

基礎数理演習課題 9

21716070 縫嶋慧深

2020 年 7 月 7 日

0.1

次の値を求めて下さい。

$$\begin{array}{lll} (1) & \sin^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) & (2) \quad \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad (3) \quad \tan^{-1} 0 \\ & \sin^{-1} - \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\pi}{4} & \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{5\pi}{6} \quad \tan^{-1} 0 = 0 \end{array}$$

0.2

次の関数の導関数を求めて下さい。

$$\begin{array}{ll} (1) & (2) \\ f(x) = \cos x \cos^{-1} x & f(x) = \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} \\ f'(x) = -\sin x \cdot \cos^{-1} x + \cos x \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) & f'(x) = \frac{(1+x^2) \cdot \frac{1}{1+x^2} - \tan^{-1} x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} \\ = -\sin x \cos^{-1} x - \frac{\cos x}{\sqrt{1-x^2}} & = \frac{1-2x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^2} \\ (3) & (4) \\ f(x) = \sqrt{x^3+1} & f(x) = x \sin^3 x \\ f'(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}} & f'(x) = \sin^3 x + x \cdot 3 \sin^2 x \cos x \\ & = \sin^2 x (\sin x + 3x \cos x) \\ (5) & (6) \\ f(x) = x^{\frac{1}{x}} \quad (x > 0) & f(x) = (2x+3)^x \quad (x > -2) \\ y = x^{\frac{1}{x}} \text{ と置く。} & y = (2x+3)^x \text{ と置く。} \\ \text{両辺の自然対数を取ると、} & \text{両辺の自然対数を取ると、} \\ \log y = \log x^{\frac{1}{x}} & \log y = \log(2x+3)^x \\ = \frac{\log x}{x} & = x \log(2x+3) \\ \text{両辺を } x \text{ で微分すると、} & \text{両辺を } x \text{ で微分すると、} \\ \frac{y'}{y} = \frac{1 - \log x}{x^2} & \frac{y'}{y} = \log(2x+3) + x \cdot \frac{2}{2x+3} \\ y' = y \cdot \frac{1 - \log x}{x^2} & = \log(2x+3) + \frac{2x}{2x+3} \\ = x^{\frac{1}{x}} \left(\frac{1 - \log x}{x^2} \right) & y' = y \cdot \left\{ \log(2x+3) + \frac{2x}{2x+3} \right\} \\ & = (2x+3)^x \left\{ \log(2x+3) + \frac{2x}{2x+3} \right\} \end{array}$$

1

次の関数を 2 次導関数まで求め、極値を求めて下さい。また、変曲点を求めて下さい。

(1)

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$$f''(x) = 6x - 6 = 6(x - 1)$$

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \leq 0, 2 \leq x$$

$$f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow 6(x - 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 1$$

x	\cdots	0	\cdots	1	\cdots	2	\cdots
$f'(x)$	+	0	-	-	-	0	+
$f''(x)$	-	-	-	0	+	+	+
$f(x)$		4		2		0	

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{極大値 : } f(0) = 4 \\ \text{極小値 : } f(2) = 0 \\ \text{変曲点 : } (1, 2) \end{array} \right.$$

(2)

$$f(x) = x \log x$$

真数条件より、 $x > 0$

$$f'(x) = \log x + 1$$

$$f''(x) = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \log x \leq -1$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{e}$$

$$f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x > 0$$

x	(0)	\cdots	$\frac{1}{e}$	\cdots	(∞)
$f'(x)$	/	-	0	+	
$f''(x)$	/	+	+	+	
$f(x)$	(0)		$-\frac{1}{e}$		(∞)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{極大値 : なし} \\ \text{極小値 : } f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e} \\ \text{変曲点 : なし} \end{array} \right.$$