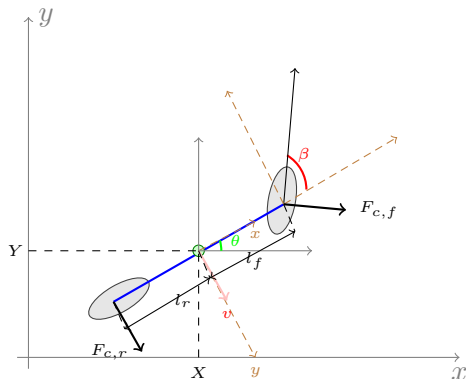
и

$$F_{c,f} \cos \beta + F_{c,r} = ma_y$$

$$F_{c,f} \cos \beta + F_{c,r} = m(\ddot{y} + \dot{\theta}\dot{x})$$

$$\ddot{y} = -\dot{\theta}\dot{x} + \frac{1}{m}(F_{c,f} \cos \beta + F_{c,r})$$

# Динамичен модел на двуколесно превозно средство /Dynamic Bicycle Model/

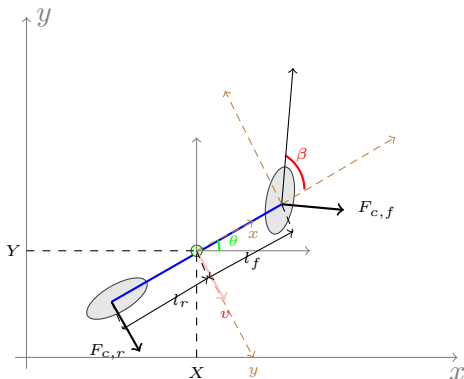


От закона за запазване на  
моментите:

$$I_z \ddot{\theta} = l_f F_{c,f} \cos \beta - l_r F_{c,r}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_z} (l_f F_{c,f} \cos \beta - l_r F_{c,r})$$

# Динамичен модел на двуколесно превозно средство /Dynamic Bicycle Model/



$F_{c,r/f}$  са базирани на линейния модел на гумите

$$F_{c,f/r} = -2C_{\alpha_{r/f}}\alpha_{r/f}$$

Където  $\alpha_{r/f}$  е ъгъла на приплъзване съответно за задната/предната гума и  $C_{\alpha_{r/f}}$  е коефициент за сцеплението при завои.

# Намиране на маршрут

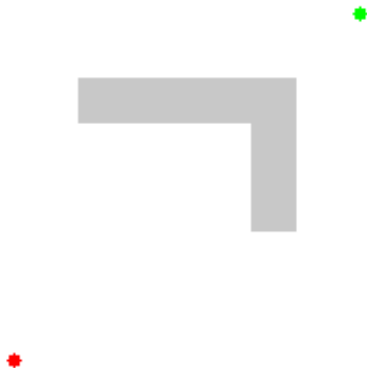
Търсене Hybrid A\*

Проблем:

- Дискретни алгоритми за търсене
- Непрекъснато пространство от състояния на автомобила
- Твърде широко дърво за търсене
- Избиране на подходяща евристика

