

2012-447 Electronics Engineering Laboratory

Module: วงจรขยายคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และการประมวลผลสัญญาณเบื้องต้น

Part A: วงจรกรองสัญญาณ

อาจารณ์ ธีรมงคลรัศมี (มีนาคม 2564, สิงหาคม 2565, สิงหาคม 2567)

อาจารณ์ ธีรมงคลรัศมี และ อภิวัฒน์ เล็กอุทัย (กรกฎาคม 2562)

บทนำ

การทดลองเกี่ยวกับวงจรขยายสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (electrocardiogram amplifier: ECG amp) แบ่งออกเป็น 3 ส่วนหลัก คือ ส่วนการกรองสัญญาณ ส่วนวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชัน และส่วนประมวลผลสัญญาณดิจิทัล (***) การทดลองหัวข้อนี้ใช้เวลา 3 สัปดาห์ การทดลองในแต่ละสัปดาห์มีความเชื่อมโยงกัน ผลหรือขั้นงานที่ทำในแต่ละการทดลองจะถูกนำมาใช้ในการทดลองครั้งต่อไป****)

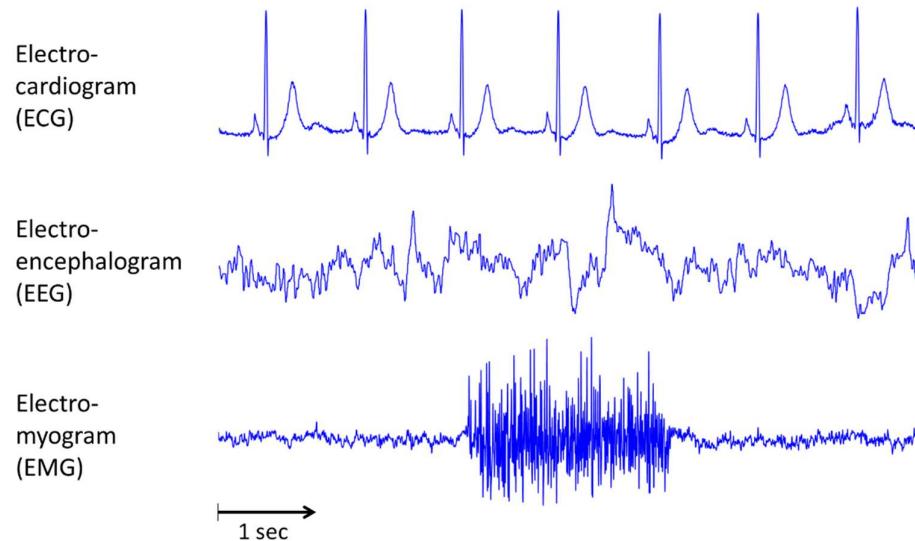
สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจเป็นสัญญาณศักย์ทางชีวภาพ (biopotential signal) ที่เกิดจากกล้ามเนื้อหัวใจสูบฉีดโลหิตไปยังส่วนต่างๆ ของร่างกาย อันที่จริงการทำงานในส่วนอื่นของร่างกาย ก่อให้เกิดสัญญาณหรือศักย์ทางไฟฟ้าได้เหมือนกัน เช่น คลื่นไฟฟ้ากล้ามเนื้อเกิดจากการหดตัวหรือเกร็งมัดกล้ามเนื้อ คลื่นไฟฟ้าสมองเกิดจากการทำงานของสมอง เป็นต้น โดยที่ไปแล้วศักย์ทางชีวภาพรวมทั้งสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจะมีขนาดที่เล็กมากในระดับมิลลิโวลต์หรือไมโครโวลต์ และมีแบบรูปที่อยู่ในช่วงความถี่จำเพาะแตกต่างกันตามชนิดของศักย์ทางชีวภาพ ดังนั้นในการวัดสัญญาณเหล่านี้จึงจำเป็นต้องมีการขยายสัญญาณ การกรองสัญญาณ (จำกัดช่วงความถี่ของการวัด) รวมทั้งการลดตอนสัญญาณรบกวน เพื่อให้คุณภาพของสัญญาณขาดจากภายนอกที่ได้มีคุณภาพสูงเพียงพอที่จะนำไปใช้ประยุกต์งานต่อไป เช่น การวินิจฉัยทางการแพทย์ หรือ การใช้สัญญาณไปควบคุมการทำงานของอุปกรณ์ต่างๆ สำหรับผู้พิการ เป็นต้น

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับศักย์ทางชีวภาพ (Biopotential Signal)

คลื่นไฟฟ้าหัวใจ (ECG) คลื่นไฟฟ้าสมอง (EEG) และคลื่นไฟฟ้ากล้ามเนื้อ (EMG) เป็นสัญญาณทางสรีริวิทยาไฟฟ้าที่แพทย์นิยมใช้วินิจฉัยความผิดปกติของการทำงานในอวัยวะนั้นๆ ได้ นอกจากนี้ยังมีอวัยวะอื่นอีกที่สามารถตรวจวัดสัญญาณทางไฟฟ้าได้ เช่น ลูกตา กระเพาะอาหาร ลำไส้ เส้นประสาท เป็นต้น สัญญาณดังกล่าวเรียกว่า สัญญาณศักย์ทางชีวภาพ ดังตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 1

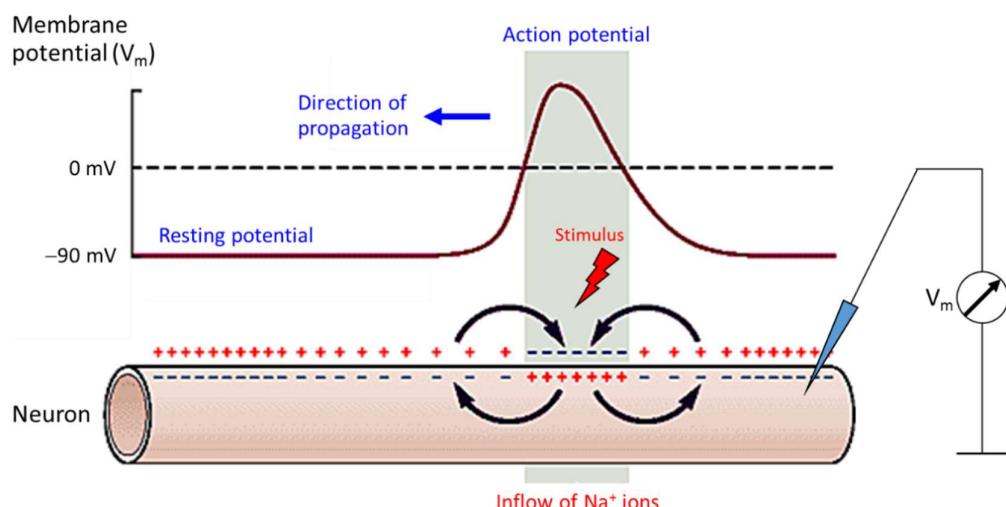
สัญญาณศักย์ทางชีวภาพเหล่านี้ ถึงแม้จะมีลักษณะของรูปคลื่น หรือมีแอมพลิจูดที่แตกต่างกันไป ขึ้นกับการทำงานของอวัยวะนั้นๆ ล้วนแล้วแต่มีต้นกำเนิดคล้ายคลึงกัน ซึ่งเป็นกิจกรรมทางไฟฟ้าในระดับเซลล์ ที่เกิดในเฉพาะเซลล์ที่ถูกเร้าหรือถูกกระตุ้นได้ (excitable cell) ได้แก่ เซลล์ประสาท เซลล์กล้ามเนื้อ รวมทั้ง เซลล์กล้ามเนื้อหัวใจ เป็นต้น กิจกรรมทางไฟฟ้านี้ มีสาเหตุมาจากการกระจายตัวของไอออน (Na^+ , K^+) ภายใน

และภายนอกเซลล์ที่แตกต่างกัน ทำให้เกิด ศักย์เยื่อหุ้มเซลล์ (membrane potential) ที่สามารถตรวจวัดได้ด้วยอิเล็กโตรดขนาดเล็ก



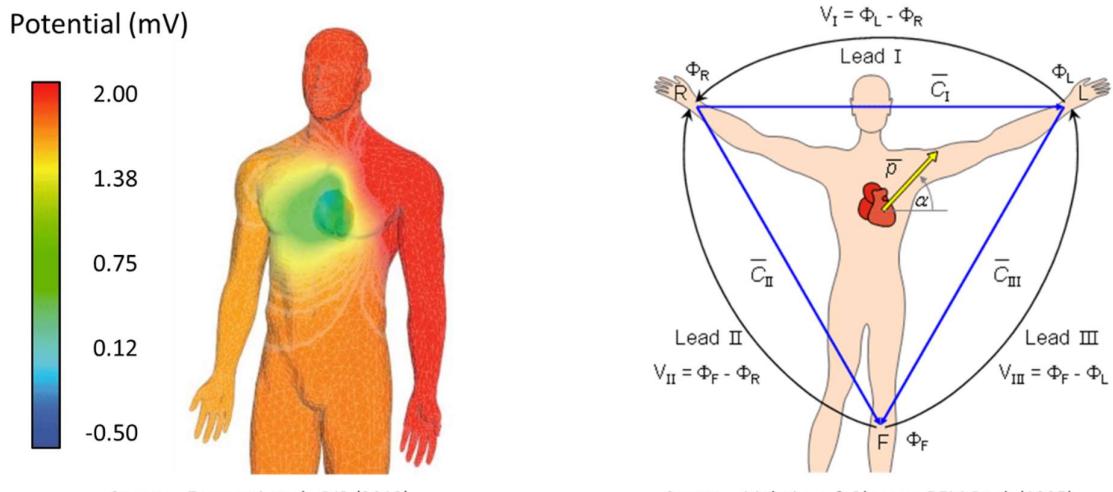
รูปที่ 1: ตัวอย่างสัญญาณศักย์ทางชีวภาพ (biopotential signal)

รูปที่ 2 แสดงถึงศักย์เยื่อหุ้มเซลล์ในขณะพัก (resting potential) ที่มีค่าประมาณ -60 ถึง -90 mV แต่เมื่อเซลล์ถูกกระตุ้น จะส่งผลให้ศักย์เยื่อหุ้มเซลล์กลับข้ามเป็นบวก เนื่องจาก Na^+ กรุเข้าไปในเซลล์พร้อมกัน โดยทันที เมื่อหุ้มเซลล์บริเวณดังกล่าวจึงเปลี่ยนเป็นภาวะถูกเร้า ทำให้เกิดสิ่งที่เรียกว่า ศักยะงาน (action potential) ซึ่งจะเห็นว่านำเยื่อหุ้มเซลล์ข้างๆ ให้เกิดการกลับข้ามจากลบเป็นบวกแบบนี้ต่อไปเรื่อยๆ หากเกิดในเซลล์ประสาท จะเป็นการส่งต่อของข้อมูลที่เรียกว่ากระแสประสาทนั่นเอง หรือหากเกิดในเซลล์กล้ามเนื้อ จะส่งผลให้กล้ามเนื้อบริเวณนั้นเกิดการหดตัวนั่นเอง



รูปที่ 2: กลไกการเกิดศักยะงาน (action potential) ในเซลล์ประสาท (neuron)

จะเห็นได้ว่า การกระจายตัวของไออุ่นบริเวณเยื่อหุ้มเซลล์ ที่เป็นที่มาของศักยะงานนี้ หากพิจารณาเปรียบเทียบในทางไฟฟ้าจึงคล้ายกับในร่างกายของเรามีดipoles (dipole) เล็กๆ จำนวนมหาศาลที่เกิดการกลับข้างมาอยู่ตลอดเวลา ไดโพลเหล่านี้เป็นแหล่งกำเนิดของสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายไปทั่วร่างกาย โดยรวมของสนามไฟฟ้า ณ จุดต่างๆ ของร่างกายนี้ เป็นที่มาของศักย์ไฟฟ้าบนผิวนังดังแสดงในรูปที่ 3 (ขวา) ดังนั้นสัญญาณศักย์ทางชีวภาพที่ตรวจวัดได้นั้น จึงเป็นการวัดความศักย์ระหว่างจุด 2 จุดบนผิวนังของเรานั่นเอง



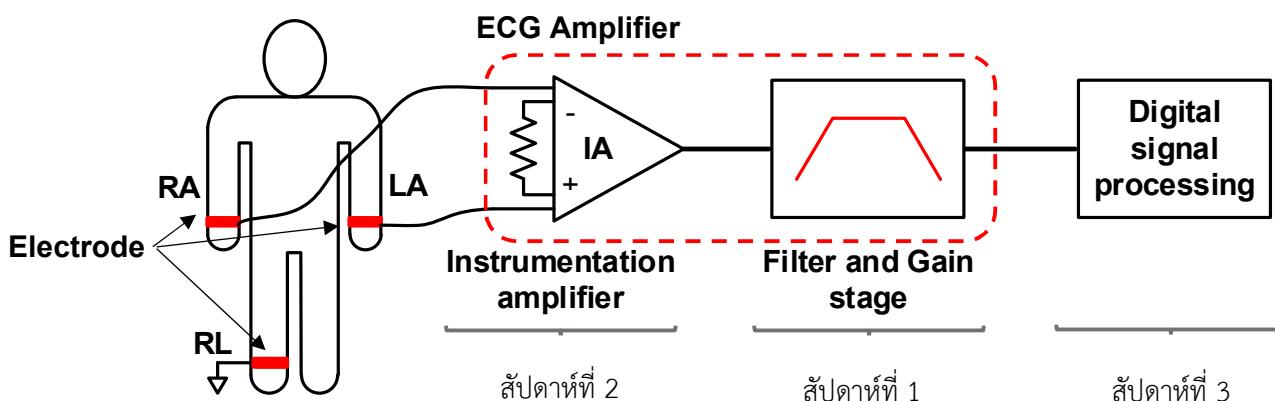
รูปที่ 3: (ขวา) รูปจำลองการกระจายตัวของศักย์ไฟฟ้าบนผิวนัง ณ เวลาหนึ่ง โดยมีหัวใจเป็นแหล่งกำเนิด (ขวา) จุดมาตรฐานในการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ แบบ Lead I, Lead II และ Lead III

ดังนั้นหากเราต้องการวัดสัญญาณศักย์ทางชีวภาพระหว่าง 2 จุดบนร่างกาย ตำแหน่งที่นำขึ้นอิเล็ก trode ไปติดนั้นจำเป็นต้อง “คร่อมแหล่งกำเนิด” ที่เป็นต้นตอของสัญญาณไฟฟ้านั้นๆ ด้วย เช่น การวัด ECG จำเป็นต้องคร่อมหัวใจ ดังแสดงในรูปที่ 3 (ขวา) เป็นต้น ในทางทฤษฎีแล้วเราสามารถเลือกวัดความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดใดๆ ก็ได้ ซึ่งจะได้สัญญาณที่มีรูปคลื่นแตกต่างกันไป แต่เพื่อให้เกิดมาตรฐานในการวินิจฉัยทางการแพทย์ และให้สัญญาณนั้นสามารถวัดซ้ำและนำไปเปรียบเทียบกับค่าเฉลี่ยของคนปกติทั่วไปได้ ในทางปฏิบัติจึงจำเป็นต้องกำหนดจุดมาตรฐานขึ้น เช่น การวัด ECG จะมีจุดมาตรฐาน 10 จุด ซึ่งประกอบด้วยจุดที่แขน-ขา-ซ้าย-ขวาทั้งหมด 4 จุด (RA, LA, RL, LL) และบริเวณหน้าอกด้านซ้ายอีก 6 จุด (V1-V6) หรือ การวัด EEG จะมีจุดมาตรฐานบนกะโหลกศีรษะอยู่ 21 จุดตามระบบที่เรียกว่า ระบบ 10-20 เป็นต้น

ภาพรวมของระบบวัดสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

รูปที่ 4 แสดงบล็อกไดอะแกรมหลักของการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ใช้ในการทดลอง เราช่วยดัดแปลง เรายังวัดสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจผ่านอิเล็กโทรดที่ติดอยู่ที่แขนซ้าย (LA) แขนขวา (RA) และ ขาขวา (RL) โดยที่วงจรจะวัดผลต่างของศักย์ไฟฟาระหว่างแขนซ้ายและแขนขวา โดยมีขาขวาต่ออยู่กับขั้วร่วม (common) หรือกราวด์ของวงจร ในการทดลองนี้มีส่วนประกอบหลัก คือ วงจรขยายคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และ ส่วนของการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล

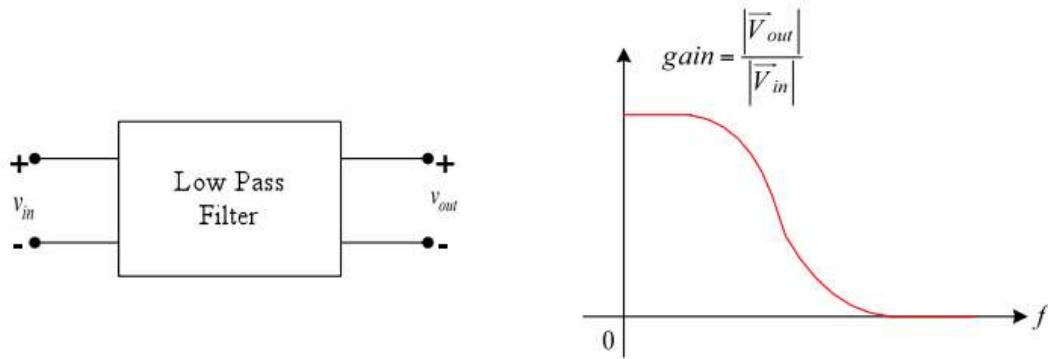
ส่วนที่อยู่ในกรอบเส้นประ คือ วงจรขยายคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ซึ่งประกอบด้วยส่วนหลักของ 2 ส่วน คือ วงจรขยายแบบอินสตรูเมนต์ชัน ทำหน้าที่ขยายสัญญาณผลต่างระหว่างแขนซ้ายและแขนขวา และ ส่วนของการกรองและขยาย ทำหน้าที่กำหนดค่าอัตราขยายโดยรวมและแบบดิจิทัลของการวัด โดยสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยทั่วไป จะมีขนาด 0.5–4 mV และมีสเปกตรัมของสัญญาณอยู่ในช่วง 0.01–250 Hz [1] ส่วนของการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล ในที่นี้ใช้เพื่อลดthonสัญญาณรบกวนที่เกิดแหล่งจ่ายกำลัง 50 Hz



รูปที่ 4: บล็อกไดอะแกรมหลักของการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ โดยแสดงลำดับของการทดลองในแต่ละสัปดาห์

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับวงจรกรอง

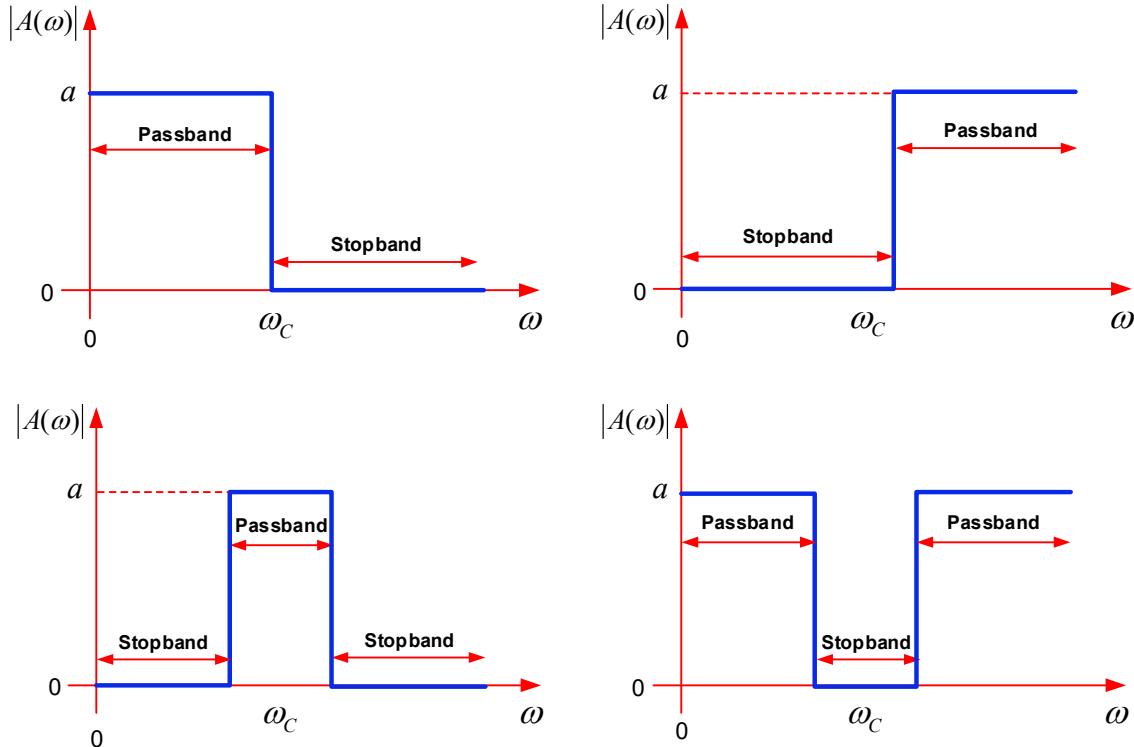
วงจรกรองเป็นวงจรซึ่งยอมให้สัญญาณในช่วงความถี่ค่าหนึ่งผ่านจากขาเข้าไปยังขาออกได้ ในขณะเดียวกัน วงจรกรองจะลดthonหรือป้องกันสัญญาณในช่วงความถี่อื่นไม่ให้ผ่านไปยังขาออกของวงจร ดังนั้นค่าอัตราส่วนของขนาดแรงดันขาออกต่อแรงดันขาเข้า ($|V_{out} / V_{in}|$) หรือ โดยทั่วไปจะใช้คำว่า อัตราขยาย (gain) มีลักษณะที่ขึ้นกับความถี่ รูปที่ 5 แสดงบล็อกไดอะแกรมของวงจรกรองผ่านต่อ และ ผลตอบสนองเชิงความถี่ ซึ่งจะเห็นได้ว่า อัตราขยายมีค่าสูงในช่วงความถี่ต่ำ และเมื่อความถี่เพิ่มขึ้น อัตราขยายจะมีค่าลดลง นอกจากอัตราขยายที่ขึ้นกับความถี่แล้ว ความต่างเฟสระหว่างสัญญาณขาออกกับสัญญาณขาเข้ายังมีลักษณะที่ขึ้นกับความถี่อีกด้วย



รูปที่ 5: บล็อกไดอะแกรมของวงจรกรองผ่านต่ำและผลตอบสนองเชิงความถี่

วงจรกรองสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ วงจรกรองแบบไม่ใช้งาน (passive filter) และ วงจรกรองแบบใช้งาน (active filter) วงจรกรองแบบไม่ใช้งานจะประกอบด้วยตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และ ตัวเก็บประจุ มาต่อร่วมกัน วงจรกรองแบบใช้งาน นอกจากตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุแล้ว ยัง มีอุปกรณ์ใช้งาน เช่น ทรานซิสเตอร์ หรือ ออปแอมป์ เป็นต้น ต่อเป็นวงจรขยายร่วมอยู่ด้วย วงจรกรองแบบไม่ใช้งานสามารถใช้งานได้กับความถี่ในช่วงกว้าง ตั้งแต่ย่านความถี่ต่ำไปจนถึงย่านความถี่สูง แต่โดยทั่วไปแล้ว วงจรกรองแบบไม่ใช้งานเหมาะสมกับการประยุกต์ใช้ในงานที่ต้องการกำลังงานสูงหรืองานในช่วงความถี่สูง แต่ ในช่วงความถี่ต่ำ การใช้งานวงจรกรองแบบไม่ใช้งานอาจจะไม่เหมาะสมเนื่องจากข้อจำกัดของตัวเหนี่ยวนำ ในทางปฏิบัติ ที่ความถี่ต่ำเมื่อต้องการค่าความเหนี่ยวนำสูงจะทำให้ตัวเหนี่ยวน้ำที่ใช้มีขนาดใหญ่มาก ดังนั้น ในช่วงความถี่ที่ไม่สูงมากนัก เราจึงนิยมใช้วงจรกรองแบบใช้งานโดยถูกออกแบบให้ใช้งานในช่วงความถี่เฉพาะ

วงจรกรองมี 4 รูปแบบที่สำคัญ คือ วงจรกรองผ่านต่ำ (low pass filter) วงจรกรองผ่านสูง (high pass filter) วงจรกรองผ่านแคบ (band pass filter) และวงจรกรองหยุดแคบ (band stop filter) รูปที่ 6 แสดงผลตอบสนองเชิงความถี่ในทางอุตสาหกรรมของวงจรกรองทั้ง 4 รูปแบบ วงจรกรองแต่ละรูปแบบจะ ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ pass band ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่ยอมให้สัญญาณเข้าผ่านไปยังขาออก โดยไม่มีการลดthon และไม่มีความเพี้ยน (มีเฟสเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงเส้นกับความถี่ในช่วงนี้) และ stop band ซึ่งเป็นช่วงความถี่ที่ไม่ยอมสัญญาณเข้าผ่านไปยังขาออกเลย ตัวอย่างเช่น วงจรกรองผ่านต่ำในทาง อุตสาหกรรมมีช่วง pass band ตั้งแต่ความถี่ศูนย์ไปจนถึงความถี่ตัดผ่าน (cut-off frequency, \$\omega_c\$) และมีช่วง stop band ตั้งแต่ความถี่ตัดผ่านไปจนถึงความถี่อนันต์ การเปลี่ยนแปลงจากช่วง pass band ไปยังช่วง stop band สามารถเป็นแบบทันทีทันใด ค่าอัตราขยายของช่วง pass band สามารถกำหนดได้ ส่วนอัตราขยายของ ช่วง stop band มีค่าเป็นศูนย์ (ส่วนรูปแบบของวงจรกรองชนิดอื่น นิสิตสามารถศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมได้ จากแหล่งข้อมูลอื่น)



