基礎数理演習課題 7

21716070 縫嶋慧深

2020 年 6 月 23 日

0

次で満たされる関数 f を微分して下さい。

(1) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} + \sqrt{x}$

$f'(x) = 2x - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(2) $f(x) = e^x \cos x$

(3) $$\begin{cases} 3x + 2y - 9z = 4 \\ x - 2y + 5z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}$$

拡大係数行列を簡約化する。

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -9 & 4 \\ 1 & -2 & 5 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -10 & 1 \\ 1 & -2 & 5 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -10 & 1 \\ 0 & -5 & 15 & -1 \\ 0 & -7 & 21 & 1 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -10 & 1 \\ 0 & 2 & -6 & -2 \\ 0 & -7 & 21 & 1 \end{array}\right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -10 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & -7 & 21 & 1 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{array}\right)$$

拡大係数行列の階数は 3、係数行列の階数は 2 なので、両者は一致せず、解を持たない。

2

次の行列の階数を求めて下さい。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 2 & -5 \\ -1 & 5 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -3 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 2 & -5 \\ -1 & 5 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -3 & 12 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & -6 & 1 & -4 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & -4 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -10 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 7 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{12}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行列 A の階数は 3

3

次の行列の逆行列を求めて下さい。

(1) $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{c|c} A & E_n \end{array} \right) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} E_n & B \end{array}\right)$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(2) $$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{c|c} A & E_n \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} E_n & B \end{array}\right)$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$