基礎数理演習課題 11

21716070 縫嶋慧深

2020 年 7 月 22 日

1

次の不定積分を求めて下さい。(積分定数として $C, C_1, C_2, \cdots$ を断らずに用いてよい)

(1)

$$\int \left(\frac{e}{x} - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) dx$$
$$= elogx + \sqrt{1-x^2} + C$$

(2)

$$\int \left(x^3 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$$
$$= \frac{1}{4}\left(3x^{\frac{4}{3}} + 6x^{\frac{2}{3}} + x^4\right) + C_1$$

(3)

$$\int \frac{1}{4+x^2} dx$$
$$= \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x}{2} + C_2$$

(4)

$$\int \frac{2}{\sqrt{2-x^2}} dx$$
$$= 2\sin^{-1}\frac{x}{\sqrt{2}} + C_3$$

(5)

$$\int x \sin x dx$$
$$= \sin x - x\cos x + C_4$$

(6)

$$\int \sin 4x dx$$
$$= -\frac{1}{4}\cos 4x + C_5$$

(7)

$$\int xlogxdx$$
$$= \frac{1}{4}x^2(2logx - 1) + C_6$$

(8)

$$\int x\cos x^2 dx$$
$$= \frac{\sin x^2}{2} + C_7$$

(9)

$$\int x^2 e^x dx$$
$$= e^x(x^2 - 2x + 2) + C_8$$

(10)

$$\int x^2\sqrt{x^3+1} dx$$
$$= \frac{2}{9}\left(x^3+1\right)^{\frac{3}{2}} + C_9$$

2

次の定積分を求めて下さい。

(1)

$$\int_1^3 x^2 logx dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 logx - \frac{x^3}{9}\right]_1^3$$

$$= (9log3 - 3) - \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$= 9log3 - \frac{26}{9}$$

(2)

$$\int_2^3 xe^{x^2} dx$$

$$= \left[\frac{e^{x^2}}{2}\right]_2^3$$

$$= \frac{e^9}{2} - \frac{e^4}{2}$$

$$= \frac{1}{2}e^4(e^5 - 1)$$

3

$x = 0$ と $x = 3$ の間でグラフ $y = x^3 - 4x$ と x 軸 に挟まれた領域の (通常の) 面積を求めて下さい。

$$\int x^3 - 4x dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + C$$

$$\frac{x^4}{4} - 2x^2 = 0 \iff x = 0, 2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}$$

$$S = \int_0^3 x^3 - 4x dx = -\int_0^{2\sqrt{2}} x^3 - 4x dx + \int_{2\sqrt{2}}^3 x^3 - 4x dx$$

$$= -\left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_0^{2\sqrt{2}} + \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_{2\sqrt{2}}^3$$

$$= -(16 - 16) + \left\{\left(\frac{81}{4} - 18\right) - 0\right\}$$

$$= \frac{9}{4}$$