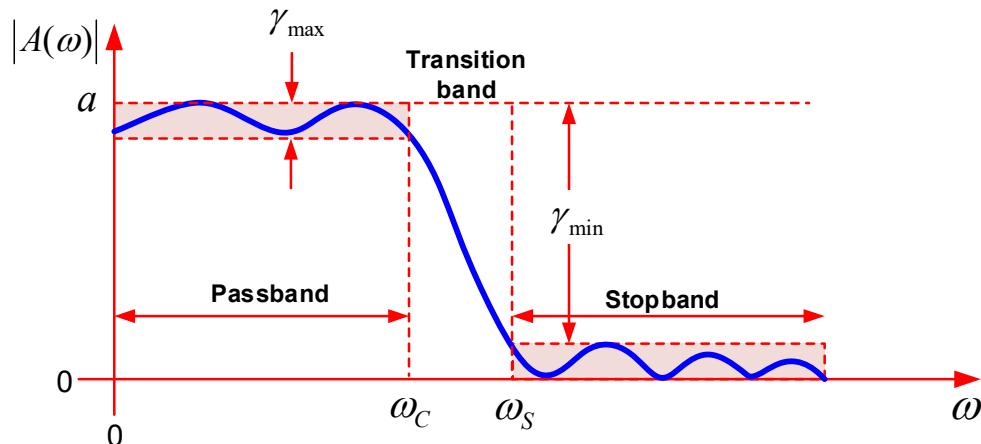
รูปที่ 6: รูปแบบของผลตอบสนองเชิงความถี่ในอุดมคติของตัวกรองผ่านตัว (ซ้ายบน) ผ่านสูง (ขวาบน)
ผ่านแคบ (ซ้ายล่าง) และหยุดแคบ (ขวาล่าง)

ในทางปฏิบัติ เราไม่สามารถสร้างวงจรกรองให้มีผลตอบสนองเชิงความถี่ในอุดมคติที่กล่าวมาแล้วข้างต้นได้ ยกตัวอย่างเช่น เราไม่สามารถสร้างวงจรกรองที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดจากช่วง pass band ไปยังช่วง stop band หรือกลับกัน ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงมีการกำหนดแอบความถี่ในการเปลี่ยนผ่าน (transition band) จากช่วง pass band ไปยังช่วง stop band หรือมีการกำหนดอัตราขยายในช่วง stop band ที่มีค่าเล็กได้ แต่ไม่สามารถเป็นศูนย์ได้ เป็นต้น เพื่อให้การออกแบบกรองสามารถใช้งานได้และไม่ซับซ้อนจนเกินไป ในทางปฏิบัติจึงนิยมออกแบบวงจรกรองผ่านตัว ให้มีรูปแบบของผลตอบสนองเชิงความถี่ดังแสดงในรูปที่ 7 ซึ่งมีคุณลักษณะที่ถูกกำหนดโดยพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

ในช่วง pass band อัตราขยายไม่จำเป็นต้องมีค่าคงที่ แต่ยอมให้มีการเปลี่ยนแปลงได้บ้าง การเปลี่ยนแปลงที่มากที่สุด คือ γ_{\max}

การลดทอนสัญญาณจากช่วง pass band ไปยังช่วง stop band มีค่าอย่างน้อยเป็น γ_{\min}
ช่วงความถี่ของการเปลี่ยนผ่านจาก pass band ไปยัง stop band ถูกกำหนดด้วยค่าความถี่ตัดผ่าน ω_c และค่าความถี่ขอบ (stop band edge: ω_s) อัตราส่วนระหว่าง ω_c / ω_s เราเรียกว่า ค่า selectivity ซึ่งแสดงความคมของการกรอง หรือบอกถึงความกว้างของช่วงเปลี่ยนผ่านได้

ในการออกแบบ ถ้าพารามิเตอร์ γ_{\max} มีค่าน้อย γ_{\min} มีค่ามาก และ ω_c / ω_s มีค่าเข้าใกล้หนึ่ง จะทำให้การกรองสัญญาณใกล้เคียงกับทางอุดมคติ แต่ว่าจะต้องออกแบบจะมีความซับซ้อนสูง ดังนั้นการออกแบบจะจึงกรองที่ดีในทางปฏิบัติต้องมีความสมดุลระหว่างเงื่อนไขของการออกแบบและความซับซ้อนของวงจร



รูปที่ 7: รูปแบบของผลตอบสนองเชิงความถี่ของตัวกรองผ่านต่อในทางปฏิบัติ และพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

การออกแบบตัวกรองสัญญาณ มีหลายแบบที่นิยมนำมาใช้ในทางปฏิบัติเพื่อให้ได้คุณสมบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ ตัวอย่างของการออกแบบตัวกรองนี้ มีหลายชนิดได้แก่

ตัวกรองสัญญาณแบบ Butterworth มีคุณลักษณะเด่นคือ จะมีช่วง pass band ที่เรียบที่สุด และไม่มีการแกว่ง (ripple) ทั้งในช่วง pass band และ stop band

ตัวกรองสัญญาณแบบ Chebyshev มีคุณลักษณะเด่นคือ จะมีการแกว่งในช่วง pass band แต่มีช่วง transition band ที่แแคบกว่าแบบ Butterworth

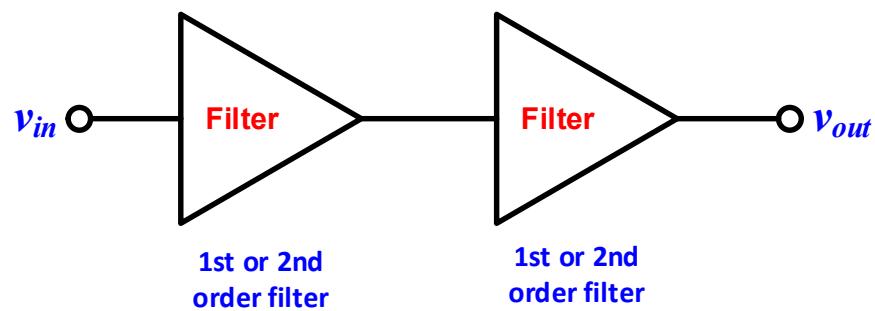
ตัวกรองสัญญาณแบบ Elliptic มีคุณลักษณะเด่นคือ มีช่วง transition band ที่แคบที่สุดเมื่อเทียบกับตัวกรองสัญญาณทั้งสองแบบ แต่มีการแกว่งทั้งในช่วง pass band และ stop band

เนื่องจากข้อจำกัดของเนื้อที่ รายละเอียดเกี่ยวกับการออกแบบกรองสัญญาณเหล่านี้ นิสิตสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จากเอกสารหรือเว็บไซต์ที่เกี่ยวข้อง

ตารางที่ 1 Normalized Butterworth polynomials ($\omega_c = 1$ rad/s) or $s = j\omega/\omega_c$

Order n	Characteristic Equations
1	$s + 1$
2	$s^2 + \sqrt{2}s + 1$
3	$(s + 1)(s^2 + s + 1)$
4	$(s^2 + 0.7654s + 1)(s^2 + 1.8478s + 1)$
5	$(s + 1)(s^2 + 0.6180s + 1)(s^2 + 1.6180s + 1)$

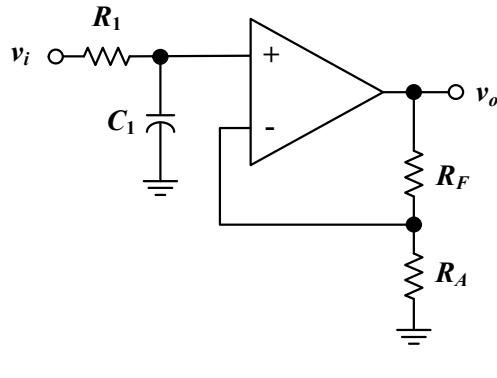
จากตารางที่ 1 เราสามารถสร้างวงจรกรองอันดับสูงจากการต่อวงจรกรองอันดับหนึ่งและอันดับสองอยู่ก្នມ



ตัวอย่างวงจรกรองไฟงานอันดับหนึ่งและอันดับสอง

ในหัวข้อนี้จะแสดงตัวอย่างวงจรกรองแบบไฟงานอันดับที่ 1 และ 2 ที่สามารถนำมาใช้ได้ในทางปฏิบัติ สำหรับวงจรกรองแบบไฟงานอันดับที่สูงกว่า สามารถนำวงจรกรองอันดับที่ 1 และ 2 มาต่ออนุกรมกันเพื่อเพิ่มอันดับของวงจรกรอง ยกตัวอย่างเช่น วงจรกรองอันดับที่ 3 สามารถสร้างจากวงจรกรองอันดับที่ 1 มาต่ออนุกรมกับวงจรกรองอันดับที่ 2 เป็นต้น สำหรับวงจรกรองอันดับที่สูงกว่านี้ สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน ข้อดีของการใช้งานกรองแบบไฟงาน คือ เราสามารถนำวงจรกรอง 2 วงจรมาเชื่อมต่อกันได้โดยตรง โดยไม่ต้องคำนึงถึงผลของการโหลด (loading effect) ในวงจรกรองภาคตัดไป

วงจรกรองผ่านตัวอันดับหนึ่งที่มีอัตราขยายเท่ากับ $\left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$



ผลตอบสนองเชิงความถี่

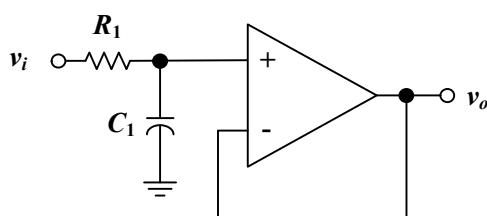
$$A_{LF}(j\omega) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right) \frac{1}{1 + j(\omega / \omega_C)}$$

อัตราขยายที่ความถี่ต่ำ $A(0) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$

ความถี่ตัดผ่าน

$$\omega_C = \frac{1}{R_1 C_1}$$

วงจรกรองผ่านตัวอันดับหนึ่งที่มีอัตราขยายเท่ากับ 1



ผลตอบสนองเชิงความถี่

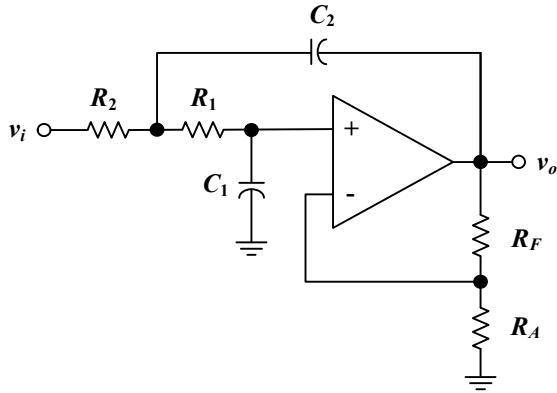
$$A_{LF}(j\omega) = \frac{1}{1 + j(\omega / \omega_C)}$$

อัตราขยายที่ความถี่ต่ำ $A(0) = 1$

ความถี่ตัดผ่าน

$$\omega_C = \frac{1}{R_1 C_1}$$

วงจรกรองผ่านต่ำอันดับสองที่มีอัตราขยายเท่ากับ $\left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$



ผลตอบสนองเชิงความถี่

$$A_{LF}(j\omega) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right) \frac{1}{1 + j\omega((R_1 + R_2)C_1 - \frac{R_F}{R_A}R_2C_2) + (j\omega)^2(R_1C_1R_2C_2)}$$

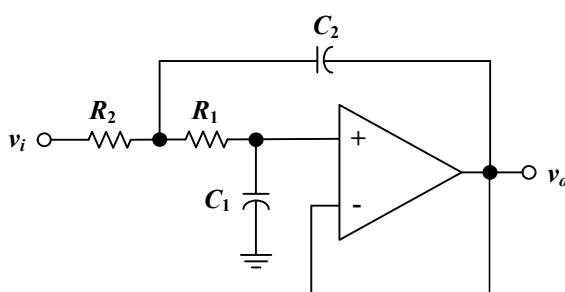
อัตราขยายที่ความถี่ต่ำ $A(0) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$

ความถี่ตัดผ่าน $\omega_C = \frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$

ตัวประกอบคุณภาพ

$$\frac{1}{Q} = 2\zeta = \omega_C \left[(R_1 + R_2)C_1 - \frac{R_F}{R_A}R_2C_2 \right]$$

วงจรกรองผ่านต่ำอันดับสองที่มีอัตราขยายเท่ากับ 1



ผลตอบสนองเชิงความถี่

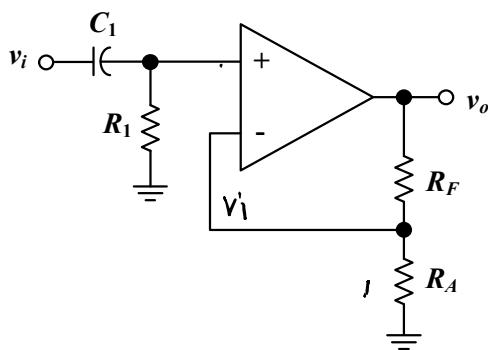
$$A_{LF}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega(R_1 + R_2)C_1 + (j\omega)^2(R_1C_1R_2C_2)}$$

อัตราขยายที่ความถี่ต่ำ $A(0) = 1$

ความถี่ตัดผ่าน $\omega_C = \frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$

ตัวประกอบคุณภาพ $\frac{1}{Q} = 2\zeta = \omega_C [(R_1 + R_2)C_1]$

วงจรกรองผ่านสูงอันดับหนึ่งที่มีอัตราขยายเท่ากับ $\left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$



ผลตอบสนองเชิงความถี่

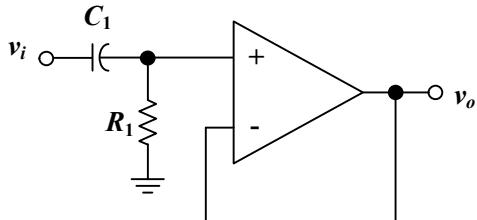
$$A_{HF}(j\omega) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right) \frac{j(\omega / \omega_C)}{1 + j(\omega / \omega_C)}$$

อัตราขยายที่ความถี่สูง $A(\infty) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$

ความถี่ตัดผ่าน

$$\omega_C = \frac{1}{R_1C_1}$$

วงจรกรองผ่านสูงอันดับหนึ่งที่มีอัตราขยายเท่ากับ 1



ผลตอบสนองเชิงความถี่

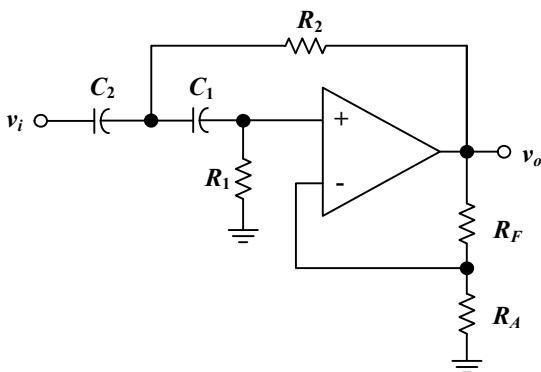
$$A_{HF}(j\omega) = \frac{j(\omega / \omega_C)}{1 + j(\omega / \omega_C)}$$

อัตราขยายที่ความถี่สูง $A(\infty) = 1$

ความถี่ตัดผ่าน

$$\omega_C = \frac{1}{R_1 C_1}$$

วงจรกรองผ่านสูงอันดับสองที่มีอัตราขยายเท่ากับ $\left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$



ผลตอบสนองเชิงความถี่

$$A_{HF}(j\omega) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right) \frac{(j\omega)^2 (R_i C_1 R_2 C_2)}{1 + j\omega \left(R_2(C_1 + C_2) - \frac{R_F}{R_A} R_i C_1\right) + (j\omega)^2 (R_i C_1 R_2 C_2)}$$

อัตราขยายที่ความถี่สูง $A(\infty) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$

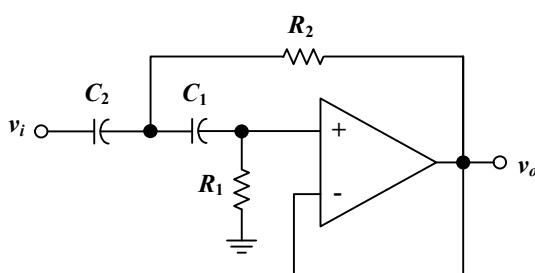
ความถี่ตัดผ่าน

$$\omega_C = \frac{1}{\sqrt{R_i C_1 R_2 C_2}}$$

ตัวประกอบคุณภาพ

$$\frac{1}{Q} = 2\zeta = \omega_C \left[R_2(C_1 + C_2) - \frac{R_F}{R_A} R_i C_1 \right]$$

วงจรกรองผ่านสูงอันดับสองที่มีอัตราขยายเท่ากับ 1



ผลตอบสนองเชิงความถี่

$$A_{HF}(j\omega) = \frac{(j\omega)^2 (R_i C_1 R_2 C_2)}{1 + j\omega R_2(C_1 + C_2) + (j\omega)^2 (R_i C_1 R_2 C_2)}$$

อัตราขยายที่ความถี่สูง $A(\infty) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$

ความถี่ตัดผ่าน

$$\omega_C = \frac{1}{\sqrt{R_i C_1 R_2 C_2}}$$

ตัวประกอบคุณภาพ

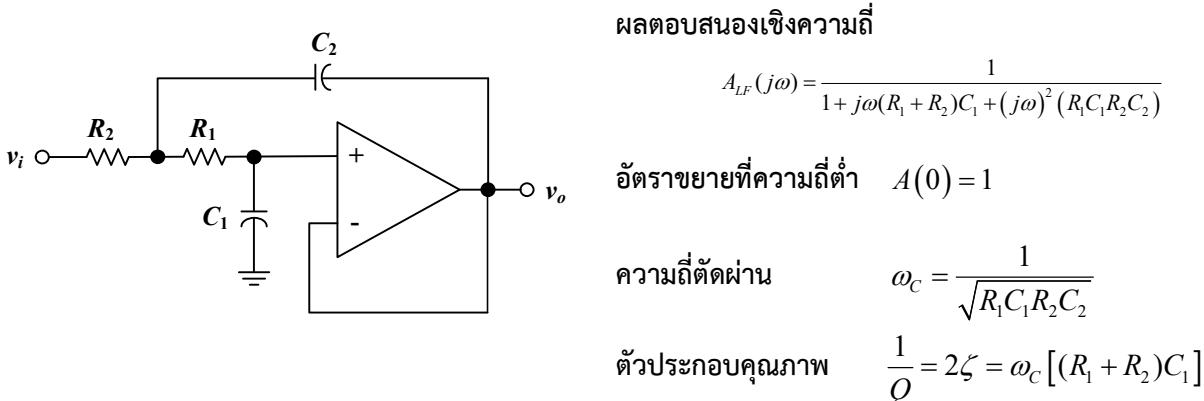
$$\frac{1}{Q} = 2\zeta = \omega_C [R_2(C_1 + C_2)]$$

ตัวอย่างการออกแบบ

ตัวอย่างที่ 1 จะออกแบบวงจรกรองผ่านต่ำ Butterworth อันดับสี่ ที่มีอัตราขยาย เท่ากับ 1 และมีความถี่ตัดผ่านที่ 1 kHz วงจรกรองผ่านต่ำอันดับสี่ สามารถสร้างจากวงจรกรองผ่านต่ำอันดับสอง 2 วงจรมาต่ออนุกรมซึ่งแต่ละวงจรมีความถี่ตัดผ่านที่

$$\omega_C = 2\pi f_{3dB} = 6.2832 \text{ krad/s}$$

วงจรกรองผ่านต่ำอันดับสองที่มีอัตราขยายเท่ากับ 1



จากตารางที่ 1 Normalized Butterworth polynomial อันดับสี่

$$(s^2 + 2\zeta_1 s + 1)(s^2 + 2\zeta_2 s + 1) = (s^2 + 0.7654s + 1)(s^2 + 1.8478s + 1)$$

ดังนั้น วงจรกรองผ่านต่ำมี $\zeta_1 = 0.3827$ และ $\zeta_2 = 0.9239$ สำหรับวงจรกรองตัวที่ 1 และตัวที่ 2 ตามลำดับ
ดังนั้นเราจะได้ สำหรับวงจรกรองตัวที่ 1 และตัวที่ 2

$$\omega_C = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} = 6.2832 \text{ krad/s}$$

$$2\zeta = \omega_C [(R_1 + R_2)C_1] \text{ ทำให้ได้ } \zeta = \frac{1}{2}\omega_C(R_1 + R_2)C_1 = 3.1416 \times 10^3 (R_1 + R_2)C_1$$

สำหรับวงจรกรองอันดับสอง วงจรที่ 1 $\zeta_1 = 0.3827$

เนื่องจากมีสองเงื่อนไขของ ω_C และ ζ แต่มี 4 ตัวแปรของ R_1, R_2, C_1 , และ C_2 ทำให้เรามีอิสระ 2 ตัวแปร ในที่นี้ เลือก $C_1 = 0.01 \mu\text{F}$ ทำให้เงื่อนไขดังนี้

$$R_1 + R_2 = 12.182 \text{ k}\Omega \text{ และ } R_1 R_2 C_2 = 2.5330$$

ขั้นต่อไป คือ การเลือกค่า C_2 ต้องทำให้ได้ค่า R_1 และ R_2 และมีค่าเป็นจำนวนจริงบวกและเหมาะสมในการต่อวงจร อาจจะต้องมีการลองผิดลองถูกดู

เลือก $C_2 = 0.082 \mu\text{F}$ ทำให้ได้ค่า $R_1 R_2 = 30.89 \times 10^6$

$$\text{ทำให้ได้ค่า } R_1 = 8.582 \approx 8.56 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 3.599 \approx 3.61 \text{ k}\Omega$$

หมายเหตุ การเลือกค่า C_2 ที่เหมาะสม ในกรณีข้างบน จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข $R_1R_2 < \frac{1}{4}(R_1+R_2)^2$

สำหรับวงจรกรองอันดับสอง วงจรที่ 2 $\zeta_2 = 0.9239$

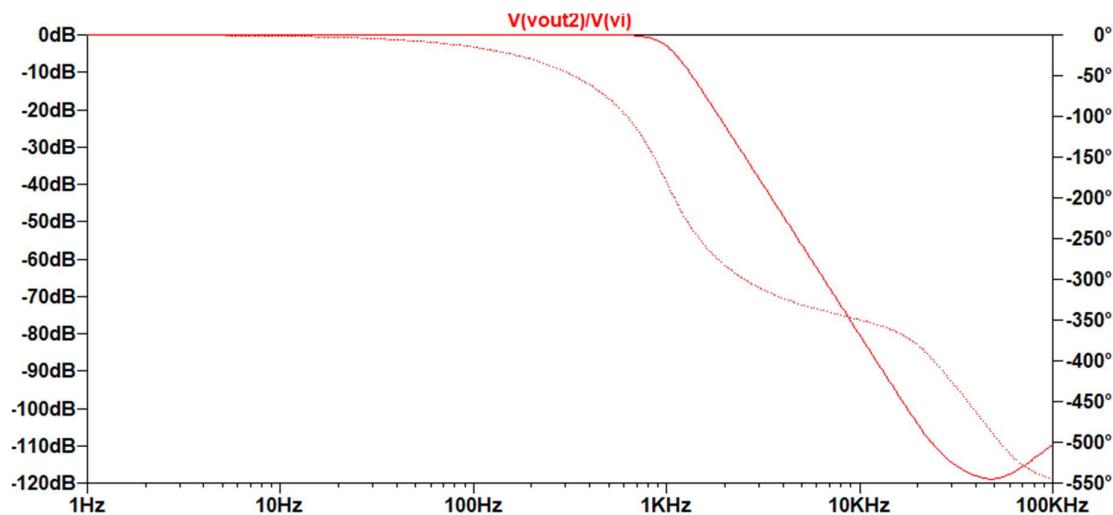
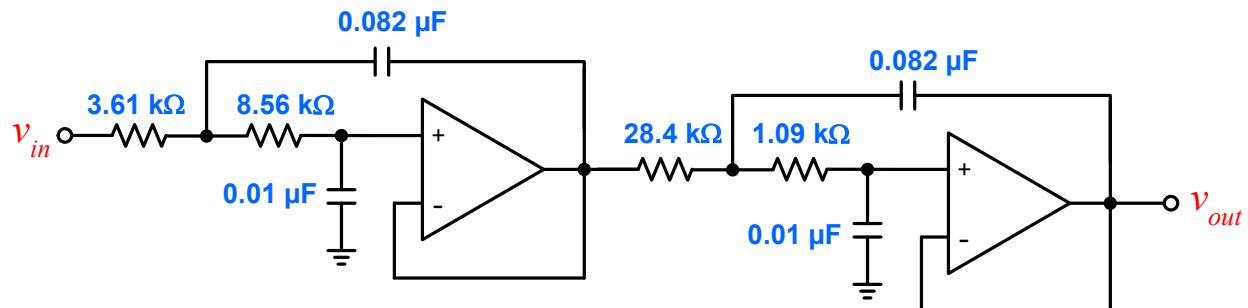
ด้วยขั้นตอนเดียวกับที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

$$\text{เลือก } C_1 = 0.01 \mu\text{F} \text{ ทำให้ได้ } R_1 + R_2 = 29.409 \text{ k}\Omega \text{ และ } R_1R_2C_2 = 2.5330$$

$$\text{เลือก } C_2 = 0.082 \mu\text{F} \text{ ทำให้ได้ } R_1R_2 = 30.89 \times 10^6$$

$$\text{ทำให้ได้ค่า } R_1 = 1.091 \approx 1.09 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 28.318 \approx 28.4 \text{ k}\Omega$$

