



:: U4 ::

Análisis de estructuras en red

3. Medidas de centralidad



Curso 2023-24



Apartados

1. Relevancia de un nodo
2. Centralidad en un red
 - a. Grado
 - b. Intermediación
3. Page Rank
4. Comparativa medidas de centralidad

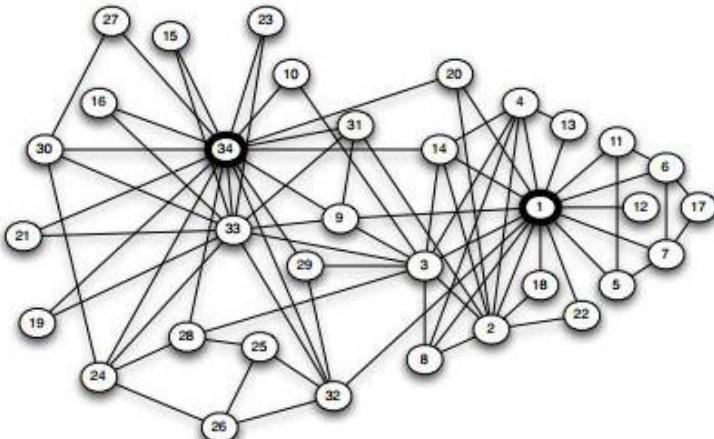


1. Relevancia de un nodo



Según esta estructura de la red ...

¿Cuáles son los **5** nodos más
importantes en la red de amistad del
Karate Club?



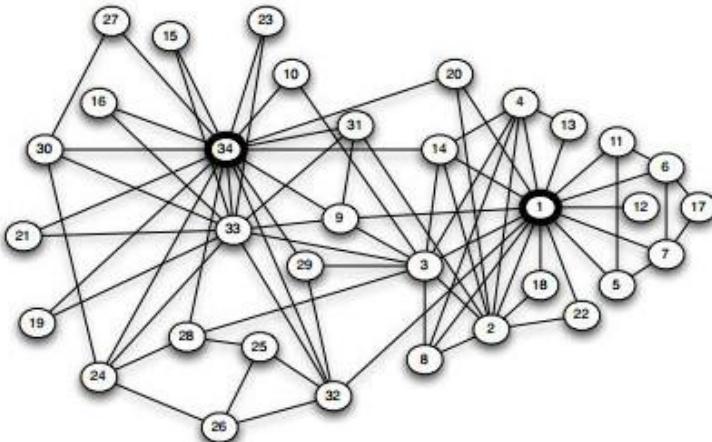
Red de afinidad en un club de karate club
de 34 personas [Zachary 1977]

1. Relevancia de un nodo



La “importancia” de un nodo
depende del criterio que se tome ...

Ejemplo: Número de amigos



Red de afinidad en un club de karate club
de 34 personas [Zachary 1977]

1. Relevancia de un nodo

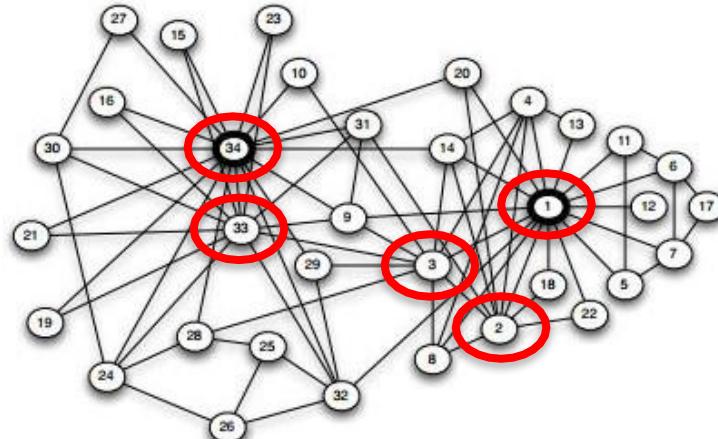


La “importancia” de un nodo
depende del criterio que se tome ...

