基礎数理演習課題 6

21716070 縫嶋慧深

2020 年 6 月 15 日

1

次の行列の計算をして下さい。演算が定義されない場合はその旨を答えて下さい。

(1) $$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \\ -4 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

(2) $$\begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

(3) $$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 20 \\ 17 & 17 \end{pmatrix}$$

(4) $$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \\ -2 & -1 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$$

(5) $$\begin{pmatrix} 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

(6) $$\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 2 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ -1 & \sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{pmatrix}$$

2

次の実 3 次元ベクトルに対し、(1) $\sim$ (3) を求めて下さい。

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ また、$\vec{a} = \vec{OA}, \vec{b} = \vec{OB}, \vec{c} = \vec{OC}$ とする。

(1) $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c}$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 2 & -5 \\ -1 & 5 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -3 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -2 & 3 & 2 & -5 \\ -1 & 5 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -3 & 12 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & -6 & 1 & -4 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & -4 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -10 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 7 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{12}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{10}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行列 A の階数は 3

3

次の行列の逆行列を求めて下さい。

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{c|c} A & E_n \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} E_n & B \end{array}\right)$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(2) $$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{c|c} A & E_n \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\longleftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} E_n & B \end{array}\right)$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$