ดังนั้นวงจรกรองอันดับสี่ที่ได้จะเกิดจากวงจรกรองอันดับสอง 2 วงจรมาต่ออนุกรมกัน ลำดับของการต่อไม่มีความสำคัญสามารถสลับตำแหน่งกันได้

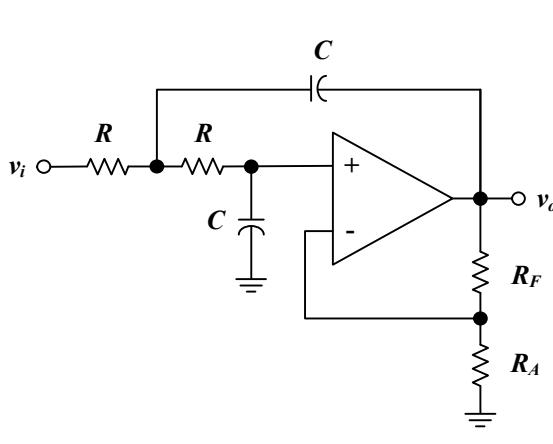


ผลการจำลองผลตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรกรองผ่านตัวอันดับสี่ ด้วย LTspice

ตัวอย่างการออกแบบ

ตัวอย่างที่ 2 จะออกแบบวงจรกรองผ่านต่ำ Butterworth อันดับสี่ และมีความถี่ตัดผ่านที่ 1 kHz แต่กำหนดให้ใช้ค่า $R_1 = R_2 = R$ และ $C_1 = C_2 = C$ ซึ่งจะทำให้วงจรกรองอันดับสองมีความสัมพันธ์ดังนี้

วงจรกรองผ่านต่ำอันดับสองที่มีอัตราขยายเท่ากับ $\left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$ และค่า $R_1 = R_2 = R$ และ $C_1 = C_2 = C$



ผลตอบสนองเชิงความถี่

$$A_{LF}(j\omega) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right) \frac{1}{1 + j\omega RC \left(2 - \frac{R_F}{R_A}\right) + (j\omega)^2 (RC)^2}$$

อัตราขยายที่ความถี่ต่ำ $A(0) = \left(1 + \frac{R_F}{R_A}\right)$

ความถี่ตัดผ่าน $\omega_C = \frac{1}{RC}$

ตัวประกอบคุณภาพ $\frac{1}{Q} = 2\zeta = 2 - \frac{R_F}{R_A}$

การกำหนดในลักษณะนี้ทำให้การคำนวณของ ω_C และ ζ ของวงจรกรองเป็นอิสระต่อกัน

จากตารางที่ 1 Normalized Butterworth polynomial อันดับสี่

$$(s^2 + 2\zeta_1 s + 1)(s^2 + 2\zeta_2 s + 1) = (s^2 + 0.7654s + 1)(s^2 + 1.87478s + 1)$$

ดังนั้น วงจรกรองผ่านต่ำมี $\zeta_1 = 0.3827$ และ $\zeta_2 = 0.9239$ สำหรับวงจรกรองตัวที่ 1 และตัวที่ 2 ตามลำดับ
ดังนั้นเราจะได้ สำหรับวงจรกรองตัวที่ 1 และตัวที่ 2

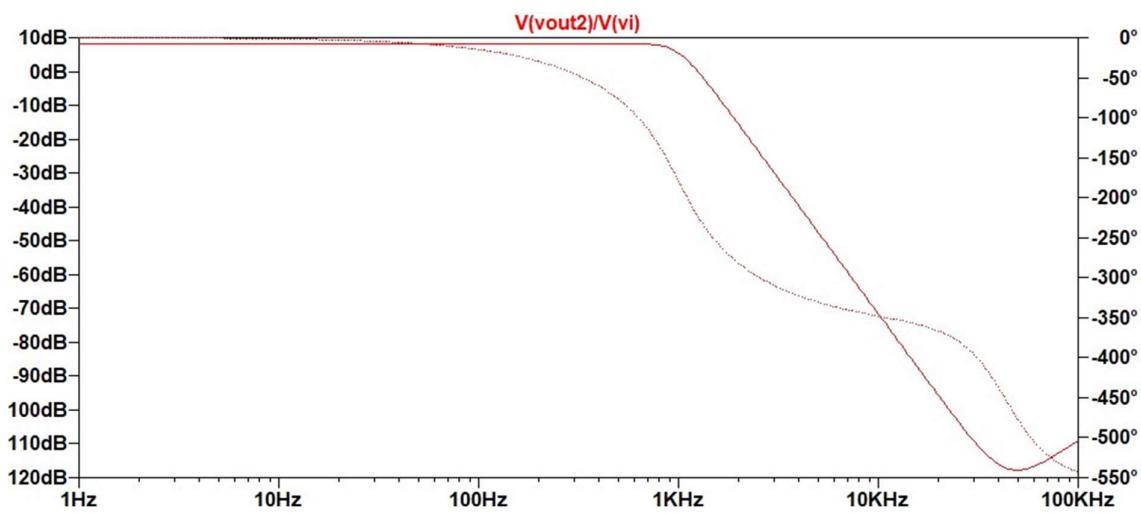
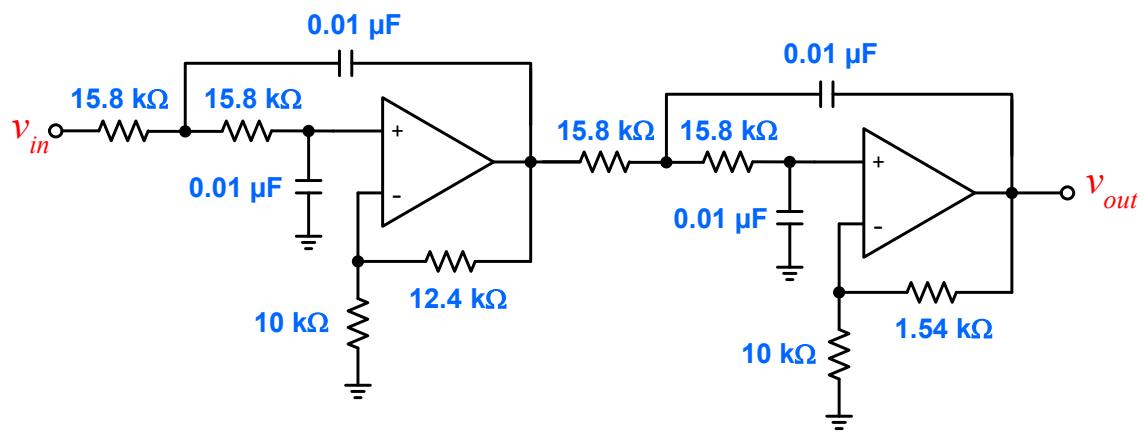
$$\omega_C = \frac{1}{RC} = 6.2832 \text{ krad/s} \text{ และ } 2\zeta = 2 - \frac{R_F}{R_A}$$

ในที่นี้ เลือก $C = 0.01 \mu\text{F}$ ทำให้เราได้ $R = 15.92 \text{ k}\Omega \approx 15.8 \text{ k}\Omega$

สำหรับวงจรกรองตัวที่ 1 $\zeta_1 = 0.3827$ เราจะได้ $\frac{R_F}{R_A} = 1.2346$ เลือก $R_A = 10 \text{ k}\Omega$ จะได้ $R_F = 12.4 \text{ k}\Omega$

สำหรับวงจรกรองตัวที่ 2 $\zeta_2 = 0.9239$ เราจะได้ $\frac{R_F}{R_A} = 0.1522$ เลือก $R_A = 10 \text{ k}\Omega$ จะได้ $R_F = 1.54 \text{ k}\Omega$

ดังนั้นวงจรกรองอันดับสี่ที่ได้จะเกิดจากการกรองอันดับสอง 2 วงจรมาต่ออนุกรมกัน ลำดับของการต่อไม่มีความสำคัญสามารถสลับตำแหน่งกันได้



ผลการจำลองผลตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรกรองผ่านต่ำอันดับสี่ ด้วย LTspice

การทดลอง

คุณสมบัติจำเพาะ (specification) ของวงจรขยายสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

คุณสมบัติจำเพาะของวงจรขยายสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจเพื่อใช้ในการทดลองของโมดูลนี้ ได้แก่

- แหล่งจ่ายไฟของวงจร $\pm 9 \text{ V}$
- อัตราขยาย $300\text{--}1,000$ เท่า
- แบนด์วิดท์ $0.5\text{--}100 \text{ Hz}$
- Input impedance $> 1 \text{ M}\Omega$
- Common mode rejection ratio (A_{dm}/A_{cm}) ไม่ต่ำกว่า 60 dB

ให้นิสิตออกแบบและสร้างวงจรกรองผ่านแอบ ที่มีอัตราขยาย $50\text{--}120$ เท่า แบนด์วิดท์ $0.5\text{--}100 \text{ Hz}$ โดยกำหนดให้วงจรกรองผ่านแอบประกอบด้วย

- 1) วงจรกรองผ่านสูงอันดับหนึ่งแบบไวด์ มีความถี่ตัดผ่าน = 0.5 Hz
- 2) วงจรกรองผ่านต่ำอันดับสองหรือสูงกว่า มีความถี่ตัดผ่าน = 100 Hz
- 3) ให้กลุ่มที่ 1 สร้างวงจรกรองที่มีอัตราขยาย 60 เท่า
ให้กลุ่มที่ 2 สร้างวงจรกรองที่มีอัตราขยาย 70 เท่า
ให้กลุ่มที่ 3 สร้างวงจรกรองที่มีอัตราขยาย 80 เท่า
ให้กลุ่มที่ 4 สร้างวงจรกรองที่มีอัตราขยาย 90 เท่า
ให้กลุ่มที่ 5 สร้างวงจรกรองที่มีอัตราขยาย 100 เท่า
ให้กลุ่มที่ 6 สร้างวงจรกรองที่มีอัตราขยาย 110 เท่า
ให้กลุ่มที่ N สร้างวงจรกรองที่มีอัตราขยาย $(5 + N)*10$ เท่า
- 4) นำวงจรทั้งสองส่วนมาต่ออนุกรมกัน ให้ภาคแรกเป็นวงจรกรองผ่านสูง และภาคที่สองเป็นวงจรกรองผ่านต่ำ

สิ่งที่กำหนดให้

- ใช้อ็อกซิ่ปแอมป์เบอร์ TL064 จำนวน 1 ตัว (ภายในการประกอบด้วยอ็อกซิ่ปแอมป์จำนวน 4 ตัว)
- ค่าความเก็บประจุที่ใช้ในวงจร คือ $10\text{--}1000 \text{ nF}$
- ค่าความต้านทานที่ใช้ $1\text{--}1000 \text{ k}\Omega$ (ค่าแนะนำ คือ $10\text{--}1000 \text{ k}\Omega$)
- แหล่งจ่ายไฟตรง $\pm 9 \text{ V}$ ให้ใช้เป็นไฟเลี้ยงให้กับวงจร
- Breadboard (พิยาภานใช้เนื้อที่อย่างประหยัด)

ใบงานประกอบการทดลอง เรื่อง วงจรกรองสัญญาณ

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสสนิธิต _____ ตอนเรียนที่ _____ กลุ่มที่ _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสสนิธิต _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสสนิธิต _____

ลายเซ็นอาจารย์ผู้ตรวจ _____

สิ่งที่ต้องส่ง

รูปวงจร (Schematic diagram) ของวงจรกรองผ่านແບບ

ระบุค่าของตัวต้านทานและตัวเก็บประจุที่ใช้ต่อวงจรจริงทุกด้วย

คำอธิบายวงจร (วงจรประกอบด้วยวงจรย่อยอะไรบ้าง และการคำนวณของอัตราขยาย และวิธีการ
ออกแบบมาพอเข้าใจ)

ผลการจำลองผลตอบสนองเชิงความถี่ (frequency response) ด้วยโปรแกรม LTSpice
(แสดงการวัดความถี่ตัดผ่าน โดยการใช้เส้นตรงใกล้เคียงลงบนกราฟที่ได้จากการจำลอง ดู
ภาคผนวกด้านหลังเอกสารประกอบ)

ให้นิสิตต่อวงจรลงบน breadboard ตามที่ได้ออกแบบไว้ และแสดงรูปถ่ายวงจรบน
breadboard ให้การเข้มต่ออย่างชัดเจน

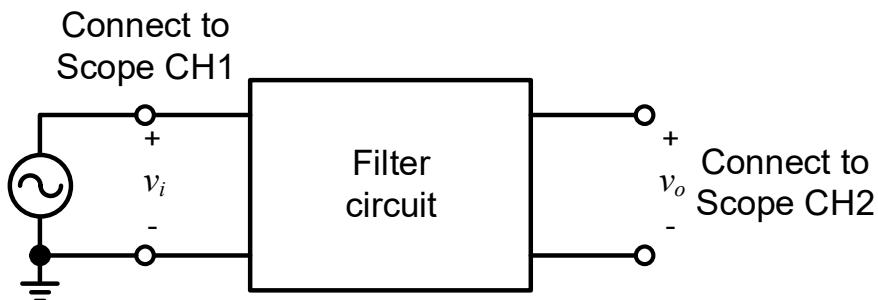
การวัดผลตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรกรองผ่านແກບ มีรูปประกอบการวัด

กำหนดให้ป้อนสัญญาณไซน์ที่ทราบความถี่และขนาด เป็นสัญญาณขาเข้าของวงจรกรองแล้ววัดสัญญาณขาออกของวงจรกรอง ดังแสดงในรูปที่ 8 เพื่อความสะดวกกำหนดให้วัดขนาดของสัญญาณขาเข้าและขาออกของวงจรกรอง โดยใช้ค่าอยอดถึงยอด คำนวณอัตราขยายจากค่าอยอดของสัญญาณขาออกและขาเข้า

$$Gain = \frac{|v_{out}|}{|v_{in}|}$$

หมายเหตุ:

- 1) ในการใช้ DSO (digital storage oscilloscope) วัดสัญญาณ ช่องสัญญาณที่ 1 และ 2 ของ DSO ต้องตั้งการเชื่อมโยงแบบ DC (direct coupling) เพื่อให้การวัดค่าอัตราขยายมีความถูกต้องที่ความถี่ต่ำมาก หากตั้งเป็นแบบ AC ขนาดของสัญญาณที่ความถี่ต่ำจะมีค่าลดต่ำลงเนื่องจากมีตัวเก็บประจุขนาดใหญ่ต่อระหว่างขั้วเข้ากับวงจรภายในตัวเครื่อง DSO
- 2) ในการใช้งาน DSO ควรตรวจสอบอัตราคุณของ probe ให้ถูกต้อง ในการนี้ทั่วไปตัวคุณของ probe คือ 1
- 3) ในการทดลองที่แต่ละความถี่ ควรเลือกสัญญาณขาเข้าให้มีขนาดใหญ่ที่สุดเท่าที่จะทำได้ ที่ สัญญาณขาออกจากการยังคงเป็นรูปสัญญาณไซน์ เพื่อให้การคำนวณค่าอัตราขยายมีความแม่นยำ
- 3) ออปแอมป์เป็นวงจรอิเล็กทรอนิกส์ต้องการแหล่งจ่ายไฟภายนอกเพื่อตัวอปแอมป์ ออปแอมป์ TL064 ต้องการแหล่งจ่ายไฟบวกและลบ ใน datasheet ของ TL064 แหล่งจ่ายไฟบวก คือ Vcc+ และแหล่งจ่ายไฟลบ คือ Vcc- ให้ต่อขั้วเหล่านี้เข้าขึ้วมาก และ ลบของแหล่งจ่ายแรงดันไฟตรง



รูปที่ 8: การต่อวงจรเพื่อทดลองวัดผลตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรกรอง

ให้บันทึกค่าที่ได้จากการทดลองลงในตาราง และวัดกราฟในหน้าตัดไป

f (Hz)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
v_{in} (mV _{pp})									
v_{out} (mV _{pp})									
Gain									

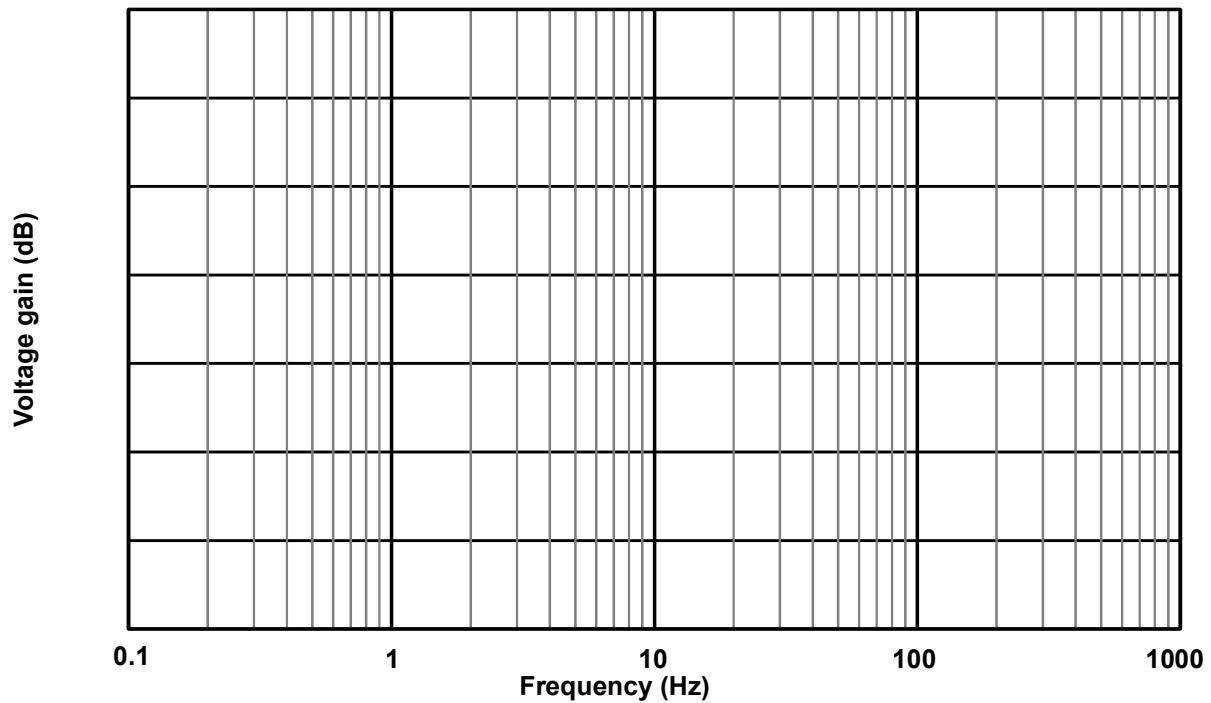
f (Hz)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_{in} (mV _{pp})									
v_{out} (mV _{pp})									
Gain									

f (Hz)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
v_{in} (mV _{pp})									
v_{out} (mV _{pp})									
Gain									

f (Hz)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
v_{in} (mV _{pp})										
v_{out} (mV _{pp})										
Gain										

(นิสิตสามารถใช้โปรแกรม Excel หรือโปรแกรมอื่นช่วยวัดกราฟได้ เมื่อต้องระบุข้อมูลให้ถูกต้องและครบถ้วน เช่น ชื่อแกน หน่วยของแกน)

กราฟผลตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรกรอง



(แสดงการวัดความถี่ตัดผ่าน โดยการใช้เส้นตรงใกล้เคียงลงบนกราฟ ดูภาคผนวกด้านหลังของเอกสารประกอบ)

ค่าอัตราขยาย (จากการคำนวณ) _____

ค่าอัตราขยาย (จากการจำลอง: Simulation) _____

ค่าอัตราขยาย (จากการวัด) _____

ค่าความถี่ตัดผ่าน (Cut-off frequency) ด้านต่ำ

ค่าจากการคำนวณ _____ ค่าจากการจำลอง _____ ค่าจากการวัด _____

ค่าความถี่ตัดผ่าน (Cut-off frequency) ด้านสูง

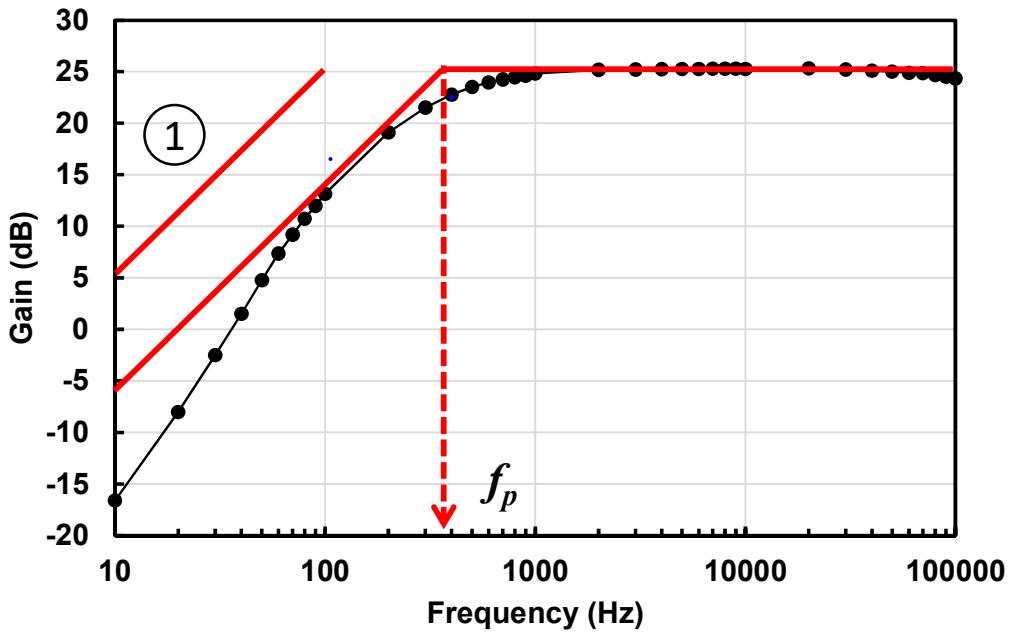
ค่าจากการคำนวณ _____ ค่าจากการจำลอง _____ ค่าจากการวัด _____

สรุปและวิเคราะห์ผลที่ได้จากการวัด การคำนวณ และ การจำลอง

เอกสารอ้างอิง

- [1] Medical Instrumentation: Application and Design, John G. Webster (ed.), John Wiley & Sons 4th edition, 2009.
- [2] Active and Non-linear Electronics, Thomas F. Schubert and Ernest M. Kim (ed.), John Wiley & Sons, 1996.

