本次作业主要是编写程序,完成 ROS 环境下的带简单动力学约束的控制空间采样,并计算相应的 边界最优控制问题的解,程序中需要补全的有两块内容:

### 1. 机器人动力学部分

针对第一部分内容, 相对简单, 只需要代入位移、速度和加速度公式即可

### 数学公式

$$x = x_0 + \int_0^T v dt$$

$$v = v_0 + \int_0^T a dt$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

### ROS 程序

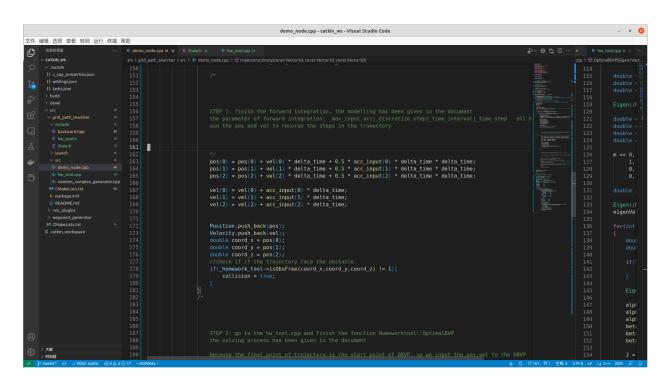


图 1: 机器人动力学部分程序

# 2. 机器人终端位置固定而速度和加速度不固定情况下的边界最优控制问 题求解

### 数学公式

最优控制问题的推导过程在作业的说明文档中有提供,不再这里赘述。根据过程自己推导了一遍(过程还是挺艰难的,有很多概念不了解,把视频多看几遍,多百度,就能勉强跟上),可以得到以下参数求解的公式:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12}{T^3} & 0 & 0 & \frac{6}{T^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12}{T^3} & 0 & 0 & \frac{6}{T^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12}{T^3} & 0 & 0 & \frac{6}{T^2} \\ \frac{6}{T^2} & 0 & 0 & -\frac{2}{T} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{T^2} & 0 & 0 & -\frac{2}{T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6}{T^2} & 0 & 0 & -\frac{2}{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta p_x \\ \Delta p_y \\ \Delta p_z \\ \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta v_z \end{pmatrix}$$

代价函数为:

$$J = T + (\frac{1}{3}\alpha_1^2 T^3 + \alpha_1\beta_1 T^2 + \beta_1^2 T) + (\frac{1}{3}\alpha_2^3 T^3 + \alpha_2\beta_2 T^2 + \beta_2^2 T) + (\frac{1}{3}\alpha_3^3 T^3 + \alpha_3\beta_3 T^2 + \beta_3^2 T)$$

求解出参数  $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2,\beta_3$  后,代价函数只与时间 T 有关,在选取最优 T 的过程中,如果使用一元四次多项式求根公式比较复杂,这里使用了伴随矩阵求特征值,把正根代入代价函数中,对比得出最优的代价值。

## ROS 程序

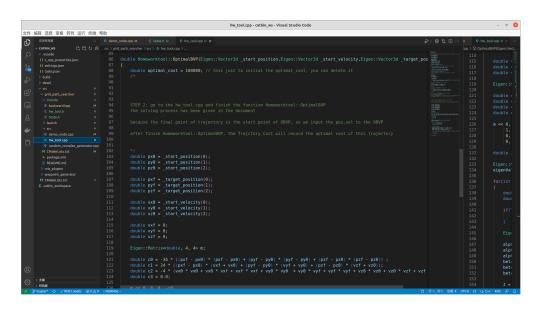


图 2: 最优控制问题求解程序 1

```
| Commandation | Continue | Conti
```

图 3: 最优控制问题求解程序 2

## 仿真结果

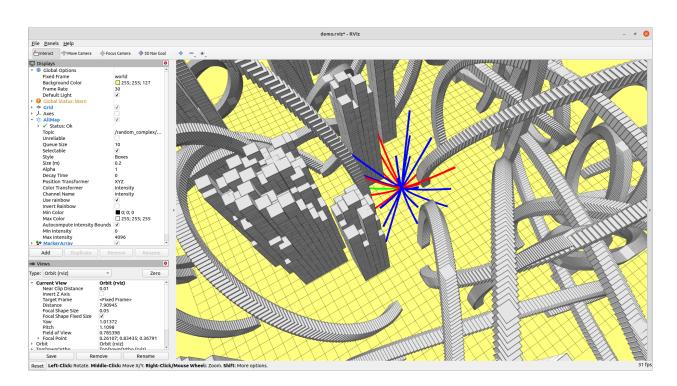


图 4: 仿真结果