Ejemplo: Número de amigos

Los 5 nodos más importantes son:

34, 1, 33, 3, 2



Red de afinidad en un club de karate club
de 34 personas [Zachary 1977]

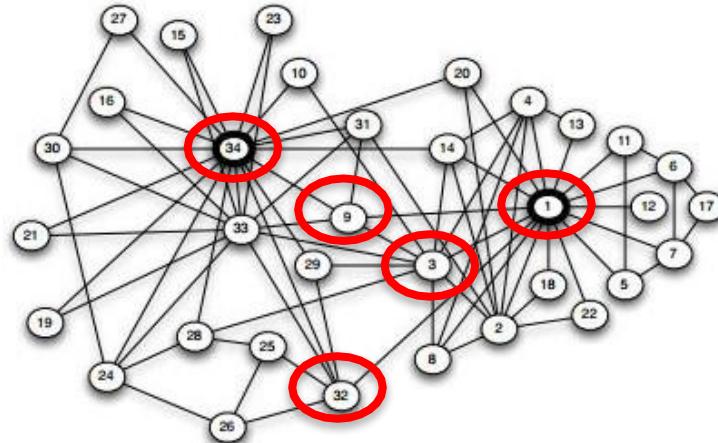
1. Relevancia de un nodo



La “importancia” de un nodo
depende del criterio que se tome ...

Ejemplo: Fracción de los caminos más
cortos que pasan por el nodo

Los 5 nodos más importantes son:
1, 34, 33, 3, 32



Red de afinidad en un club de karate club
de 34 personas [Zachary 1977]

2. Centralidad en una red



- Las medidas de centralidad identifican los nodos más importantes en una red:
 - nodos influyentes en una red social.
 - nodos que difunden información a muchos nodos o son parte central en la difusión de epidemias.
 - nodos en una red de transporte.
 - páginas importantes en la Web.
 - nodos que evitan que la red se rompa.

2. Centralidad en una red

- Medidas de centralidad
 - Grado de centralidad
 - Centralidad por proximidad
 - Centralidad intermedia
 - Rango de página
 - Centralidad de carga
 - Centralidad de Katz
 - Centralidad de percolación



2. Centralidad en una red



- Medidas de centralidad
 - **Grado de centralidad**
 - Centralidad por proximidad
 - **Centralidad intermedia**
 - **Rango de página**
 - Centralidad de carga
 - Centralidad de Katz
 - Centralidad de percolación

2. Centralidad en una red



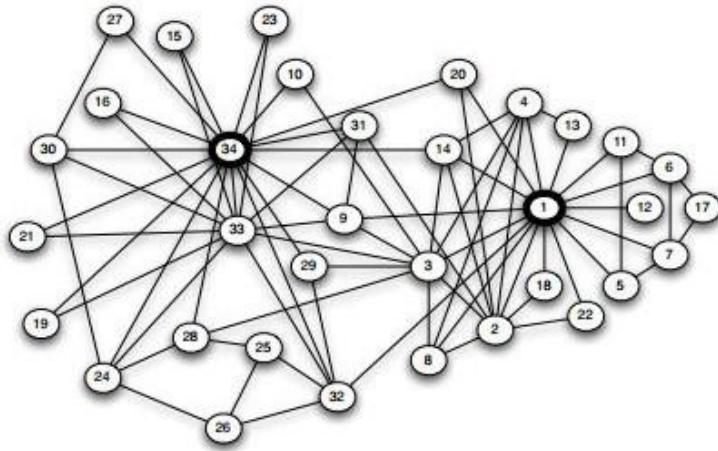
Grado de centralidad

Suposición: los nodos importantes tienen muchas conexiones.

La medida más básica de centralidad:
número de vecinos

Redes **no dirigidas**: **degree**

Redes **dirigidas**: **in-degree / out-degree**



Red de afinidad en un club de karate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Grado (Redes no dirigidas)

$C_{deg}(v) = \frac{d_v}{|N|-1}$, donde N es el conjunto de nodos de la red y d_v es el grado del nodo v .

In: G =x.karate_club_graph()

In: G = nx.convert_node_labels_to_integers(G,first_label=1)

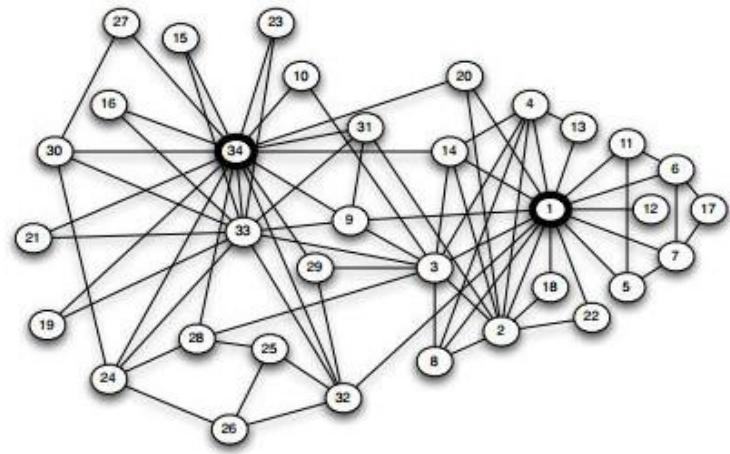
In: degCent = nx.degree_centrality(G)

In: degCent[34]

Out: 0.515 # 17/33

In: degCent[33]

Out: 0.182 # 6/33



Red de afinidad en un club de karate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Grado (Redes dirigidas)

$$C_{indeg}(v) = \frac{d_v^{in}}{|N|-1}$$

N = conjunto de nodos de la red

d_v^{in} = valor *in-degree* del nodo v .