ภาพผนวก การหาเส้นตรงใกล้เคียง (Asymptote) เพื่อหาความถี่ตัดผ่าน



- ① คือ เส้นอ้างอิงที่มีความชัน 20 dB/dec กรณีที่เป็นวงจรกรองอันดับสอง ความชันอ้างอิงจะเพิ่มเป็น 40 dB/dec

2012-447 Electronics Engineering Laboratory

Module: วงจรขยายคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และการประมวลผลสัญญาณเบื้องต้น

Part B: วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชัน (Instrumentation Amplifier)

อาจารย์ ธีร์มงคลรัศมี (rev. 2 สิงหาคม 2565, rev 1. มีนาคม 2564, สิงหาคม 2562)

บทนำ

วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันเป็นวงจรที่ออกแบบมาสำหรับการขยายสัญญาณผลต่าง (*difference mode signal*) หรือศักย์ไฟฟ้าผลต่างระหว่างจุดสองจุด ซึ่งอาจมีการรบกวนจากสัญญาณผลร่วม (*common mode signal*) ที่มีขนาดใหญ่ ดังนั้นวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันจึงเหมาะสมสำหรับการวัดหรือขยายสัญญาณจากการบริจาร์ที่มีแขนหนึ่งเป็นเซนเซอร์ เช่น RTD (resistance temperature detector) ตัวต้านทานที่ไวกับอุณหภูมิ สเตรนเกจ (strain gauge) ที่ใช้ในเครื่องซั่งน้ำหนัก หรือ ใช้กับการวัดศักย์ไฟฟ้าทางชีวภาพ เช่น คลื่นไฟฟ้าหัวใจ คลื่นไฟฟ้ากล้ามเนื้อ เป็นต้น

ความรู้เบื้องต้นวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชัน

วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันเป็นวงจรขยายผลต่างที่มีความต้านทานขาเข้าสูงมาก ค่าอัตราขยายสามารถตั้งได้โดยการปรับค่าความต้านทานภายนอกที่มาต่ออยู่ วงจรขยายชนิดนี้มีอัตราการกำจัดสัญญาณผลร่วม (*CMRR*) ที่สูงมากทำให้วงจรขยายชนิดนี้สามารถขยายสัญญาณผลต่างที่ป้อนอยู่ในสัญญาณผลร่วมขนาดใหญ่ได้ดีกว่าวงจรขยายทั่วไป

วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันจะประกอบด้วยอปแอมป์จำนวน 2 หรือ 3 ตัว ซึ่งในรูปแบบทั่วไปจะประกอบด้วยอปแอมป์จำนวน 3 ตัวดังแสดงรูปที่ 1 สัญญาณเข้าของวงจรประกอบด้วยสัญญาณ v_1 และ v_2 ในที่นี้เราต้องการขยายสัญญาณผลต่างระหว่าง v_1 และ v_2 เท่านั้น

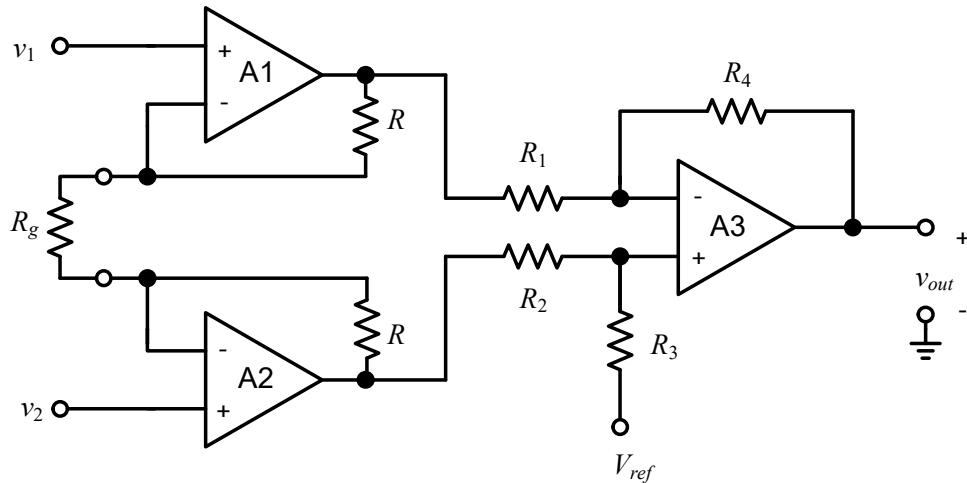
นิยามของสัญญาณผลต่าง (*difference mode signal*) คือ

$$v_{dm} = v_2 - v_1 \quad (1)$$

นิยามของสัญญาณผลร่วม (*common mode signal*) คือ

$$v_{cm} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (2)$$

วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันดังในรูปที่ 1 แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ วงจรสากแรกซึ่งประกอบด้วยอปแอมป์ A1 และ A2 วงส่วนนี้จะให้ค่าความต้านทานขาเข้าที่สูงกับสัญญาณขาเข้าทั้งสอง และสามารถกำหนดค่าอัตราขยายผ่านตัวต้านทานภายนอก R_g



รูปที่ 1: วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันซิ่งสร้างจากอุปกรณ์ 3 ตัว

วงจรอีกที่สองเป็นวงจรขยายผลต่าง (difference amplifier) ซึ่งโดยปกติแล้วจะมีค่าอัตราขยายเท่ากับ 1 (เพื่อให้อัตราขยาย เท่ากับ 1 โดยปกติจะเลือกให้ค่า $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$) นอกจากนี้เพื่อให้เกิดความยืดหยุ่นของการใช้งาน ผู้ผลิตนิยมให้อิสระแก่ผู้ใช้ในการกำหนดแรงดันอ้างอิง โดยปล่อยให้ขาอ้างอิงของวงจรขยายผลต่างในภาคที่สองให้ผู้ใช้เลือกต่อ กับกราวด์ หรือที่แรงดันอ้างอิง V_{ref} ค่าอื่นที่ต้องการ ความสัมพันธ์ของแรงดันขาออกกับค่าแรงดันผลต่างขาเข้าสามารถแสดงได้ด้วยความสัมพันธ์

$$v_{out} = \left(1 + \frac{2R}{R_g}\right)(v_2 - v_1) + V_{ref} \quad (3)$$

ผู้ผลิตจะให้ข้อมูลหรือสมการของอัตราขยายมาเพื่อให้ผู้ใช้เลือกค่าได้เหมาะสมกับการใช้งาน วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันที่ดีจะขยายสัญญาณผลต่าง $v_2 - v_1$ ได้ดีโดยไม่ขยายสัญญาณผลร่วมเลยหรือขยายน้อยมาก ผู้ผลิตจะให้ข้อมูลของอัตราการกำจัดสัญญาณผลร่วม (common mode rejection ratio: CMRR) ซึ่งกำหนดเป็นอัตราส่วนของอัตราขยายผลต่างต่ออัตราขยายผลร่วม และนิยมมีหน่วยเป็น dB

$$CMRR = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right) \quad (4)$$

โดยที่ A_{dm} คือ อัตราขยายผลต่าง และ A_{cm} คือ อัตราขยายผลร่วม โดยทั่วไปแล้วค่า CMRR ของวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันจะมีอยู่ในช่วง 80–120 dB ใน การประยุกต์ใช้งานด้านการวัดสัญญาณหรือพัฒนาระบบวัด วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันจะถูกนำไปใช้เป็นภาคแรกของวงจรหรือระบบเพื่อตีงข้อมูลของสัญญาณผลต่างอกรายการและส่งต่อไปยังวงจรภาคต่อไป เช่น การขยายหรือกรองสัญญาณ การแปลงสัญญาณอะนาล็อกเป็นดิจิทัล (analog to digital converter)

ใบงานประกอบการทดลอง เรื่อง วงจรกรองสัญญาณ

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____ ตอนเรียนที่ _____ กลุ่มที่ _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____

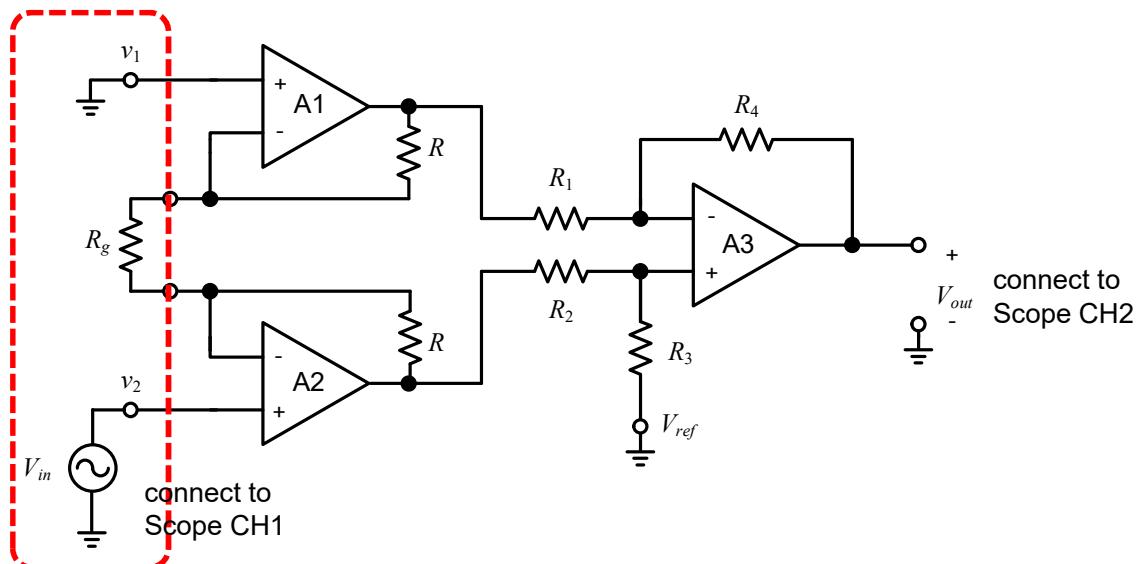
ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____

ลายเซ็นอาจารย์ผู้ตรวจ _____

การทดลองที่ 1: วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันที่ใช้อปแอมป์ 3 ตัว

ให้ออกแบบและสร้างวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชัน ที่ใช้อปแอมป์ 3 ตัว กำหนดให้ วงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชัน มีอัตราขยาย เท่ากับ 5

- ใช้แรงดันอ้างอิง เท่ากับ 0 โวลต์
- แรงดันของแหล่งจ่าย กำหนดให้มีค่าเท่ากับ ± 9 V
- ค่าความต้านทานที่ใช้ในวงจร สามารถเลือกใช้ได้ คือ ค่า $10 \text{ k}\Omega - 500 \text{ k}\Omega^{***}$
- ไอซีของอปแอมป์ที่ใช้ในการทดลองกำหนดให้ คือ TL064



รูปที่ 2: วงจรที่ใช้ในการทดลองเพื่อวัดอัตราขยายผลต่าง

บันทึกค่าความต้านทานที่ได้ออกแบบไว้ เทียบกับค่าความต้านทานจริงที่ได้จากการวัดด้วยมัลติมิเตอร์***

ตัวต้านทาน	ค่าที่ออกแบบไว้ ($k\Omega$)	ค่าที่วัดด้วยมัลติมิเตอร์ ($k\Omega$)
R		
R_g		
R_1		
R_2		
R_3		
R_4		

หมายเหตุ ตัวต้านทาน R ที่ใช้ในวงจร ให้ระบุค่าทั้งสองตัว ค่นด้วยเครื่องหมายจุลภาค “,”

การวัดอัตราขยายผลต่าง

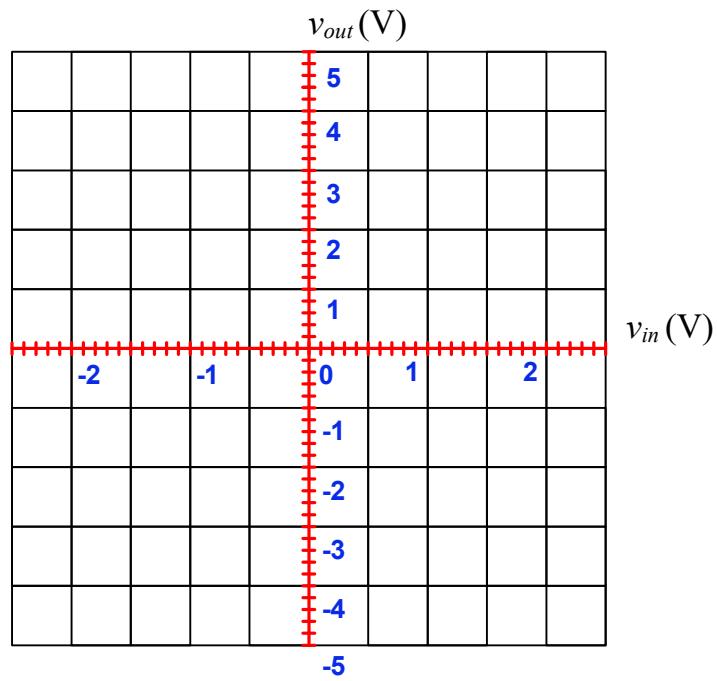
ต่อวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันลงบน breadboard เมื่อต่อเรียบร้อย ตรวจสอบว่า วงจรทำงานถูกต้อง ให้วัดค่าอัตราขยายผลต่างโดยใช้วงจรในรูปที่ 2 ด้วยการป้อนสัญญาณไขน์ ความถี่ 1000 Hz จากเครื่องกำเนิดสัญญาณ (Function generator) ซึ่งมีค่าอยอดตามที่กำหนดไว้ในตาราง และใช้ดิจิทัลilloscope วัดค่าอยอดของแรงดันขาเข้า V_{in} และแรงดันขาออก V_{out} บันทึกค่าที่ได้จากการทดลองลงในตาราง

หมายเหตุ ให้สังเกตค่าอยอดของแรงดันขาเข้าที่เป็นบวก เทียบกับ ค่าอยอดของแรงดันขาออกที่เป็นบวก ให้สังเกตค่าอยอดของแรงดันขาเข้าที่เป็นลบ เทียบกับ ค่าอยอดของแรงดันขาออกที่เป็นลบ

v_{in} (V _p)	-2	-1.8	-1.6	-1.4	-1.2	-1.0	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0
v_{out} (V _p)											

v_{in} (V _p)	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
v_{out} (V _p)										

วาดกราฟของสัญญาณขาเข้าเทียบกับสัญญาณขาออก คำนวณอัตราขยายผลต่างในช่วงที่วงจรทำงานเชิงเส้น



เปรียบเทียบค่าอัตราขยายผลต่างในทางทฤษฎี กับค่าได้จากการทดลอง บันทึกผลลงในตาราง

	ค่าทางทฤษฎี: $Adm = 1 + \frac{2R}{R_g}$	ค่าจากการทดลอง: ความชันของกราฟ
ค่าอัตราขยายผลต่าง		

ค่าแรงดันอิมตัวด้านบวก _____

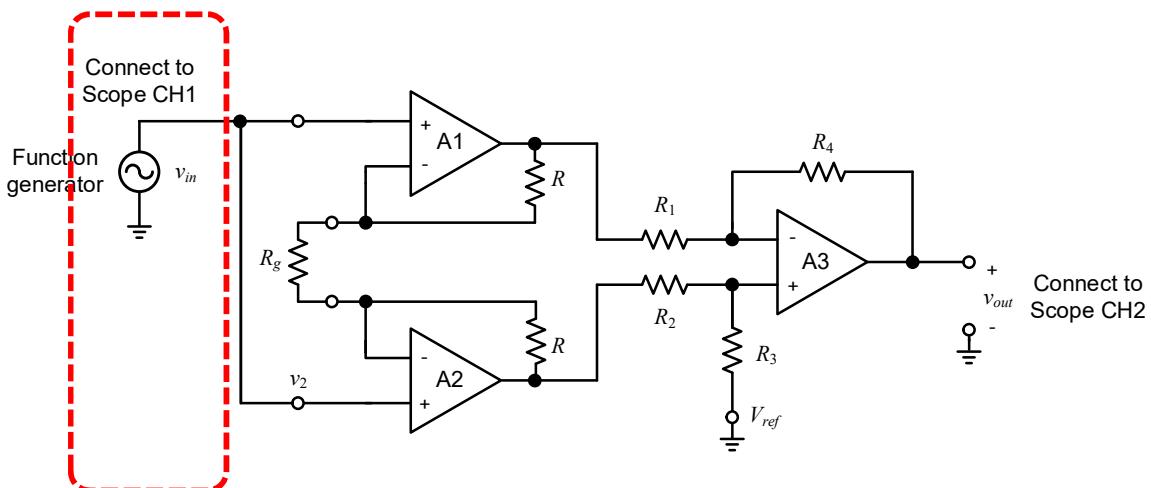
ค่าแรงดันอิมตัวด้านลบ _____

อภิปรายและตอบคำถาม

นิสิตคิดว่า เหตุใดแรงดันอิมตัวด้านบวกหรือด้านลบจึงไม่เท่ากับแรงดันไฟเลี้ยงบวกหรือลบ

การวัดอัตราขยายผลร่วม

ต่อวงจรตามรูปที่ 3 ลักษณะข้อดีของวงจรขยายแบบอินสตรูเม้นเต้นเข้าด้วยกัน ป้อนสัญญาณไซน์ที่ความถี่ 50 Hz เพิ่มน้ำดของสัญญาณไซน์จนกระทั่งสามารถสังเกตเห็นสัญญาณขาออกที่ข้าวอก (อาจจะใช้การปรับสเกลแกนตั้งของดิจิทลอสซิลโลสโคป (DSO) ช่วยด้วย) วัดขนาดจากยอดถึงยอด (peak-to-peak value) ของสัญญาณขาเข้าและขาออกเพื่อใช้คำนวณหาอัตราขยายผลร่วม



รูปที่ 3: วงจรที่ใช้ในการทดลองเพื่อวัดอัตราขยายผลร่วม

	<p>คำนวณจากความไม่เข้าคู่ (mismatch) ของค่าความต้านทาน โดยใช้ค่าความต้านทานในตารางที่ 1</p> $A_{cm} = \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) \left(1 + \frac{R_4}{R_1} \right) - \frac{R_4}{R_1}$	<p>ค่าจากการทดลอง:</p> $A_{cm} = \frac{ V_{out} }{ V_{in} }$
ค่าอัตราขยายผลร่วม		

ให้ใช้ค่าอัตราขยายผลต่างและผลร่วมที่ได้จากการทดลอง คำนวณค่า CMRR ตามสมการ

$$CMRR = 20 \log \left(\frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right)$$

ค่า *CMRR* จากการทดลอง _____

ค่า *CMRR* จากการคำนวณ _____

อภิปรายผลการทดลองเทียบกับค่าจากการคำนวณ

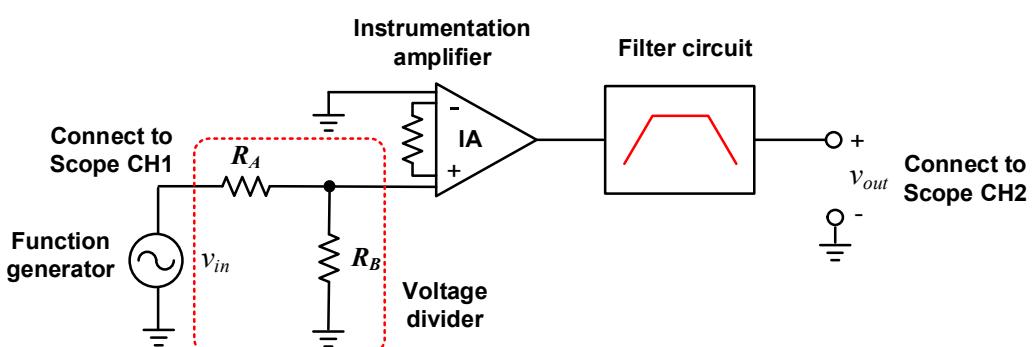
การทดลองที่ 2: วงจรขยายคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

- 1) นำวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันที่ได้มาต่อเข้ากับวงจรกรองที่ได้จากการทดลองในครั้งแรก ดังแสดงในรูปที่ 4 (ให้ข้าอกของวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันเป็นขาเข้าของวงจรกรอง)
- 2) ต้องวัดแรงดันดังแสดงในรูปที่ 4 เลือกอัตราส่วนการแบ่งแรงดันประมาณ 50 เท่า คำนวณค่าความต้านทานที่ต้องนำมาใช้ สาเหตุที่ต้องแบ่งแรงดันเนื่องจากเครื่องกำเนิดสัญญาณที่ใช้ในห้องปฏิบัติการฯ สามารถกำเนิดสัญญาณได้ขนาดเล็กสุด 100 mVpp ซึ่งถ้าป้อนเข้าวงจรโดยตรงจะเกิดการอัมตัวของวงจร

$$\text{ได้ } \text{ค่าอัตราการลดทอน } Atten = \frac{R_B}{R_A + R_B}$$

- 3) ต่อขาเข้าของวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันเข้ากับเครื่องกำเนิดสัญญาณ ผ่านทางวงจรแบ่งแรงดัน
- 4) วัดแรงดันขาเข้าและขาออก โดยต่อ CH1 ของ DSO เข้ากับขาเข้าของวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชัน และต่อ CH2 ของ DSO เข้ากับขาออกของวงจรกรอง
- 5) ป้อนสัญญาณไชน์ที่ความถี่ต่างๆ บันทึกขนาดของสัญญาณขาเข้าและขาออกลงในตาราง โดยให้บันทึกเป็น

$$\text{ค่าอยอดถึงยอด } \text{ คำนวณค่าอัตราขยายตามสมการ } Gain(dB) = 20 \log \left(\frac{v_{out}}{v_{in} \times Atten} \right) \text{ เพื่อหาผลตอบสนองเชิงความถี่}$$



รูปที่ 4: วงจรขยายคลื่นไฟฟ้าหัวใจซึ่งประกอบด้วยวงจรขยายแบบอินสตรูเมนเตชันและวงจรกรอง และการวัดผลตอบสนองเชิงความถี่

หมายเหตุ

- 1) ในการใช้ DSO (Digital storage oscilloscope) วัดสัญญาณ ช่องสัญญาณที่ 1 และ 2 ของ DSO ต้องถูกตั้งการเชื่อมโยงแบบ DC (direct coupling) เพื่อให้การวัดค่าอัตราขยายมีความถูกต้องที่ความถี่ต่ำมาก หากตั้งเป็นแบบ AC ขนาดของสัญญาณที่ความถี่ต่ำจะมีค่าลดต่ำลงเนื่องจากมีตัวเก็บประจุขนาดใหญ่ต่อระหว่างขั้วเข้ากับวงจรภายในตัวเครื่อง

$$\text{若 } R_A = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 若 } R_B = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 若 } Atten = \frac{R_B}{R_A + R_B} = \underline{\hspace{2cm}}$$

f (Hz)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
v_{in} (mV _{pp})									
v_{out} (mV _{pp})									
Gain (dB)									

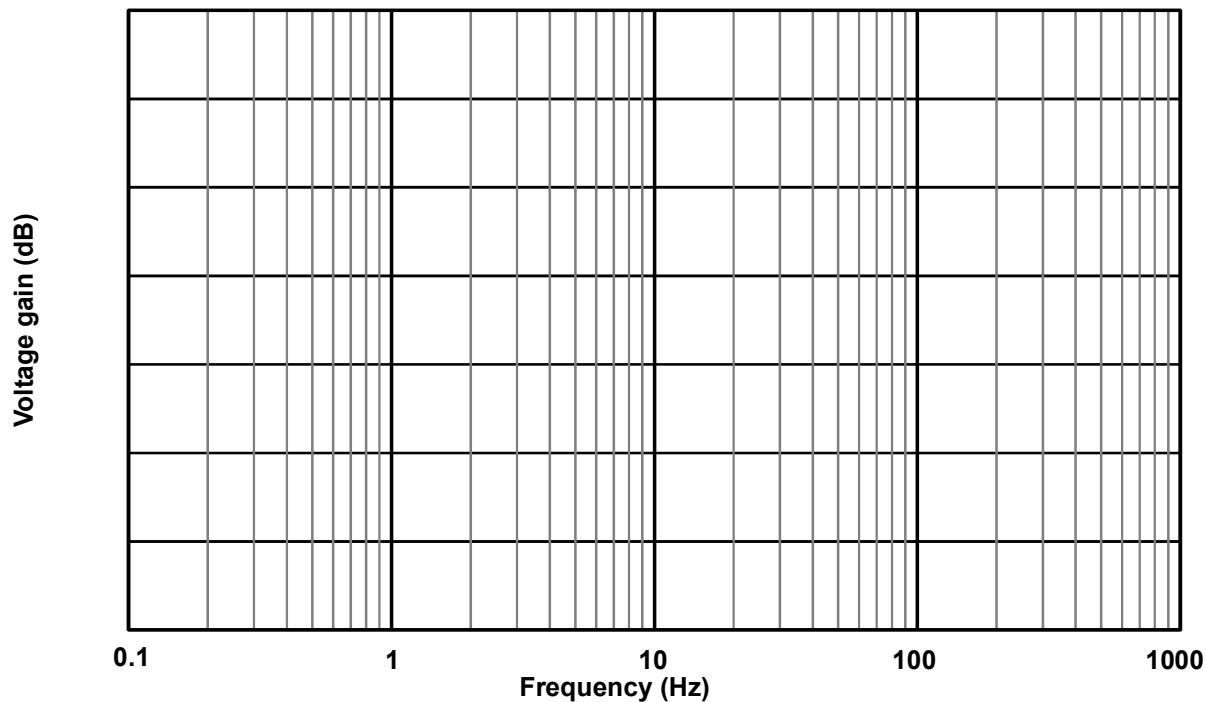
f (Hz)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_{in} (mV _{pp})									
v_{out} (mV _{pp})									
Gain (dB)									

f (Hz)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
v_{in} (mV _{pp})									
v_{out} (mV _{pp})									
Gain (dB)									

f (Hz)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
v_{in} (mV _{pp})										
v_{out} (mV _{pp})										
Gain (dB)										

หมายเหตุ นิสิตสามารถใช้โปรแกรม Excel หรือโปรแกรมอื่นช่วยวัดกราฟได้ แต่ต้องระบุข้อมูลให้ถูกต้องและครบถ้วน เช่น ชื่อแกน หน่วยของแกน

กราฟผลตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรกรอง



ให้ใช้เส้นตรงใกล้เคียงเพื่อหาความถี่ตัดมนุษย์ความถี่ต่ำและความถี่สูง เปรียบเทียบผลที่ได้กับผลการทดลองของวงจรกรองในครั้งที่แล้ว

(แสดงการวัดความถี่ตัดผ่าน โดยการใช้เส้นตรงใกล้เคียงลงบนกราฟ)

ค่าอัตราขยาย (จากการวัด) _____

ค่าอัตราขยายจากการออกแบบ (อัตราขยายของ IA x อัตราขยายของวงจรกรอง) _____

ค่าความถี่ตัดผ่าน (Cut-off frequency) ด้านต่ำ

ค่าที่วัดได้จากการวัด _____ เปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการวัด _____

ค่าความถี่ตัดผ่าน (Cut-off frequency) ด้านสูง

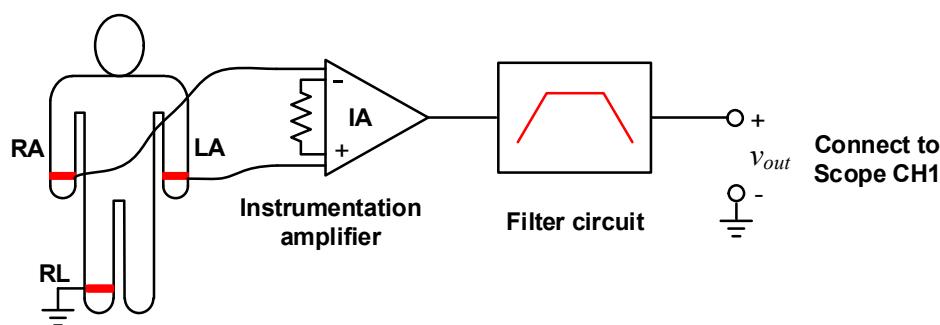
ค่าที่วัดได้จากการวัด _____ เปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการวัด _____

อภิปรายผลของค่าความถี่ตัดผ่านของวงจรขยายคลื่นไฟฟ้าหัวใจ เมมีอนหรือแตกต่างจากการจกรองใน การทดลองที่แล้ว หรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

