

基礎数理演習課題 3

21716070 縫嶋慧深

2020 年 5 月 26 日

0.1

次の行列が逆行列を持つか判定し、持つならば逆行列も求めて下さい。

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$
$$\det(A) = 35 - 36 = -1 \neq 0$$
$$A^{-1} = -\frac{1}{1} \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$
$$\det(A) = 12 - 12 = 0$$

$\det(A) = 0$ より、逆行列を持たない。

$$(3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}$$
$$\det(A) = 3 - 2 = 1 \neq 0$$
$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$(4) \quad A = \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \end{pmatrix}$$
$$\det(A) = -\sqrt{3}$$

A との積が単位行列 $\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$ になるのは、

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

$$(5) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = -6 + (-3) + 48 - 4 - 8 - 27 = 0$$

$$\det(A) = 0 \text{ より、逆行列を持たない。}$$

0.2

次の行列が逆行列を持つような実数 a を求めてください。

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= a^3 + 1 + 1 - a - a - a \\ &= a^3 - 3a + 2 \end{aligned}$$

$\det(A) \neq 0$ のとき A は逆行列を持つので、

$$\begin{aligned} \det(A) &= a^3 - 3a + 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

と置くと、

$$\begin{aligned} a^3 - 3a + 2 &= 2 \\ a^3 - 3a &= 0 \\ a(a^2 - 3) &= 0 \\ a &= 0, \pm\sqrt{3} \end{aligned}$$