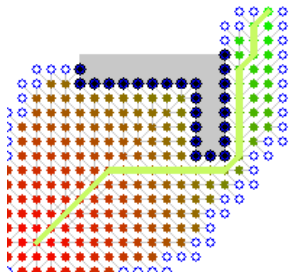


# Разлика между Дийкстра, A\*

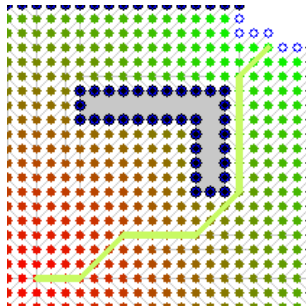


Фигура: Начално състояние

# Разлика между Дийкстра, A\*

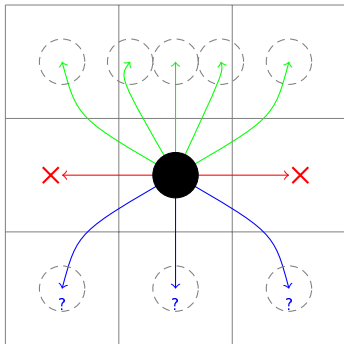


Фигура: Крайно състояние, A\*



Фигура: Крайно състояние, Дийкстра

# Защо хибриден?



→ Позволено → Само на заден ход

→ Невъзможно

## Формула за дискретизиране

$$\tilde{x} = \frac{x - o_m}{\xi}$$

$\tilde{x}$  Дискретни координати

$o_m$  Начало на КС

$\xi$  Дължина на клетката

## Представяне на състоянието

$$n = (\tilde{x}, \theta, x, g, f, n_p)$$

$x$  Позиция на колата в КС

$g$  Реална цена за стигане до това състояние

$f$  Сума на реалната цена ( $g$ ) и евристичната за стигане до целта ( $h$ )

$n_p$  Предходно състояние

---

## Algorithm Hybrid A\*

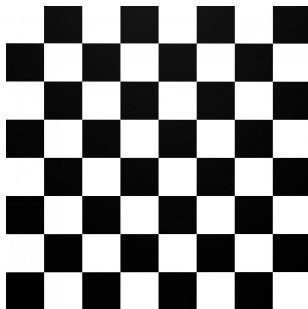
---

```
procedure PLANPATH( $m, \mu, x_s, \theta_s mG$ )  
   $n_s \leftarrow (\tilde{x}_s, \tilde{\theta}_s, x_s, 0, h(x_s, G), -)$   
   $O \leftarrow \{n_s\}$   
   $C \leftarrow \emptyset$   
  while  $O \neq \emptyset$  do  
     $n \leftarrow$  node with min  $f$  value in  $O$   
     $O \leftarrow O \setminus \{n\}$   
     $C \leftarrow C \cup \{n\}$   
    if  $n_x \in G$  then  
      return reconstructed path  
    else updateNeighbours( $m, \mu, O, C, n$ )  
    end if  
  end while  
  return no path found  
end procedure
```

# Намиране на местоположението камерата спрямо равнината на движение

Калибровка посредством използване на шахматен шаблон

- Регистриране на ъглите на квадратчетата
- Намиране на хомографска трансформация между координатите в изображението и идеален модел на шаблона.

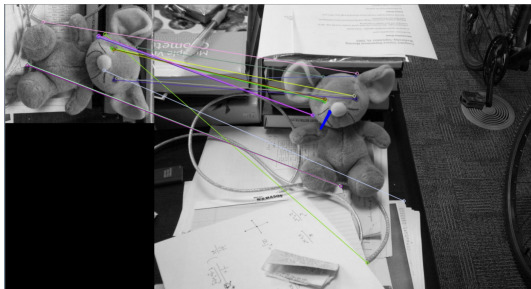


Фигура: Шахматен шаблон

# Намиране на местоположението автомобиля

## Проследяване на фийчъри

- Регистриране на фийчърите в изображението чрез ORB дескриптор
- Намиране на фийчърите на автомобиля чрез сравнение с предварително известните му фийчъри.



Фигура: ORB

- Използват се главно прости модели с до две колела и се коригират грешките със сензори
- За намиране на траектория не могат да се използват стандартните дискретни алгоритми
- Подхода за проследяване използван в момента е приложим само за частни случаи

- Използване на информация от сензори
- Добавяне на алгоритми за заглаждане на траекторията
- Добавяне на други евристики при търсенето
- Имплементиране на динамичния модел и използването му за сравнение
- Имплементиране на по устойчив към промени в околната среда метод за проследяване



Petereit, J., Emter, T., Frey, C., Kopfstedt, T., Beutel, A., 2012, Application of Hybrid A\* to an Autonomous Mobile Robot for Path Planning in Unstructured Outdoor Environments, ROBOTIK

Kong, J., Pfeiffer, M., Schildbach, G., Borrell, F., 2015, Kinematic and Dynamic Vehicle Models for Autonomous Driving Control Design, IEEE

Sotelo, M., 2003, Lateral control strategy for autonomous steering of Ackerman-like vehicles, RAS