การทดลองที่ 3: การวัดสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

ให้อาสาสมัครในกลุ่ม 1 คน เป็นตัวอย่าง นำสายสัญญาณและข้อมูลที่เก็บได้ ต่อเข้ากับ แขนซ้าย และขาขวาดังรูปที่ 5 ต่อข้ออกของวงจรเข้ากับ DSO CH1

- ปรับสเกลแนวโน้มของออสซิลโลสโคป เป็น 200 ms/Div (จะเห็นรูปคลื่น ECG ประมาณ 2-4 รูปคลื่น)
- ปรับสเกลแกนตั้งของออสซิลโลสโคป เป็น 1 V/Div หรือสามารถใช้สเกลอื่นได้ที่เห็นสัญญาณชัดเจน
- บันทึกรูปคลื่นสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจลงใน thumb drive โดยบันทึกแบบเป็นไฟล์รูปภาพ (นามสกุล .png หรือ .jpg) **และ** บันทึกแบบเป็นไฟล์ข้อมูล (นามสกุล .CSV)



รูปที่ 5: การวัดสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

รูปที่ 6: สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่บันทึกได้

อภิปรายผลการทดลองเกี่ยวกับรูปคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่วัดได้

2012-447 Electronics Engineering Laboratory

Module: วจรอข่ายคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และการประมวลผลสัญญาณเบื้องต้น

Part C: การลดสัญญาณรบกวนด้วยการประมวลผลดิจิทัล

อาจารย์ ธีรรงค์คลรัศมี (rev.1 สิงหาคม 2564, rev.2 สิงหาคม 2565)

สุพัฒนา เอื้อทวีเกียรติ (ตุลาคม 2562)

สรุปทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1. สัญญาณรบกวนที่เกิดจากสัญญาณไซน์ความถี่คงที่

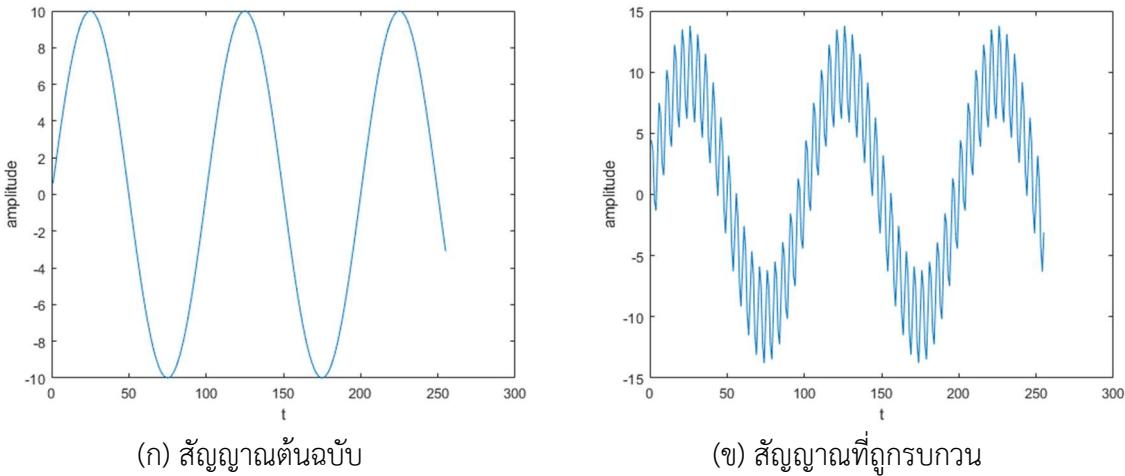
ในการรับส่งสัญญาณนั้นอาจมีรบกวนจากแหล่งกำเนิดสัญญาณไซน์ความถี่คงที่ ส่งผลให้สัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงไปตามจังหวะของสัญญาณไซน์ความถี่นั้นๆ ดังตัวอย่างในรูปที่ (1) เมื่อรูป (ก) และ (ข) แสดงสัญญาณไซน์ความถี่ 0.01 Hz และสัญญาณในรูป (ก) ที่มีรบกวนด้วยสัญญาณไซน์ความถี่ 0.2 Hz ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าผลลัพธ์เป็นการรวมสัญญาณไซน์สองสัญญาณ และสามารถเขียนสมการแสดงสัญญาณที่ถูกรบกวน ($y(t)$) ได้ดังสมการที่ (1)

$$y(t) = x(t) + n(t) = x(t) + a \cos(2\pi f_n t) \quad (1)$$

เมื่อ $x(t)$ และ $n(t) = a \cos(2\pi f_n t)$ คือ สัญญาณตั้งต้น และสัญญาณรบกวนตามลำดับ

เมื่อแปลงสัญญาณ $y(t)$ ในสมการที่ (1) ด้วยการแปลงแบบฟูเรียร์แล้วจะได้องค์ประกอบความถี่ f_n เพิ่มขึ้นจากสัญญาณเดิม ดังนั้นการแก้ปัญหาการกรองแบบนี้ทำได้ง่ายด้วยการใช้วงจรกรอง (Filter) แบบ Band Stop หรือ Band Reject ที่ตัดสัญญาณในช่วงความถี่ f_n ออกไป ทั้งนี้เราสามารถวิเคราะห์ความถี่ f_n ได้ด้วยการแปลงสัญญาณที่ได้รับด้วยการแปลงแบบฟูเรียร์ แล้วตรวจสอบหาองค์ประกอบความถี่ที่ไม่ตรงกับองค์ประกอบความถี่ของสัญญาณตั้งต้น

การรบกวนในรูปแบบนี้พบได้บ่อย โดยเฉพาะในกรณีที่ใช้เซนเซอร์วัดค่าแบบไม่มีการป้องกันสัญญาณรบกวน (Shield) ซึ่งส่งผลให้มีสัญญาณรบกวนความถี่ 50 Hz จากสายไฟเข้ามาในระบบ



รูปที่ (1) ตัวอย่างสัญญาณไซน์ความถี่ 0.01 Hz ที่ถูกกรองด้วยสัญญาณไซน์ความถี่ 0.2 Hz

2. การแปลงสัญญาณฟูเรียร์แบบวิยุต (Discrete Fourier transform)

การแปลงฟูเรียร์แบบวิยุตเป็นกรรมวิธีที่นิยมใช้เพื่อห้องค์ประกอบความถี่ของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา โดยมีลักษณะที่แตกต่างจากการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาที่เรียนในวิชา 2102201 EE Maths I ดังนี้

- (1) ไม่ใช้ข้อมูลเวลาในการคำนวณ กล่าวคือพิจารณาสัญญาณที่ได้รับเป็นสัญญาณตัวที่ 0 1 2 3 ... ทั้งนี้ ข้อมูลเวลาสามารถถอดออกอิงได้จากความถี่ของการสุ่มสัญญาณ (Sampling frequency) กล่าวคือ หากกำหนดให้ความถี่ของการสุ่มเท่ากับ f_s Hz และสัญญาณตัวที่ 0 เกิดที่เวลา $t = 0$ s แล้ว สัญญาณตัวที่ n เกิดที่เวลา $t = nf_s^{-1}$ s
- (2) สัญญาณที่ใช้ในการประมวลผลทางปฏิบัติมีความยาวจำกัด สมการการแปลงฟูเรียร์แบบวิยุตจึงมีลักษณะเป็นการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณที่มีคาบ (Periodic signal) ดังนั้นหากสัญญาณที่ได้มีความยาว N ตัวแล้วจะพิจารณาเป็นการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณที่มีคาบท่อกับ N

จากสมบัติที่แตกต่างกันนี้จึงส่งผลให้การแปลงฟูเรียร์แบบวิยุตมีลักษณะเหมือนกับการหาอนุกรมฟูเรียร์ และได้การแปลงไป (Forward transform) และแปลงกลับ (Inverse transform) ดังสมการที่ (2) และ (3) ตามลำดับ

$$X(k) = \mathcal{F}x(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} \quad (2)$$

$$x(n) = \mathcal{F}^{-1}X(k) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{\frac{j2\pi kn}{N}} \quad (3)$$

เมื่อ $x(n)$ และ $X(k)$ คือสัญญาณที่แสดงในโดเมนเวลา และโดเมนความถี่ตามลำดับ และ ความถี่แสดงในรูป k รอบต่อ N สัญญาณ และ $k = 0, 1, \dots, N - 1$

อนึ่งพจน์ $\frac{1}{N}$ ในสมการที่ (2) สามารถย้ายไปอยู่ในสมการที่ (3) ได้ เนื่องจากความสามารถพิจารณาพจน์ $\frac{1}{N}$ เป็นพจน์ที่ใช้เพื่อปรับขนาดของ $\mathcal{F}^{-1}\mathcal{F}x(n)$ ให้เท่ากับสัญญาณตั้งต้น ($x(n)$) ซึ่งการปรับขนาดจะอยู่ที่การแปลงไปหรือการแปลงผกผันก็ได้

เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง k กับความถี่สัญญาณจริง (f) ได้โดยการเทียบกำลังของ e^{j} ในสมการที่ (2) ($e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}$) กับกำลังในการแปลงฟูเรียร์ ($e^{-j\omega t} = e^{-j2\pi f}$) ได้เป็น

$$\frac{kn}{N} = ft$$

สัญญาณตัวที่ n เกิดที่เวลา $t = nf_s^{-1}$ s ดังนั้น

$$\frac{kn}{N} = f(nf_s^{-1})$$

ได้ความสัมพันธ์ระหว่าง k ในสมการที่ (2) และ (3) กับความถี่ของสัญญาณเป็นดังสมการที่ (4)

$$f_k = \frac{k}{N}f_s \quad (4)$$

จากข้อกำหนดที่ $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ เราสามารถสรุปได้ว่าการแปลงฟูเรียร์แบบวิทยุสามารถแยกองค์ประกอบความถี่สูงสุดไม่เกินความถี่ของการสัมมุน (f_s) และความถี่แยกรอยได้ละเอียดเพียงใดขึ้นกับความยาวของข้อมูลที่ใช้ในการแปลง (N) กล่าวโดยสรุปคือ N ยิ่งสูง ยิ่งสามารถแสดงองค์ประกอบความถี่ได้แยกย่อย ละเอียดมากขึ้น แต่ความถี่สูงสุดที่แสดงได้ยังคงเดิมคือ f_s ดังตัวอย่างในรูปที่ (2)(x) ซึ่งแสดงผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณในรูป (2)(g) ที่ใช้ความยาวสัญญาณต่างกัน เส้นประสีแดงซึ่งเป็นผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณที่มีความยาวสัญญาณเป็น 10 เท่าของเส้นทึบสีฟ้าแสดงความถี่องค์ประกอบความถี่สัญญาณไซน์เป็นสองความถี่เดียว แต่ความถี่สูงสุดเท่ากันคือ f_s

จากรูปที่ (2)(x) ยังแสดงให้เห็นว่าการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณค่าจริงให้ผลลัพธ์ที่มีขนาดสมมาตรกันด้านซ้ายและขวา โดยสามารถพิสูจน์ได้ว่าผลการแปลงฟูเรียร์คู่ซ้าย และคู่ขวาเป็นค่าสัมบูค (Conjugate) ซึ่งกันและกันดังนี้

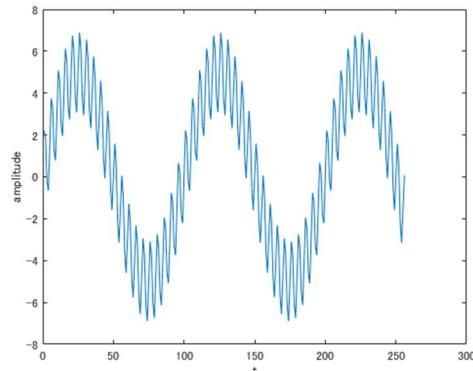
พิจารณาผลการแปลงฟูเรียร์เมื่อ $k = N - \kappa$, $\kappa = 0, 1, 2, \dots, 0.5N - 1$

$$X(N - \kappa) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi(N-\kappa)n/N} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi} e^{j2\pi\kappa n/N} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \left(e^{-j2\pi\kappa n/N} \right)^*$$

เนื่องจาก $x(n)$ เป็นฟังก์ชันค่าจริง จึงสามารถนำเข้าไปคูณกับพจน์ที่ถูกสังยุคได้

$$X(N - \kappa) = \sum_{n=0}^{N-1} \left(x(n)e^{-j2\pi\kappa n/N} \right)^* = \left(\sum_{n=0}^{N-1} \left(x(n)e^{-j2\pi\kappa n/N} \right) \right)^* = (X(\kappa))^*$$

กล่าวคือ $X(N - \kappa)$ คือค่าสังยุคของ $X(\kappa)$ ดังนั้นในการแปลงฟูเรียร์แบบวิทยุของฟังก์ชันค่าจริงจึงนิยมแสดงค่าเฉพาะช่วง $k = 0, 1, 2, \dots, 0.5N - 1$ เท่านั้น และหากจำเป็นต้องพิจารณาขนาดของสัญญาณแล้วให้แสดงเป็นขนาด 2 เท่าของค่าตั้งต้น

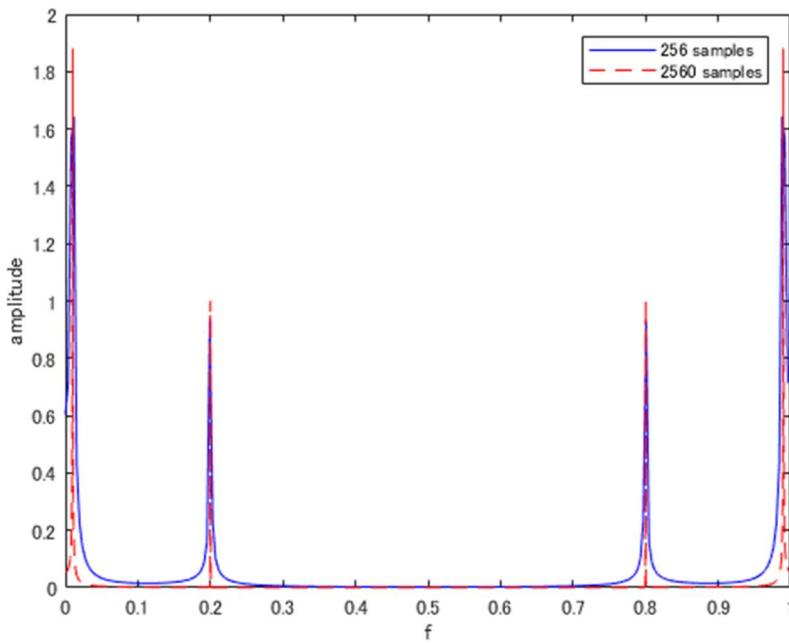


(ก) สัญญาณไซน์ความถี่ 0.01 Hz ที่ถูกกรนด้วยสัญญาณไซน์ความถี่ 0.2 Hz

จากสมบัติของความสมมาตรของสัญญาณ ทำให้ความสามารถของการแยกองค์ประกอบความถี่สัญญาณสูงสุดเหลือเพียง $0.5f_s$ Hz เท่านั้น ดังนั้นหากเราต้องการวิเคราะห์สัญญาณความถี่สูงสุดเป็น f Hz แล้วจำเป็นต้องสุ่มสัญญาณด้วยความถี่อย่างต่ำ $2f$ Hz (ทฤษฎีของ Nyquist)

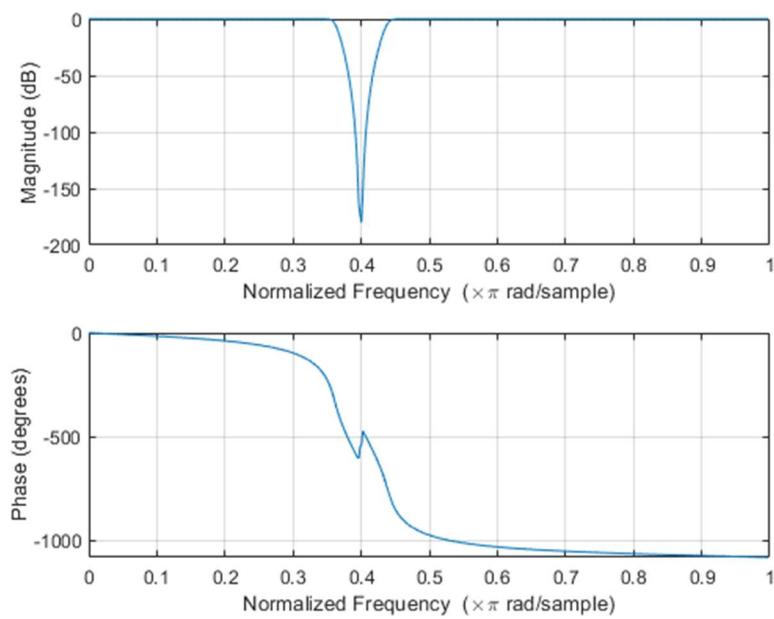
3. วงจรกรอง Notch (Notch filter)

เราสามารถใช้วงจรกรองทั่วไปทำเป็นวงจรแบบ Band Stop ได้ดังตัวอย่างในรูปที่ (3) ซึ่งแสดงผลตอบของวงจรกรองแบบ Butterworth อันดับที่ 7 เมื่อใช้ตัดสัญญาณที่ f/f_s เท่ากับ 0.4 ได้ แต่หากต้องการให้ช่วงที่ตัดสัญญาณแคบมากแล้วต้องอาศัยวงจรฟิลเตอร์อันดับสูง ยุ่งยากต่อการคำนวณ



(ก) ขนาดของผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณในรูป (ก)

รูปที่ (2) ตัวอย่างการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณในรูป (ก) ที่สุดตัวยความยาวข้อมูลต่างกัน เส้นทึบสีน้ำเงิน และเส้นประสีแดงแสดงผลการแปลงสัญญาณความยาว 256 และ 2560 ข้อมูลตามลำดับ



รูปที่ (3) ผลตอบสนองของวงจรกรอง Butterworth อันดับที่ 7 แบบ Band Stop ที่ตัดความถี่ $2\pi f/f_s$
บริเวณ 0.36π ถึง 0.44π

เพื่อความสะดวกจึงมีการออกแบบแบบวงจรกรองโดยเฉพาะที่ใช้ตัดสัญญาณที่ความถี่ใดความถี่หนึ่งที่เรียกว่า วงจรกรอง Notch ขึ้น โดย Transfer function ของวงจรกรอง Notch อันดับที่ 2 เที่ยวนี้ได้ดังนี้

$$H(z) = \alpha \frac{1 - 2 \cos \omega_n z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_n z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (5)$$

เมื่อ r ใช้ควบคุมขนาดของ Band stop โดย r ยิ่งมากบริเวณช่วง Band stop จะยิ่งแคบดังแสดงในรูปที่ (4) α คือค่าที่ใช้ Normalize ให้ผลลัพธ์ของ $H(z)$ มีขนาดเป็น 1 และ ω_n คือความถี่ของสัญญาณที่ต้องการตัดออก โดยมีนิยามดังสมการที่ (6)

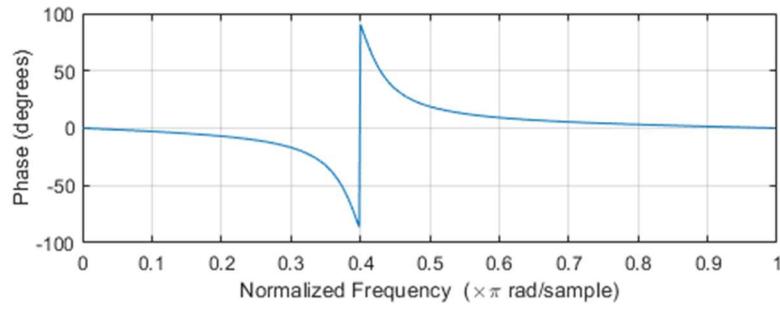
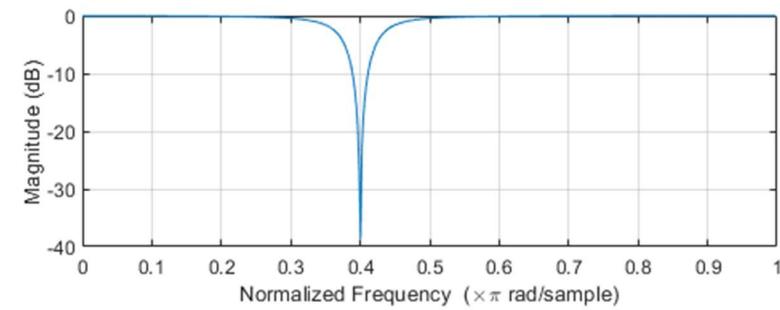
$$\omega_n = 2\pi \frac{f_0}{f_s} \quad (6)$$

เมื่อ f_0 คือความถี่ที่ต้องการให้วงจรกรอง Notch ตัดออก

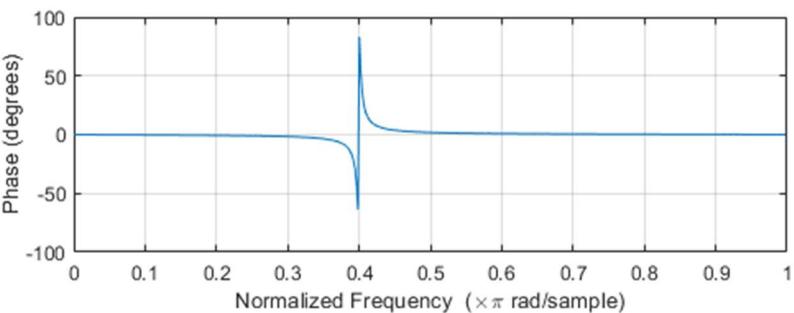
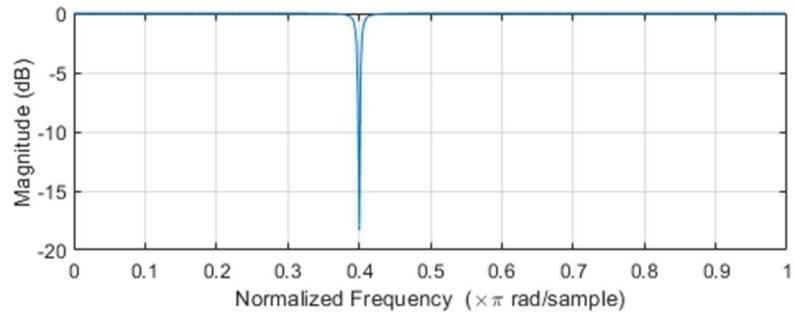
วงจรกรอง Notch ตามสมการที่ (5) สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาสัญญาณรบกวนได้ง่าย ดังเช่นหากต้องการลดสัญญาณรบกวนในรูปที่ (1)(x) และ เริ่มจากคำนวณ ω_n ตามสมการที่ (6) เมื่อ $f_0 = 0.2$ Hz และ $f_s = 1$ Hz ได้ $\omega_n = 0.4\pi$ แทนในสมการที่ (5) ได้วงจรกรองที่มี Transfer function เป็น

$$H(z) = \alpha \frac{1 - 2 \cos(0.4\pi) z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos(0.4\pi) z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

เมื่อนำวงจรกรองนี้ไปกรองสัญญาณในรูปที่ (1)(x) และได้ผลลัพธ์ดังรูปที่ (5) ซึ่งแสดงผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณเมื่อ r เท่ากับ 0.9 สังเกตผลลัพธ์ของการกรองในช่วงแรกจะยังผิดเพี้ยนอยู่เนื่องจากวงจรกรองประเภทนี้ต้องอาศัยข้อมูลจำนวนหนึ่งก่อนถึงจะกรองได้อย่างสมบูรณ์ และหากเพิ่มค่า r ไปเป็น 0.99 และพบว่างจรกรองต้องอาศัยข้อมูลจำนวนมากขึ้นถึงจะกรองได้อย่างมีประสิทธิภาพดังแสดงในรูปที่ (6) แต่หากพิจารณาในเรื่องสเปกตรัมของสัญญาณแล้วเห็นได้ว่ามีลักษณะคล้ายกัน

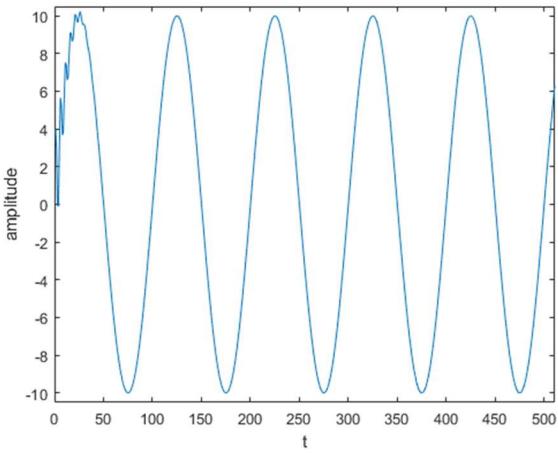


(n) $r = 0.9$

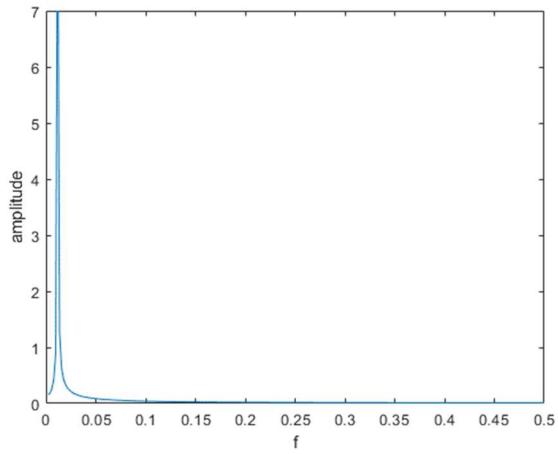


(ŋ) $r = 0.99$

รูปที่ (4) ผลตอบสนองของวงจรกรองแบบ Notch อันดับที่ 2 ที่ตัดความถี่ $2\pi f/f_s$ บริเวณ 0.4π

