

1.

$(\lambda x. xyx)(\lambda z. z)$

$\rightarrow (\lambda z. z)y(\lambda z. z)$

$\rightarrow y(\lambda z. z)$

2.

Times 1 2 $\rightarrow *2$

$\text{times} = \lambda m. \lambda n. \lambda s. \lambda z. m(ns)z$

$= (\lambda m. \lambda n. \lambda s. \lambda z. m(ns)z)12$

$= (\lambda n. \lambda s. \lambda z. 1(ns)z)2$

$= \lambda s. \lambda z. 1(2s)z$

$= \lambda s. \lambda z. (\lambda s'. \lambda z'. sz')(2s)z$

$= \lambda s. \lambda z. (\lambda z'. (2s)z')z$

$= \lambda s. \lambda z. (2s)z$

$= \lambda s. \lambda z. ((\lambda s'. \lambda z'. s'(s'z'))s)z$

$= \lambda s. \lambda z. ((\lambda z'. s(sz'))z$

$= \lambda s. \lambda z. s(sz)$

$= 2$

3.

$Y = \lambda f. (\lambda x. f(x x))(\lambda x. f(x x))$

Yg

$= (\lambda f. (\lambda x. f(x x))(\lambda x. f(x x)))g$

$= (\lambda x. g(xx))(\lambda x. g(xx))$

$= g((\lambda x. g(xx))(\lambda x. g(xx)))$

$= g(Yg)$

4.

$S = \lambda f. \lambda g. \lambda x. fx(g x) \quad K = \lambda x. \lambda y. x$

SKK

$= (\lambda f. \lambda g. \lambda x. f x (g x)) K K$

$= (\lambda g. \lambda x. k x (g x)) K$

$= \lambda x. k x (k x)$

$= \lambda x. (\lambda x. \lambda y. x) x (k x)$

$= \lambda x. (\lambda y. x) (k x)$

$= \lambda x. x$

5.

or false true \rightarrow *true

or $= \lambda x. \lambda y. x$ true y

$= (\lambda x. \lambda y. x$ true y) false true

$= (\lambda y. \text{false true } y)$ true

$= \text{false true true}$

$= (\lambda t. \lambda f. f)$ true true

$= (\lambda f. f)$ true

$= \text{true}$