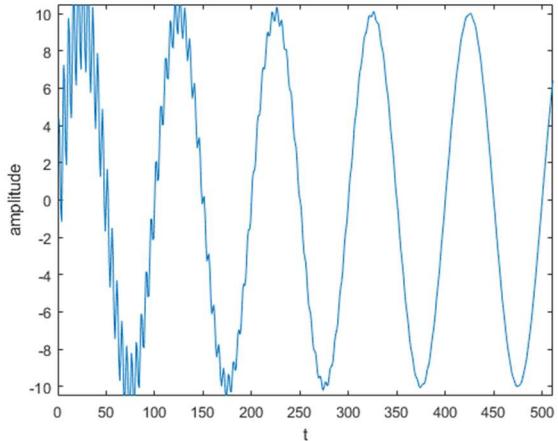


(ก) ผลตอบเชิงเวลา

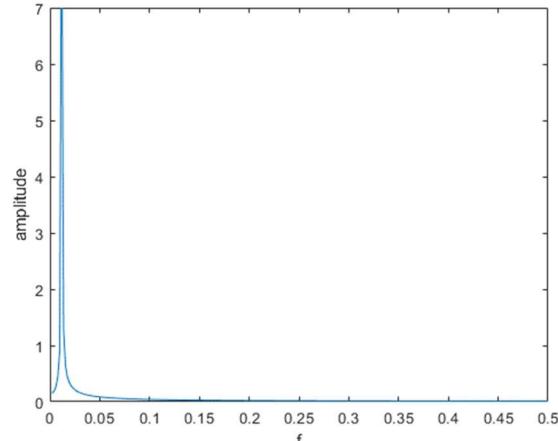


(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (5) ผลการกรองสัญญาณในรูปที่ (1)(ข) ด้วยวงจรกรอง Notch เมื่อ $\omega_n = 0.4\pi$ และ $r = 0.9$



(ก) ผลตอบเชิงเวลา



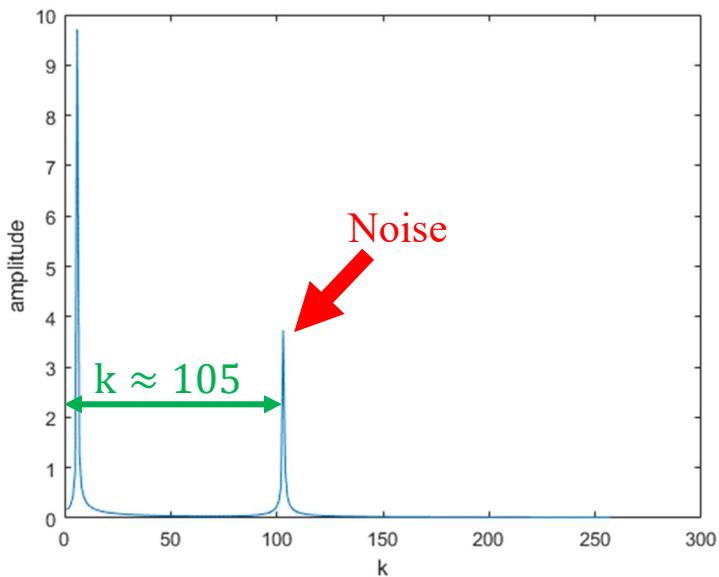
(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (6) ผลการกรองสัญญาณในรูปที่ (1)(ข) ด้วยวงจรกรอง Notch เมื่อ $\omega_n = 0.4\pi$ และ $r = 0.99$

ในทางปฏิบัติ เรายาจไม่ทราบความถี่ของสัญญาณรบกวนที่แน่นอน และรวมไปถึงความถี่ของการสุ่มสัญญาณ ในกรณีนี้ให้ใช้ผลการแปลงฟูเรียร์ของสัญญาณมาช่วยวิเคราะห์ได้ ดังเช่นหากเราไม่ทราบค่าความถี่ของสัญญาณรบกวน และสัญญาณสุ่มในรูปที่ (1)(ข) และให้ใช้การแปลงฟูเรียร์เพื่อหาสเปกตรัมของสัญญาณดังแสดงในรูปที่ (7) เมื่อแกน x แสดงค่า k เราสามารถคำนวณอัตราส่วนระหว่าง f_0/f_s โดยอาศัยสมการที่ (4) ได้เป็น

$$\frac{f_0}{f_s} = \frac{k}{N} \quad (7)$$

จากรูปสามารถประมาณ f_0/f_s ได้เท่ากับ $\frac{105}{512} = 0.205$ ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่ใช้จริง



รูปที่ (7) สเปกตรัมของสัญญาณในรูปที่ (1)(ข) เมื่อมีสัญญาณจำนวน 512 ข้อมูล

สังเกตว่าในการวิเคราะห์ครั้งนี้เรามีได้สัมใจขนาดของสัญญาณเลย
เป็นการวิเคราะห์ในเชิงรูปร่าง²
มากกว่า ดังนั้นเราสามารถลดเลี้ยงจน $1/N$ และการคูณ 2 เวลาที่แสดงสเปกตรัมเพียงครึ่งเดียวได้

การทดลอง

4. การทดลอง

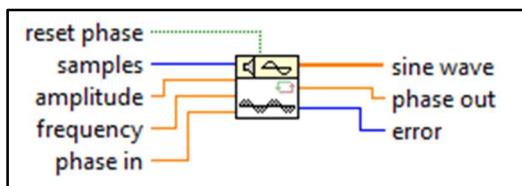
จุดประสงค์

- (1) สามารถใช้โปรแกรม LabVIEW ทำการแปลงแบบฟูเรียร์ของสัญญาณได้
- (2) สามารถใช้โปรแกรม LabVIEW สร้างวงจรกรองแบบ IIR ได้
- (3) สามารถใช้โปรแกรม LabVIEW กรองสัญญาณรบกวนในสัญญาณ ECG ได้

4.1. การหาความถี่ของสัญญาณรบกวนแบบไหน์ความถี่คงที่ด้วยการแปลงแบบฟูเรียร์

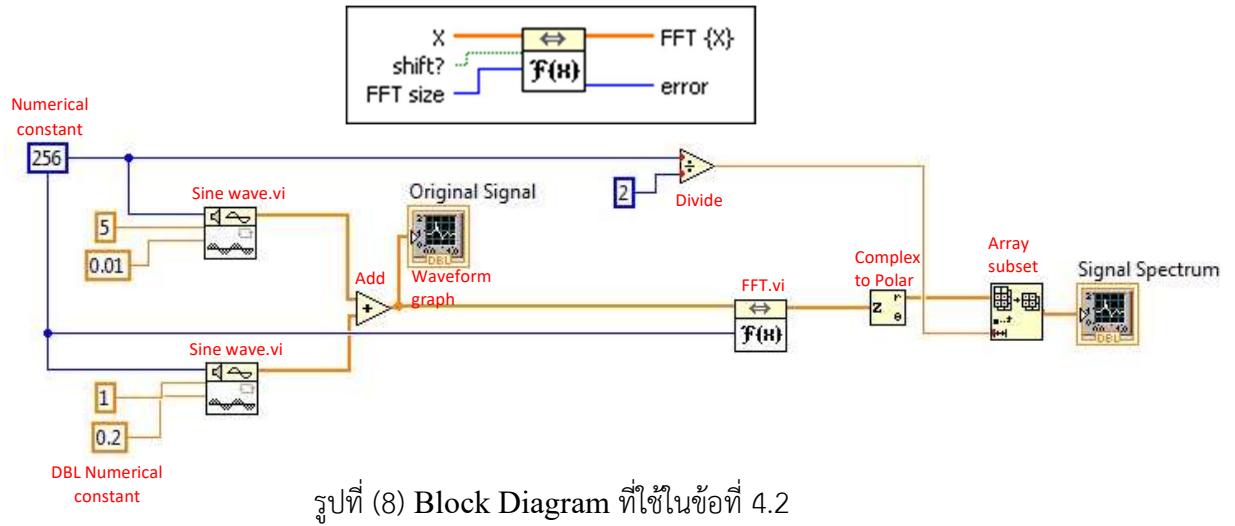
- (1) สัญญาณที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นผลรวมของสัญญาณไซน์สองความถี่ โดยมีรายละเอียดดังนี้
 - i. ความยาวของสัญญาณทั้งสองเท่ากับ 256 Samples
 - ii. สัญญาณไซน์ตัวที่ 1 แสดงสัญญาณตั้งต้นมี Amplitude เท่ากับ 5 และมีความถี่ เท่ากับ 0.01 Hz (สัญญาณ 100 ตัวแสดงค่าสัญญาณไซน์ 1 คาบ)
 - iii. สัญญาณไซน์ตัวที่ 2 แสดงสัญญาณรบกวนมี Amplitude เท่ากับ 1 และมีความถี่ เท่ากับ 0.2 Hz (สัญญาณ 5 ตัวแสดงค่าสัญญาณไซน์ 1 คาบ)
 - iv. นำสัญญาณทั้งสองมารวมกัน

- (2) สัญญาณที่ใช้ในการทดลองนี้สร้างจาก Block ภายใน Signal Processing Toolbox โดยมีรายละเอียดดังนี้



- (3) ใช้บล็อก FFT¹ ภายใน Transform vi ใน Signal Processing Toolbox เพื่อหาองค์ประกอบความถี่ของสัญญาณในข้อ (1) เมื่อ X คือสัญญาณที่เราต้องการทำการแปลงฟูเรียร์ และ FFT Size คือความยาวของสัญญาณ และ FFT {X} คือผลลัพธ์ที่ได้

¹ การแปลงฟูเรียร์แบบวิยุตในโปรแกรม LabVIEW ใช้กรวยวิธีการแปลงฟูเรียร์แบบเร็ว (Fast Fourier Transform, FFT) (นิสิตที่สนใจสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก Internet เช่น Wikipedia หรือจากบทความ Bergland, G. D. "A Guided Tour of the Fast Fourier Transform." *IEEE Spectrum* **6**, 41-52, July 1969 ได้) ประสิทธิภาพของการแปลงฟูเรียร์แบบเร็ว ดีที่สุดถ้าความยาวของสัญญาณเป็นกำลังของ 2 โดยทั่วไปจะเริ่มจากการสร้างสัญญาณต้นให้มีขนาดเป็น 2^m เมื่อ m คือเลขจำนวนเต็มบวกใดๆ



รูปที่ (8) Block Diagram ที่ใช้ในข้อที่ 4.2

หมายเหตุ การแปลง FFT ในโปรแกรม LabVIEW เป็นสมการที่ (2) ที่ไม่มีพจน์ $1/N$ แต่เนื่องจากในการวิเคราะห์เพื่อหาความถี่ของสัญญาณรบกวน สนใจเฉพาะรูปร่างของขนาดเท่านั้นดังนั้นจึงไม่มีความจำเป็นที่ต้องคูณ $1/N$ เข้าไป

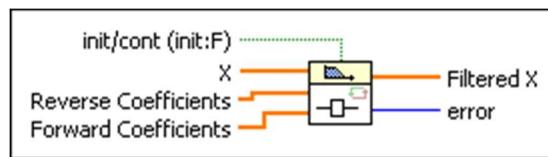
- (4) ผลการแปลงฟูเรียร์แบบบิวต์ให้ขนาดที่สมมาตรกันในช่วง $\frac{f}{f_s}$ เท่ากับ 0 ถึง 0.5 และ 0.5 ถึง 1 จึงตัดแสดงขนาดของผลการแปลงเฉพาะช่วง 1 ถึง 128 เท่านั้นโดยอาศัยบล็อก Array Subset ภายใน Programming → Array และเลือกความยาว (Length) ของ Subset เป็น $\frac{256}{2}$
- (5) บันทึกรูป Signal Spectrum ของสัญญาณ และประมาณค่า f/f_s จากสมการที่ (7) เมื่อแกน x แสดงค่า k และ N คือความยาวของสัญญาณ ($= 256$ ในการทดลองนี้) และพิจารณาว่าค่าที่ได้เพี้ยนจากค่าในอุดมคติ (0.2) ไปมากน้อยเพียงใด เพราะเหตุใด
- (6) ค่าในแกน x ของ FFT ตอนนี้แสดงค่า k ซึ่งก็คือ องค์ประกอบเชิงความถี่ของการแปลง FFT ตัวที่ k ถ้าต้องการให้แสดงค่าความถี่ของสัญญาณจะต้องมีการคูณค่า k ด้วยค่าอัตราส่วนของ f_s/N นิสิตสามารถดัดแปลง Block Diagram ด้านบนให้แสดงเป็นค่าความถี่ของสัญญาณได้ไม่ยากมากนัก

4.2. การสร้างวงจรกรองชนิด Infinite Impulse Response (IIR)

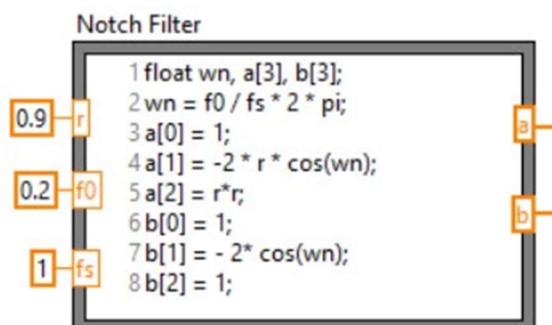
(1) สร้างวงจรกรอง Notch โดยใช้ IIR Filter ตามสมการที่ (5) และมีความถี่ที่ต้องการตัด แสดงในสมการที่ (6) เมื่อสัมประสิทธิ์ที่อยู่หน้า z^{-m} เมื่อ $m = 0, 1, 2, \dots$ ของฟังก์ชันเชิง เป็น Forward coefficients และของฟังก์ชันส่วนเป็น Reverse coefficients เนื่องจากในการกรองสัญญาณนี้เราต้องการให้รูปร่างเหมือนเดิม โดยขนาดอาจเปลี่ยนแปลงไปในสัดส่วนเดียวกัน ดังนั้นเพื่อความง่ายจึงพิจารณาให้ $\alpha = 1$ และสามารถสร้างค่าของ Forward coefficients ($b[\cdot]$) และ Reverse coefficients ($a[\cdot]$) ได้ดังนี้

$$H(z) = \frac{1 - 2 \cos \omega_n z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_n z^{-1} + r^2 z^{-2}} = \frac{b[0] + b[1]z^{-1} + b[2]z^{-2}}{a[0] + a[1]z^{-1} + a[2]z^{-2}}$$

วงจรกรอง Notch โดยใช้ IIR Filter.vi ที่อยู่ภายใต้ Signal Processing → Filter → Advanced IIR

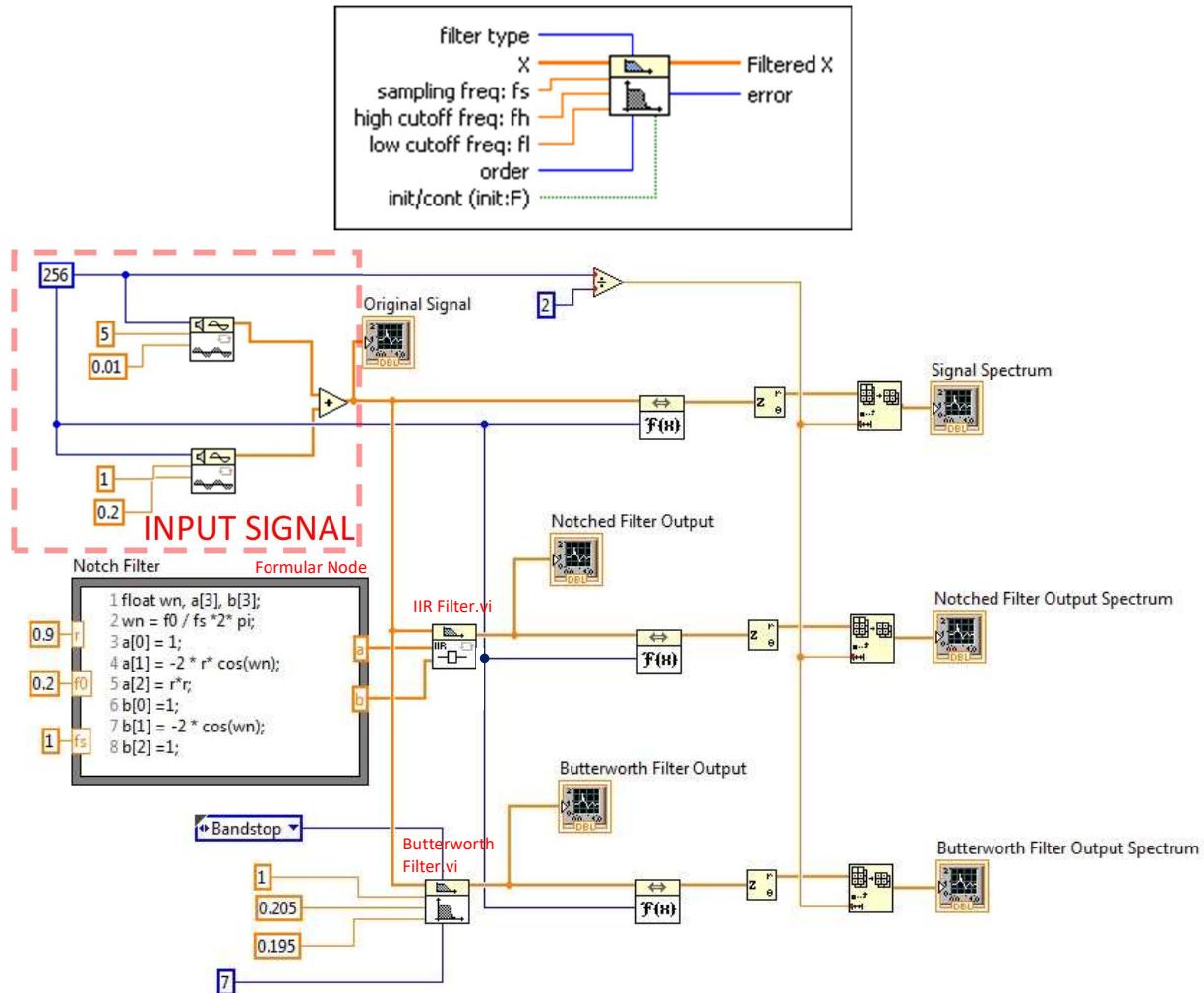


สังเกตว่าค่า $a[\cdot]$ และ $b[\cdot]$ เป็นฟังก์ชันของ ω_n และ r ซึ่งหากต้องแก้ทุกครั้งที่เปลี่ยนค่า ω_n และ/หรือ r และจะเป็นการยุ่งยากจึงอาศัย MathScript Module ใน Programming → Structure เขียน Script สั้นๆ มี Input คือ f_0, f_s และ r และ Output คือ a และ b (เพิ่ม Input และ Output ได้ด้วยการกดปุ่มมาส์ช่วยใน Module) โดยคำสั่งที่ใช้ภายใน MathScript Module แสดงดังรูปที่ (9) นำค่า a และ b เป็น Input ของ IIR Filter.vi



รูปที่ (9) MathScript Module สำหรับสร้างตัวแปรของวงจรกรอง Notch ตามสมการที่ (5) เมื่อ $\alpha = 1$

- (2) สร้างวงจรกรอง Butterworth อันดับ (Order) ที่ 7 โดยอาศัย Butterworth Filter vi ใน Signal processing → Filters สร้างวงจรกรองประเภท (Filter type) Band Stop ซึ่งต้องการความถี่ Cutoff ค่าสูง (f_h) และต่ำ (f_l) ที่ $f_l < f_h < 0.5f_s$ (ในกรณีของวงจรกรองแบบ Low pass และ High pass จะใช้เฉพาะค่า f_l เป็นความถี่ Cutoff)



รูปที่ (10) Block Diagram ที่ใช้ในข้อที่ 4.2

- (3) นำสัญญาณในข้อ 4.2 ผ่านวงจรกรอง Notch และวงจรกรอง Butterworth เมื่อกำหนด

ค่าพารามิเตอร์ของวงจรกรองทั้งสองดังนี้

- วงจรกรอง Notch $f_s = 1$, $f_0 = \frac{k}{N} f_s$ ที่คำนวณได้ในข้อที่ 4.2 และ $r = 0.9$
- วงจรกรอง Butterworth $f_s = 1$, $f_l = f_0 - 0.5\Delta$, $f_h = f_0 + 0.5\Delta$ เมื่อ $\Delta = 0.01$

หากสัญญาณรบกวนยังปรากฏอยู่ในผลการกรองของวงจรกรอง Notch ให้ลดค่า r และในกรณีของวงจรกรอง Butterworth ให้เพิ่มค่า Δ

(4) บันทึกผลการกรองที่ได้ทั้งในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ (スペクト럼) และวิเคราะห์

เปรียบเทียบผลลัพธ์การกรองสัญญาณรบกวนของวงจรกรองแบบ Notch และ แบบ

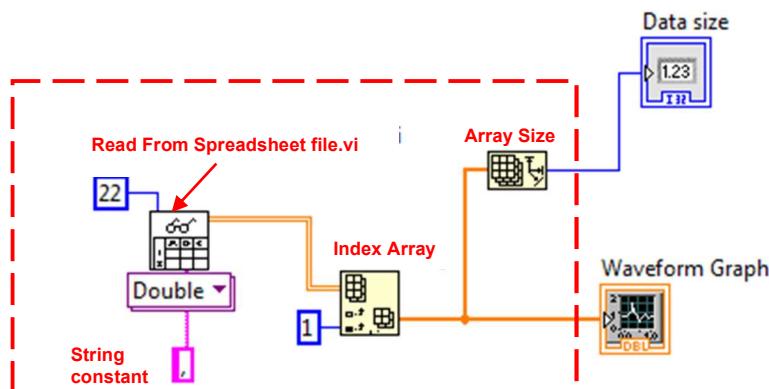
Butterworth ว่าแบบใดดีกว่า และดีกว่าอย่างไร

4.3. การลดสัญญาณรบกวนในสัญญาณ ECG

- (1) เปิดไฟล์สัญญาณ ECG ที่ได้จากการทดลองในการเรียนก่อนหน้านี้ โปรแกรม spreadsheet เช่น Excel ให้ใช้ข้อมูลเวลา เพื่อคำนวณหาค่า f_s และหาจำนวนข้อมูลทั้งหมด N
- (2) เปลี่ยนสัญญาณ Input จากสัญญาณไซน์สองสัญญาณ (บล็อกที่อยู่ภายใต้กล่องเส้นประในรูปที่ (10)) เป็นสัญญาณ ECG ที่ได้จากการทดลองในการเรียนก่อนหน้านี้ ประมาณค่า k/N ของสัญญาณ รบกวนจากสเปกตรัมของสัญญาณ เนื่องจากสัญญาณรบกวนมาจากแหล่งจ่ายกำลัง 50 Hz ค่า k/N ควรสอดคล้องกับค่า $50/f_s$
- (3) นำค่า $\frac{k}{N}f_s$ แทนใน f_0 ของวงจรกรอง Notch ในรูปที่ (11) แล้วทดลองปรับค่า r ที่ให้ผลลัพธ์ที่มีสัญญาณรบกวนน้อยที่สุด
- (4) ปรับค่า Δ ($f_h = (\frac{k}{N}f_s) + 0.5\Delta$ และ $f_l = (\frac{k}{N}f_s) - 0.5\Delta$) ของวงจรกรอง Butterworth ที่ให้ผลลัพธ์ที่มีสัญญาณรบกวนน้อยที่สุด
- (5) บันทึกสัญญาณสเปกตรัมของสัญญาณ ECG และบันทึกผลลัพธ์ที่ได้จากการกรองของวงจรกรองทั้งสองทั้งในโดยเม้นเวลา และโดยเม่นความถี่ และวิเคราะห์ว่าการลดสัญญาณของวงจรกรองทั้งสองนี้เพียงพอแล้วหรือไม่ อย่างไร รวมถึงปัญหาในการออกแบบวงจรกรอง

จับการทดลอง

หมายเหตุ การอ่านข้อมูลจากไฟล์ที่ได้บันทึกไว้จากการทดลองครั้งที่แล้ว ให้ใช้บล็อกไดอะแกรมดังรูป แทนเข้าไปในส่วนที่เป็นกรอบสีแดง ถ้ามีสิ่ตลองเปิดไฟล์ที่ได้บันทึกไว้ด้วยโปรแกรม spreadsheet เช่น Excel จะพบว่า ส่วนต้นของไฟล์มีส่วน Text ที่อธิบายข้อมูลที่ได้ถูกบันทึกไว้ (ส่วนนี้จะต้องไม่ถูกอ่านเข้ามา ตัวเลข 22 ในบล็อกไดอะแกรม บอกให้ข้ามส่วนต้นของไฟล์ไป 22 อักขระ) ส่วนต่อมาเป็นข้อมูลมี 2 คอลัมน์ คอลัมน์ที่ 1 เป็นข้อมูลเวลา ส่วนคอลัมน์ที่ 2 เป็นข้อมูลของสัญญาณ ECG บล็อกไดอะแกรมข้างล่าง เลือกเฉพาะส่วนคอลัมน์ที่ 2 ซึ่งเป็นส่วนของสัญญาณ ECG ออกมานะ



Read from Spreadsheet File.vi อยู่ใน File I/O เมื่อกด Run จะมี Dialog ให้เลือกไฟล์ปรากฏขึ้นมา

ใบงานประกอบการทดลอง เรื่อง การลดสัญญาณรบกวน

วันที่ทำการทดลอง _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____ ตอนเรียนที่ _____ กลุ่มที่ _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____

ลายเซ็นต์อาจารย์ผู้ตรวจ _____

จุดประสงค์

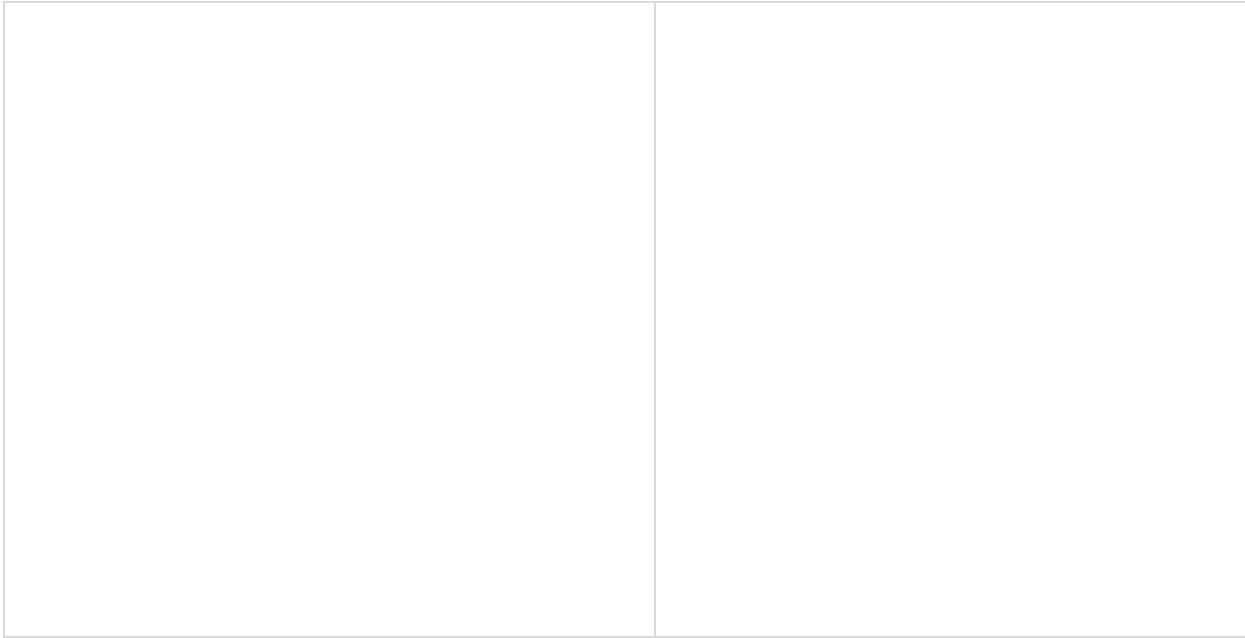
- (1) สามารถใช้โปรแกรม LabVIEW ทำการแปลงแบบฟูเรียร์ของสัญญาณได้
- (2) สามารถใช้โปรแกรม LabVIEW สร้างวงจรกรองแบบ IIR ได้
- (3) สามารถใช้โปรแกรม LabVIEW กรองสัญญาณรบกวนในสัญญาณ ECG ได้

ผลการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง

การทดลองข้อ 4.1

รูปที่ (1) Block diagram ที่ใช้ในการทดลองที่ 4.2

ผลการทดลองข้อ 4.1

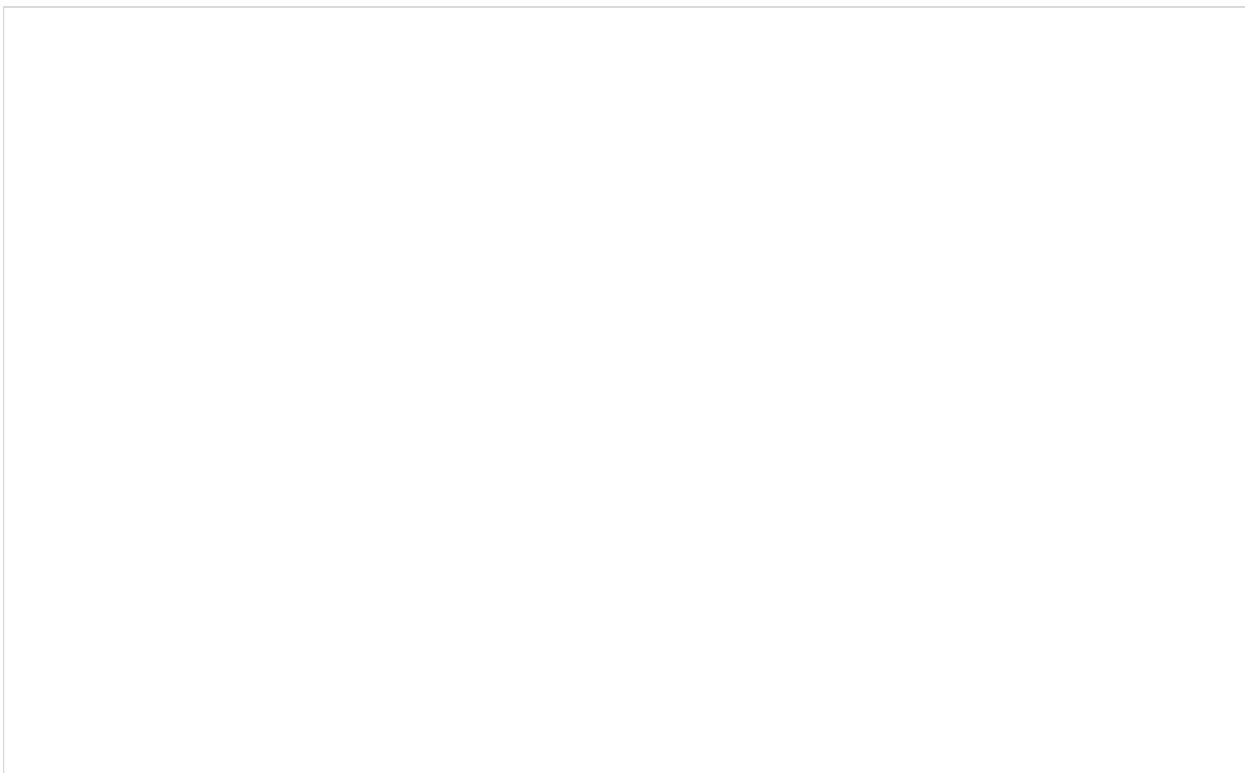


รูปที่ (2) (ก) สัญญาณเชิงเวลา และ (ข) สเปกตรัมของสัญญาณในการทดลองที่ 4.1

วิเคราะห์ผลการทดลองข้อ 4.1

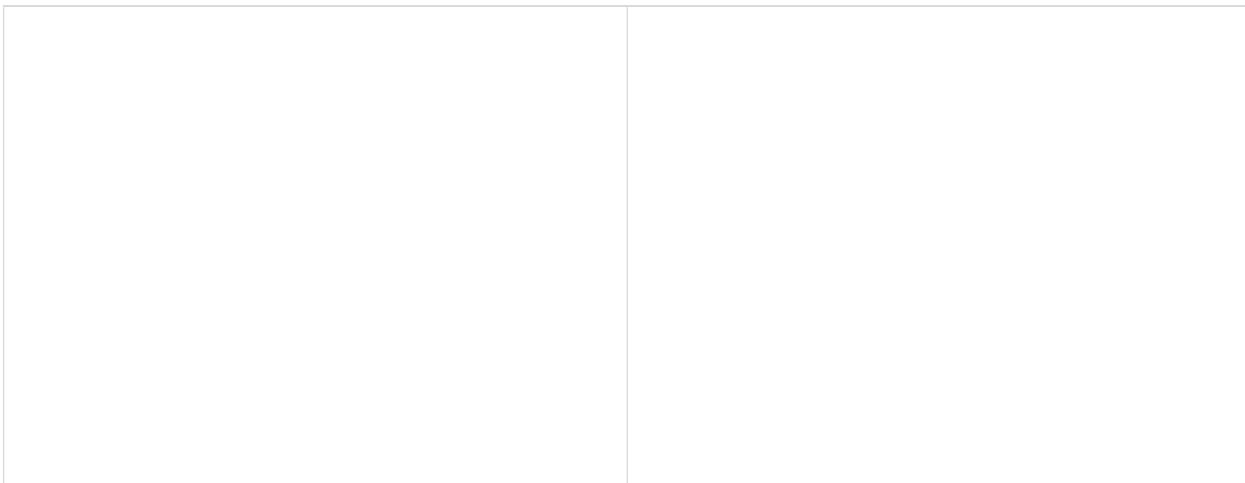
$$\frac{f_0}{f_s} = \frac{k}{N} \approx$$

การทดลองข้อ 4.2



รูปที่ (3) Block diagram ที่ใช้ในการทดลองที่ 4.2

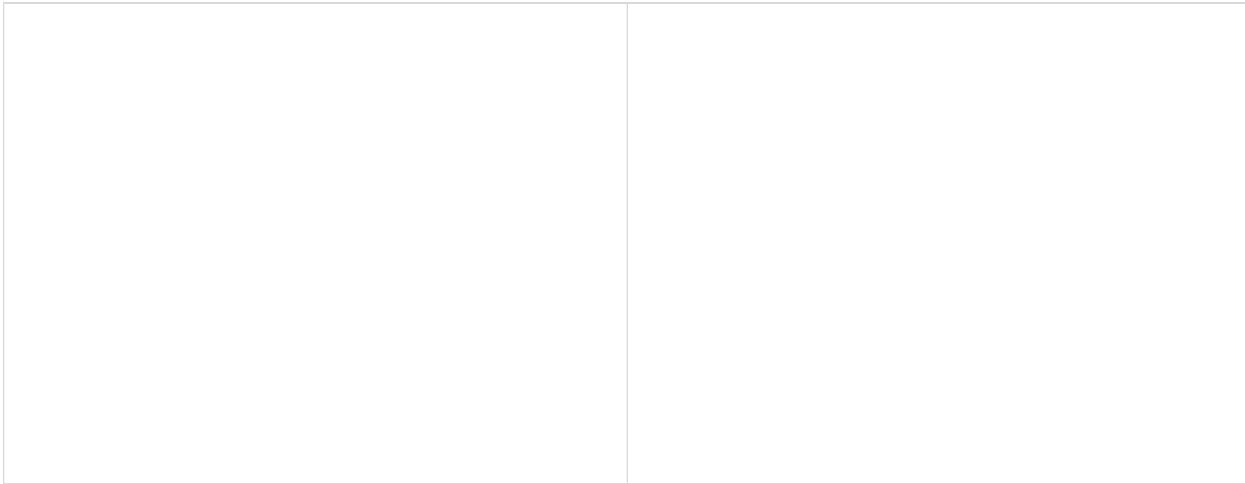
ผลการทดลองข้อ 4.2



(ก) สัญญาณเชิงเวลา

(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (4) ผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณด้วยวงจรกรอง Notch เมื่อ $r =$



(ก) สัญญาณเชิงเวลา

(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (5) ผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณด้วยวงจรกรอง Butterworth อันดับที่ 7 เมื่อ $f_s = 1$,

$$f_0 = \quad \Delta = \quad f_l = \quad \text{และ} \quad f_h =$$

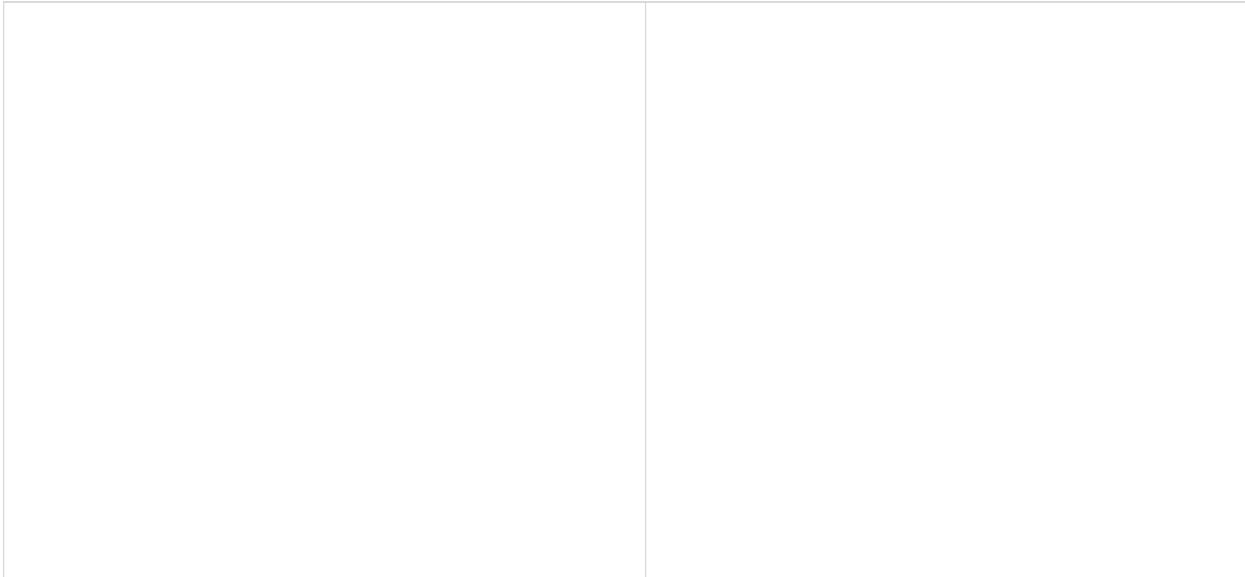
วิเคราะห์ผลการทดลองข้อ 4.2

การทดลองข้อ 4.3



รูปที่ (6) Block diagram ที่ใช้ในการทดลองที่ 4.3

ผลการทดลองข้อ 4.3



(ก) สัญญาณเชิงเวลาของสัญญาณ ECG และ (ข) สเปกตรัมของสัญญาณ ECG

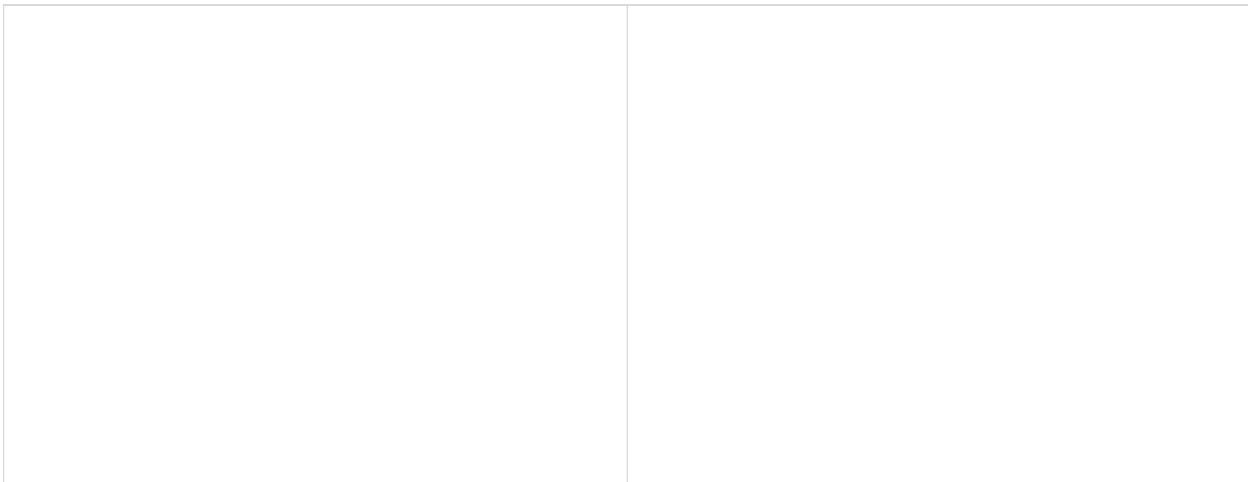
รูปที่ (7) สัญญาณ ECG ที่วัดได้ก่อนการกรอง

จากไฟล์ข้อมูลค่า $f_s = \underline{\hspace{2cm}}$ Hz และจำนวนข้อมูล $N = \underline{\hspace{2cm}}$

และจากค่าสเปกตรัมของสัญญาณ ECG

$$\frac{f_0}{f_s} = \frac{k}{N} \approx$$

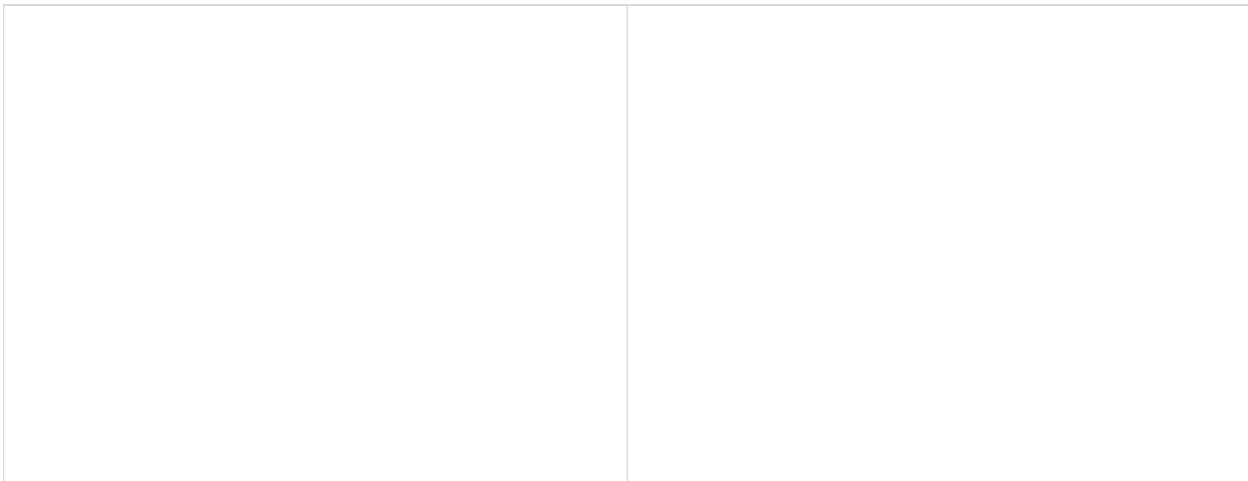
ค่าความถี่ของสัญญาณรบกวน $f_0 = \underline{\hspace{1cm}}$ Hz



(ก) สัญญาณเชิงเวลา

(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (8) ผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณ ECG ด้วยวงจรกรอง Notch เมื่อ $r =$



(ก) สัญญาณเชิงเวลา

(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (9) ผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณด้วยวงจรกรอง Butterworth อันดับที่ 7 เมื่อใช้ $f_s =$

$$f_0 = \quad \Delta = \quad f_l = \quad \text{และ } f_h =$$

วิเคราะห์ผลการทดลองข้อ 4.3

สรุปผลการทดลอง

ภาคผนวก A: การใช้ MATLAB ในการลดสัญญาณรบกวน

A การทดลอง

จุดประสงค์

- (1) สามารถใช้โปรแกรม MATLAB ทดลองการแปลงแบบฟูเรียร์ของสัญญาณได้
- (2) สามารถใช้โปรแกรม MATLAB สร้างกรองรบกวนแบบ IIR ได้
- (3) สามารถใช้โปรแกรม MATLAB กรองสัญญาณรบกวนในสัญญาณ ECG ได้

A.1 การหาความถี่ของสัญญาณรบกวนแบบไชน์ความถี่คงที่ด้วยการแปลงแบบฟูเรียร์

- (1) สัญญาณที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นผลรวมของสัญญาณไชน์สองความถี่ โดยมีรายละเอียดดังนี้
 - i. ความยาวของสัญญาณทั้งสองเท่ากับ 256 Samples
 - ii. สัญญาณไชน์ตัวที่ 1 แสดงสัญญาณตั้งต้นมี Amplitude เท่ากับ 5 และมีความถี่ เท่ากับ 0.01 Hz (สัญญาณ 100 ตัวแสดงค่าสัญญาณไชน์ 1 คาบ)
 - iii. สัญญาณไชน์ตัวที่ 2 แสดงสัญญาณรบกวนมี Amplitude เท่ากับ 1 และมีความถี่ เท่ากับ 0.2 Hz (สัญญาณ 5 ตัวแสดงค่าสัญญาณไชน์ 1 คาบ)
 - iv. นำสัญญาณทั้งสองมารวมกัน

% Code for signal generation

```
fs = 1; % Sampling frequency (samples per second)
dt = 1/fs; % seconds per sample
StopTime = 256; % signal length in seconds
t = (0:dt:StopTime-dt)'; % seconds
f1 = 0.01; % Signal frequency (Hertz)
sig = 5*sin(2*pi*f1*t);
f2 = 0.2; % Noise frequency (Hertz)
noise = sin(2*pi*f2*t);
sn=sig+noise; % the combination of signal and noise
plot(t,sn); % Plot the combined signal
xlabel('t (second)');
ylabel('signal and noise (V)');
```

รูปที่ A.1 Code สำหรับสร้างผลรวมของสัญญาณไชน์สองความถี่

- (2) หา FFT² ที่เป็นผลรวมของสัญญาณไซน์ทั้งสอง ผลการแปลงฟูเรียร์ ด้วยคำสั่ง fft ของ MATLAB จะได้ปริมาณเชิงช้อน จึงมีการแปลงค่าของเลขเชิงช้อนให้อยู่ในรูปของเชิงข้าด้วยคำสั่ง abs เพื่อเอาเฉพาะขนาดของมา

Code สำหรับหา FFT ของสัญญาณ

```
%Find FFT of signal and noise
y = fft(sn); % Perform FFT
k = (0: StopTime/2); % Calculate the magnitude
P2 = abs(y/StopTime); % Use only the first half of
P1 = P2(1:StopTime/2+1); % frequency contents
% Amplitude doubling
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
plot(k,P1); % Plot FFT
xlabel('k');
ylabel('FFT Magnitude');
```

รูปที่ A.2 Code สำหรับการหา FFT ของสัญญาณ

หมายเหตุ การแปลง FFT ในโปรแกรม MATLAB เป็นสมการที่ (2) ที่ไม่มีพจน์ $1/N$ ในที่นี้ ความยาวของข้อมูล คือ StopTime จึงมีการคูณด้วย $1/\text{StopTime}$ อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์นี้เพื่อหา ความถี่ของสัญญาณรบกวน สนใจเฉพาะรูปร่างของขนาดเท่านั้น

- (3) ผลการแปลงฟูเรียร์แบบวิยุตให้ขนาดที่สมมาตรกันในช่วง $\frac{f}{f_s}$ เท่ากับ 0 ถึง 0.5 และ 0.5 ถึง 1 จึง ตัดแสดงขนาดของผลการแปลงเฉพาะช่วง 1 ถึง 128 เท่านั้น

- (4) บันทึกรูป Signal Spectrum ของสัญญาณ และประมาณค่า f_0/f_s จากสมการที่ (7) เมื่อแกน x แสดงค่า k และ N คือความยาวของสัญญาณ ($= 256$ ในการทดลองนี้) และพิจารณาว่าค่าที่ได้เพี้ยนจากค่า ในอุดมคติ (0.2) ไปมากน้อยเพียงใด เพราะเหตุใด

- (5) ค่าในแกน x ของ FFT ตอนนี้แสดงค่า k ซึ่งก็คือ องค์ประกอบเชิงความถี่ของการแปลง FFT ตัวที่ k ถ้าต้องการให้แสดงค่าความถี่ของสัญญาณจะต้องมีการคูณค่า k ด้วยค่าอัตราส่วนของ f_s/N นิสิต สามารถตัดแปลง code ด้านบนให้แสดงเป็นค่าความถี่ของสัญญาณได้ไม่ยากมากนัก

A. 2 การสร้างวงจรกรองชนิด Infinite Impulse Response (IIR)

(1) สร้างวงจรกรอง Notch โดยใช้ IIR Filter ตามสมการที่ (5) และมีความถี่ที่ต้องการตัด แสดงในสมการที่ (6) เมื่อสัมประสิทธิ์ที่อยู่หน้า z^{-m} เมื่อ $m = 0, 1, 2, \dots$ ของฟังก์ชันเชิง เป็น Forward coefficients และของฟังก์ชันส่วนเป็น Reverse coefficients เนื่องจากในการกรองสัญญาณนี้เราต้องการให้รูปร่างเหมือนเดิม โดยขนาดอาจเปลี่ยนแปลงไปในสัดส่วนเดียวกัน ดังนั้นเพื่อความง่ายจึงพิจารณาให้ $\alpha = 1$ และสามารถสร้างค่าของ Forward coefficients ($b[\cdot]$) และ Reverse coefficients ($a[\cdot]$) ได้ดังนี้

$$H(z) = \frac{1 - 2 \cos \omega_n z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_n z^{-1} + r^2 z^{-2}} = \frac{b[0] + b[1]z^{-1} + b[2]z^{-2}}{a[0] + a[1]z^{-1} + a[2]z^{-2}}$$

โดยคำสั่งที่ใช้ แสดงดังรูปที่ (9) นำค่า a และ b เป็น Input ของ IIR Filter

```
%Notch Filter Implementation%
f0 = 0.2; %Noise center frequency
wn = 2*pi*f0/fs; %Normalized noise center frequency
r = 0.9;
a=[1 -2*r*cos(wn) r*r]; %Denominator coefficients
b=[1 -2*cos(wn) 1]; %Numerator coefficients
y1=filter(b,a,sn); %filtered signal
plot(t,y1);
xlabel('t (second)');
ylabel('filtered signal');
```

รูปที่ A.3 Code สำหรับสร้างตัวแปรของวงจรกรอง Notch ตามสมการที่ (5) เมื่อ $\alpha = 1$

สังเกตว่าค่า $a[\cdot]$ และ $b[\cdot]$ เป็นฟังก์ชันของ ω_n และ r ซึ่งหากต้องแก้ทุกครั้งที่เปลี่ยนค่า ω_n และ/หรือ r แล้วจะเป็นการยุ่งยาก นิสิตอาจจะลองนึกดูว่า ทำอย่างไรให้สามารถปรับค่า ω_n และ r และทำให้เกิดปรับค่า $a[\cdot]$ และ $b[\cdot]$ ไปโดยอัตโนมัติ

- (2) สร้างวงจรกรอง Butterworth อันดับ (Order) ที่ 7 โดยอาศัยคำสั่งในรูปที่ 10 ประเภทของวงจรกรอง (Filter type) Band Stop ซึ่งต้องการความถี่ Cutoff ค่าสูง (f_h) และต่ำ (f_l) ที่ $f_l < f_h < 0.5f_s$ (ในกรณีของวงจรกรองแบบ Low pass และ High pass จะใช้เฉพาะค่า f_l เป็นความถี่ Cutoff

```
%Butterworth Filter Implementation
n = 7;
wl = 2*(0.2/1 - 0.5*0.1); % normalized low cutoff
wh = 2*(0.2/1 + 0.5*0.1); % normalized high cutoff
[bB,aB] = butter(n, [wl wh] , 'stop'); % get the filter coeffi
y2 = filter(bB,aB,sn); % filtered signal
plot(t,y2);
xlabel('t (second)');
ylabel('filtered signal');
```

รูปที่ A.4 Code สำหรับสร้างวงจรกรอง Butterwork ชนิดหยุดແກບ

- (3) นำสัญญาณในข้อ 4.2 ผ่านวงจรกรอง Notch และวงจรกรอง Butterworth เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ของวงจรกรองทั้งสองดังนี้
- วงจรกรอง Notch $f_s = 1$, f_0 ที่คำนวณได้ในข้อที่ 4.2 และ $r = 0.9$ โดยที่ $\omega_n = 2\pi \frac{f_0}{f_s}$
 - วงจรกรอง Butterworth $f_s = 1$, $\omega_l = 2\pi\{(f_0/f_s) - 0.5\Delta\}$, $\omega_h = 2\pi\{(f_0/f_s) + 0.5\Delta\}$ เมื่อ $\Delta = 0.1$ โดยตัวเลขที่ใส่ในคำสั่งของ Matlab เป็นจำนวนเท่าของ π ยกตัวอย่าง เช่น ถ้าคำนวณได้ $\omega_l = 0.3\pi$ ให้ใส่ 0.3

หากสัญญาณรบกวนยังปรากฏอยู่ในผลการกรองของวงจรกรอง Notch ให้ลดค่า r และในกรณีของวงจรกรอง Butterworth ให้เพิ่มค่า Δ

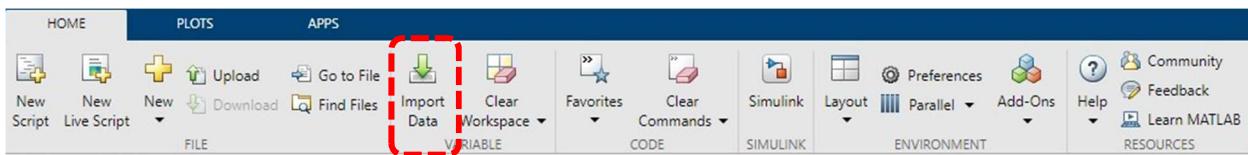
- (4) บันทึกผลการกรองที่ได้ทั้งในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ (スペクト럼) และวิเคราะห์เปรียบเทียบผลลัพธ์การกรองสัญญาณรบกวนของวงจรกรองแบบ Notch และ แบบ Butterworth ว่าแบบใดดีกว่า และดีกว่าอย่างไร

A.3 การลดสัญญาณรบกวนในสัญญาณ ECG

(1) เปลี่ยนสัญญาณ Input จากสัญญาณไฟซ์สองสัญญาณ โดยใช้การ import data เข้ามาใน Matlab เป็นสัญญาณ ECG ที่ได้จากการทดลองในการเรียนสัปดาห์ที่แล้วที่มีสัญญาณรบกวน 50 Hz ปนอยู่ ความยาวและจำนวนข้อมูลในไฟล์ต้องมีการตรวจสอบโดยใช้โปรแกรมจำพวก Spread sheet เช่น Excel หรือใช้ Matlab ก็ได้ ค่าอัตราการสั่นสัญญาณ f_s เท่ากับ จำนวนข้อมูล หารด้วย ความยาวของข้อมูล ในที่นี้ คือ 2 วินาที แล้วประมาณค่า f_0/f_s ของสัญญาณรบกวนจากสเปกตรัมของสัญญาณ จากอัตราส่วน k/N (ควรได้ค่าใกล้เคียงกับค่า $50/f_s$)

ตัวอย่างของการ import data เข้ามาใน Matlab วิธีหนึ่ง (ซึ่งใน Matlab สามารถทำได้หลายวิธี)

ที่ Home Tab เลือก Import Data



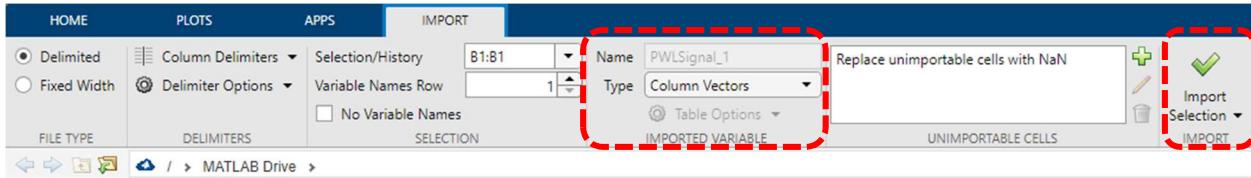
ทำการตามขั้นตอน เลือกไฟล์ข้อมูลที่ต้องการ Matlab จะเปิดหน้าต่างแสดงข้อมูลภายในไฟล์ ไฟล์ที่ได้จากการจำลองวงจรด้วย LTspice โดยใช้คำสั่ง .Trans จะมีข้อมูลของเวลา และ สัญญาณ ดังแสดงดังรูป

	A	B
	time	Vn001
Number	Number	
1	time	V(n001)
2	0	-0.00032277
3	0.00032167	-0.00032525
4	0.00064333	-0.00032646
5	0.000965	-0.00032638
6	0.0012867	-0.00032503
7	0.0016083	-0.00032241
8	0.00193	-0.00031851
9	0.0022517	-0.00031333
10	0.0030671	-0.0002935
11	0.0036368	-0.00027174
12	0.0042065	-0.00024907
13	0.0047762	-0.0002255
14	0.0053459	-0.00020101
15	0.0059156	-0.00017562
16	0.0064853	-0.00014932
17	0.007055	-0.00012211
18	0.007363	-0.00010942
19	0.007671	-9.7685e-05
20	0.007979	-8.6906e-05

ไฟล์ข้อมูลอาจมีส่วนของ header ที่บอกชื่อตัวแปรมาด้วย Matlab จะอ่านส่วนนี้เข้ามาด้วย ไม่ต้องเลือกส่วนที่เป็น header Matlab เลือกชนิดของตัวแปรที่ Type เลือกตัวแปรเป็น Column vectors เพื่อความสะดวกในการคำนวณต่อ กด Import Selection

ถ้าเลือก Type เป็น Column vectors Matlab จะตั้งชื่อตัวแปรตามที่อยู่ในส่วนของ header จำนวนของ

ข้อมูลสามารถดูได้จากในหน้าต่างของ workspace ซึ่งเราสามารถคำนวณหาอัตราการสุ่มสัญญาณได้จาก จำนวนข้อมูล หารด้วย ความยาวของข้อมูลซึ่งวินาที



- (2) นำค่า f_0/f_s มาใช้สร้างวงจรกรอง Notch โดยดัดแปลง code ของวงจรกรอง Notch ในการทดลองที่ผ่านมา ทดลองปรับค่า r ที่ให้ผลลัพธ์ที่มีสัญญาณรบกวนน้อยที่สุด
- (3) ดัดแปลง code ของวงจรหยุดแคบในการทดลองที่ผ่านมา ทดลองปรับค่า n อันดับของวงจรกรอง และ Δ เพื่อคำนวณค่า $\omega_l = 2\pi\{(f_0/f_s) - 0.5\Delta\}$, $\omega_h = 2\pi\{(f_0/f_s) + 0.5\Delta\}$ ของวงจรกรอง Butterworth ที่ให้ผลลัพธ์ที่มีสัญญาณรบกวนน้อยที่สุด ***อย่าลืม ตัวเลขที่ใส่ในคำสั่งของ MATLAB เป็นจำนวนเท่าของ π ยกตัวอย่างเช่น ถ้าคำนวณได้ $\omega_l = 0.3\pi$ ให้ใส่ 0.3π ***
- (4) บันทึกสัญญาณสเปกตรัมของสัญญาณ ECG และคำนวณค่า f_0/f_s และบันทึกผลลัพธ์ที่ได้จากการกรองของวงจรกรองทั้งสองทั้งในโดเมนเวลา และโดเมนความถี่ และวิเคราะห์ว่าการลดสัญญาณของวงจรกรองทั้งสองนี้เพียงพอแล้วหรือไม่ อย่างไร รวมถึงปัญหาในการออกแบบวงจรกรอง

จบการทดลอง

ใบงานประกอบการทดลอง เรื่อง การลดสัญญาณรบกวน

วันที่ทำการทดลอง _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____ ตอนเรียนที่ _____ กลุ่มที่ _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____

ชื่อ นามสกุล _____ รหัสนิสิต _____

ลายเซ็นต์อาจารย์ผู้ตรวจ _____

จุดประสงค์

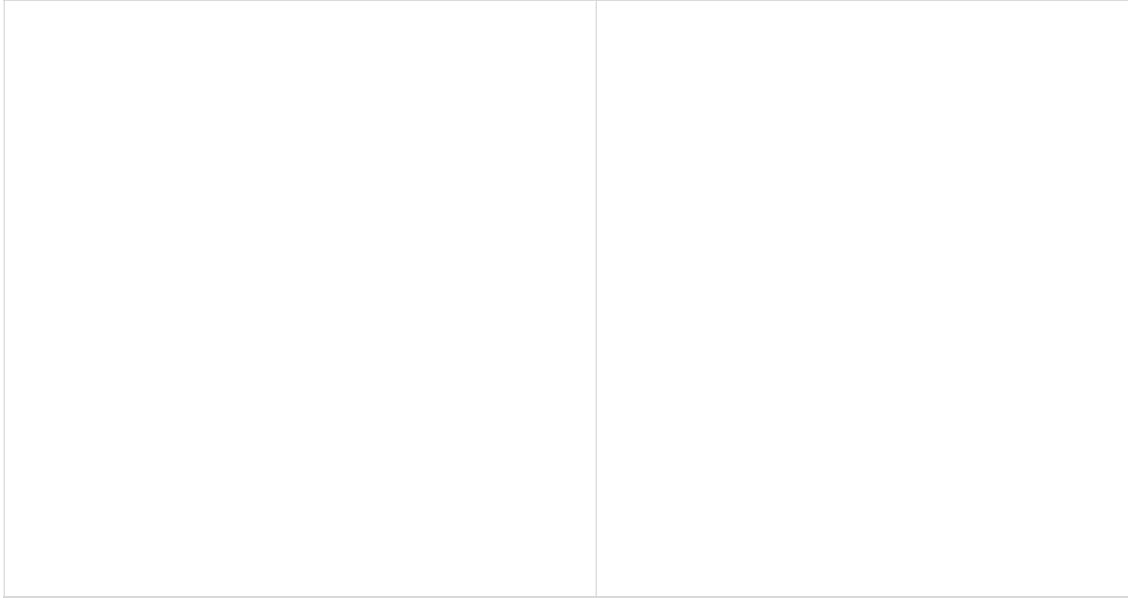
- (1) สามารถใช้โปรแกรม MATLAB หาผลการแปลงแบบฟูเรียร์ของสัญญาณได้
- (2) สามารถใช้โปรแกรม MATLAB สร้างวงจรกรองแบบ IIR ได้
- (3) สามารถใช้โปรแกรม MATLAB กรองสัญญาณรบกวนในสัญญาณ ECG ได้

ผลการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง

การทดลองข้อ A.1 การหาความถี่ของสัญญาณรบกวนแบบไนค์ความถี่คงที่ด้วยการแปลงแบบฟูเรียร์

รูปที่ (1) code ที่ใช้ในการทดลองที่ 4.2

ผลการทดลองข้อ A.1



รูปที่ (2) สัญญาณเชิงเวลา และสเปกตรัมของสัญญาณในการทดลองที่ 4.2

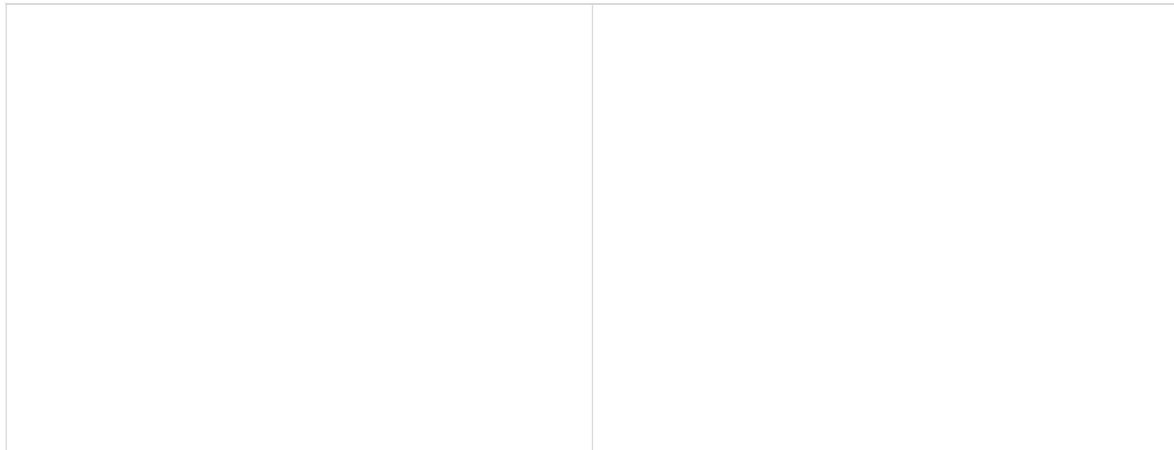
วิเคราะห์ผลการทดลองข้อ 4.2

$$\frac{f_0}{f_s} = \frac{k}{N} \approx$$

การทดลองข้อ A.2 การสร้างวงจรกรองชนิด Infinite Impulse Response (IIR)

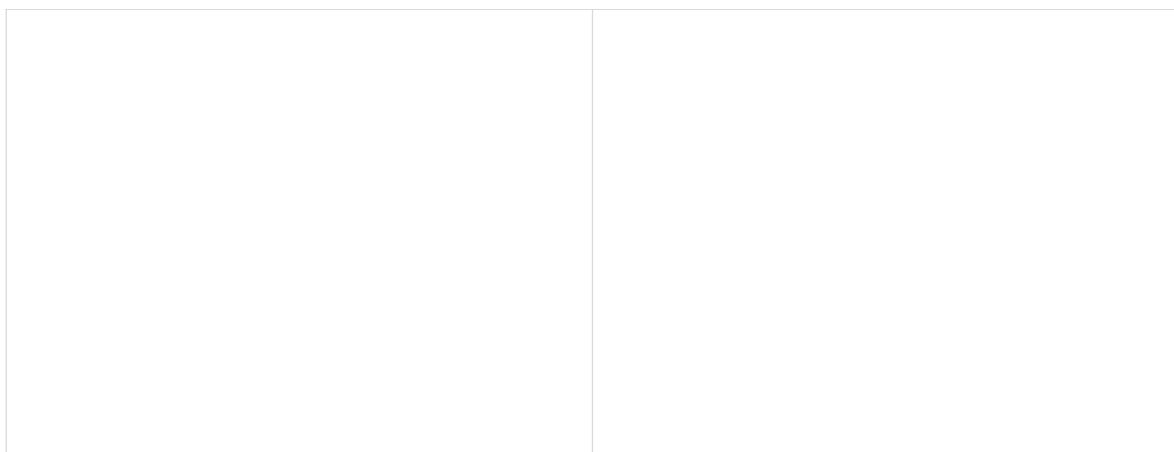
รูปที่ (3) Code ที่ใช้ในการทดลองที่ 4.3

ผลการทดลองข้อ A.2



(ก) สัญญาณเชิงเวลา

รูปที่ (4) ผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณด้วยวงจรกรอง Notch เมื่อ $r =$



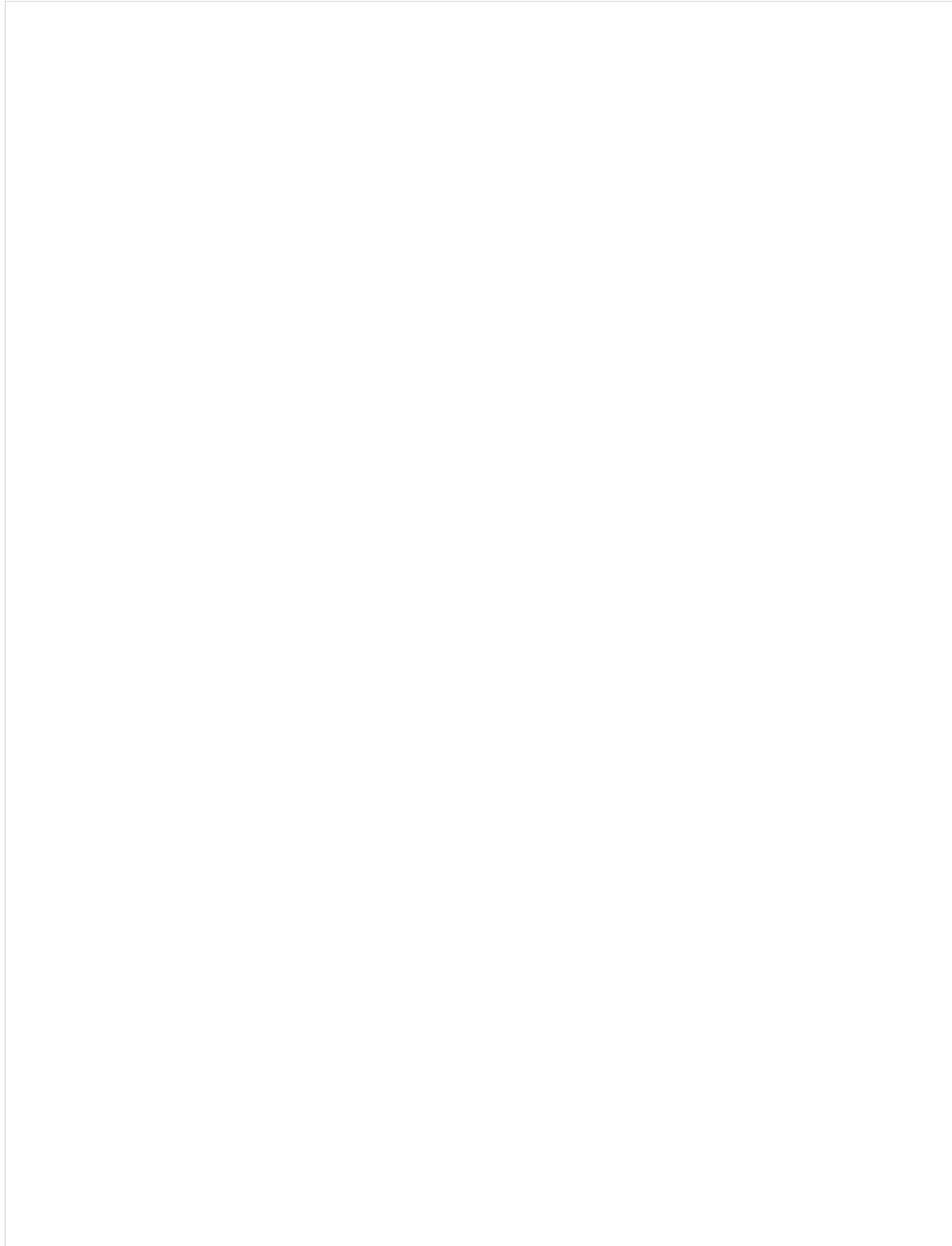
(ก) สัญญาณเชิงเวลา

รูปที่ (5) ผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณด้วยวงจรกรอง Butterworth อันดับที่ 7 เมื่อ $f_s = 1,$

$$f_l = \quad , f_h = \quad \text{หรือ} \quad \omega_l = \quad , \omega_h =$$

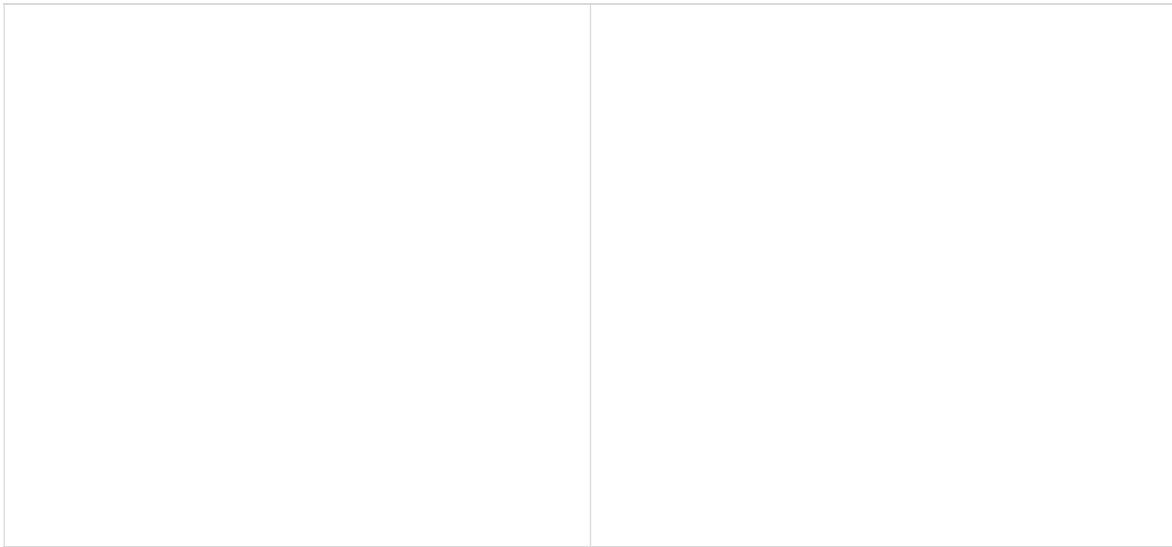
วิเคราะห์ผลการทดลองข้อ A.2

การทดลองข้อ A.3 การลดสัญญาณรบกวนในสัญญาณ ECG



รูปที่ (6) Code ที่ใช้ในการทดลองที่ 4.4

ผลการทดลองข้อ A.3

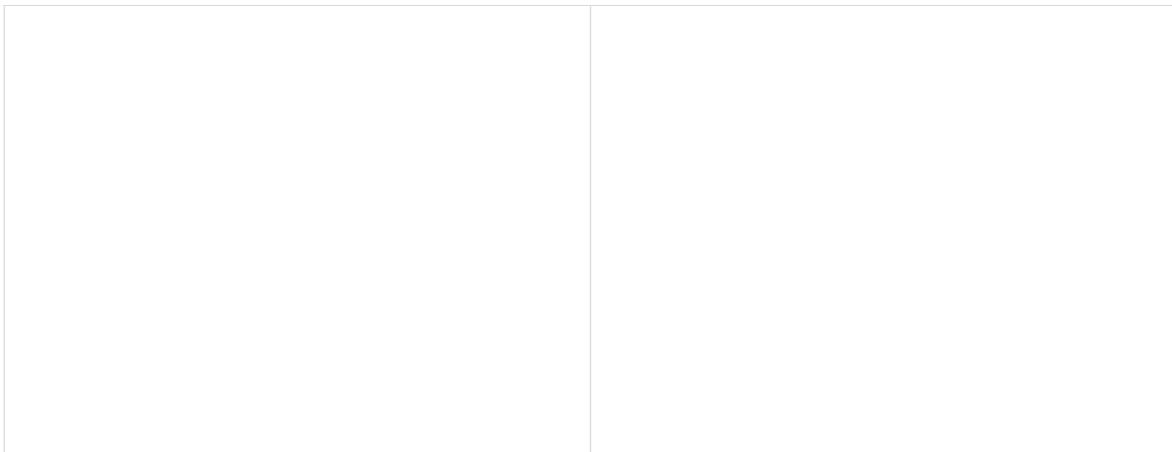


(ก) สัญญาณเชิงเวลา

(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (7) สัญญาณ ECG ก่อนกรอง

$$\frac{f_0}{f_s} = \frac{k}{N} \approx$$



(ก) สัญญาณเชิงเวลา

(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (8) ผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณ ECG ด้วยวงจรกรอง Notch เมื่อ $r =$

--	--

(ก) สัญญาณเชิงเวลา

(ข) สเปกตรัมของสัญญาณ

รูปที่ (9) ผลลัพธ์ของการกรองสัญญาณด้วยวงจรกรอง Butterworth อันดับที่ 7 เมื่อ $f_s =$

$$f_l = \quad , f_h = \quad \text{หรือ } \omega_l = \quad , \omega_h =$$

วิเคราะห์ผลการทดลองข้อ A.3

สรุปผลการทดลอง