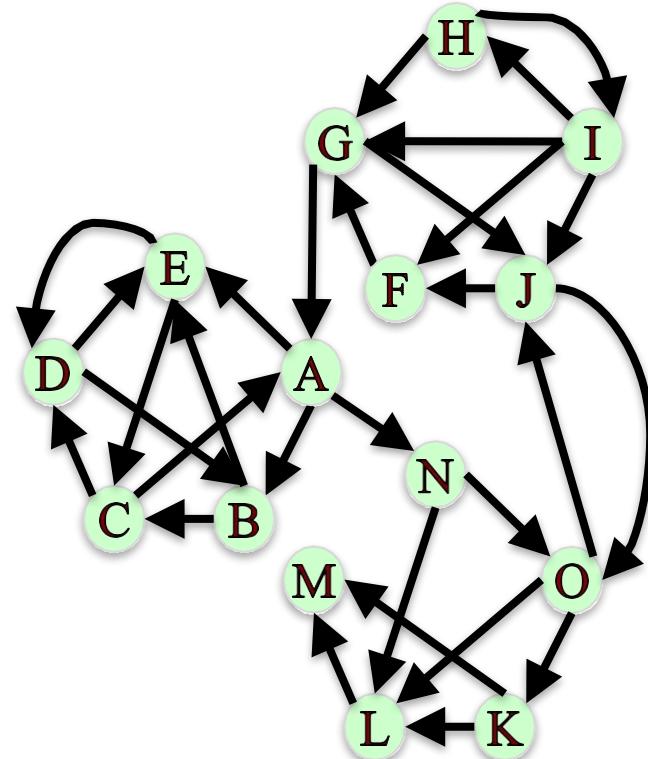
In: `indegCent = nx.in_degree_centrality(G)`

In: `indegCent['A']`

Out: 0.143 # 2/14

In: `indegCent['L']`

Out: 0.214 # 3/14



2. Centralidad en una red

Grado (Redes dirigidas)

$$C_{outdeg}(v) = \frac{d_v^{out}}{|N|-1}$$

N = conjunto de nodos de la red

d_v^{out} = valor *out-degree* del nodo v .

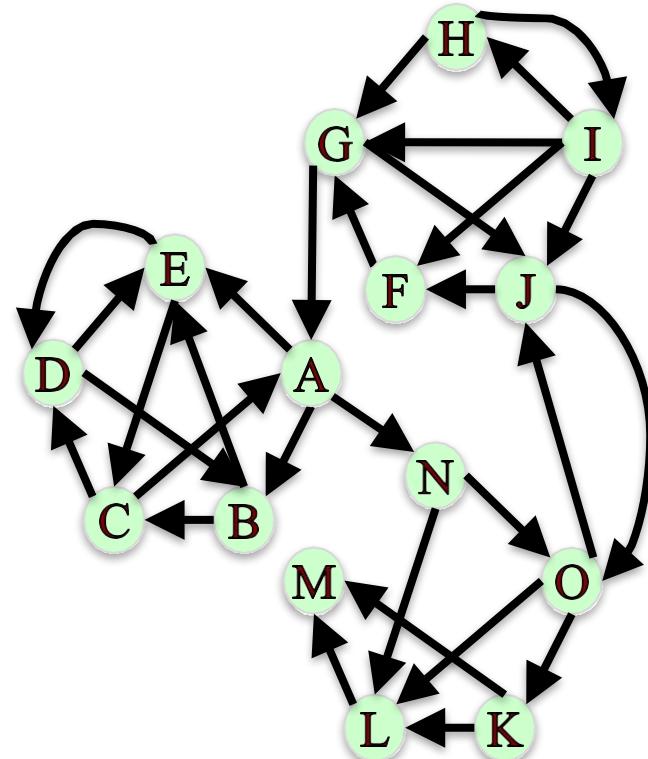
In: `outdegCent = nx.out_degree_centrality(G)`

In: `outdegCent['A']`

Out: 0.214 # 3/14

In: `outdegCent['L']`

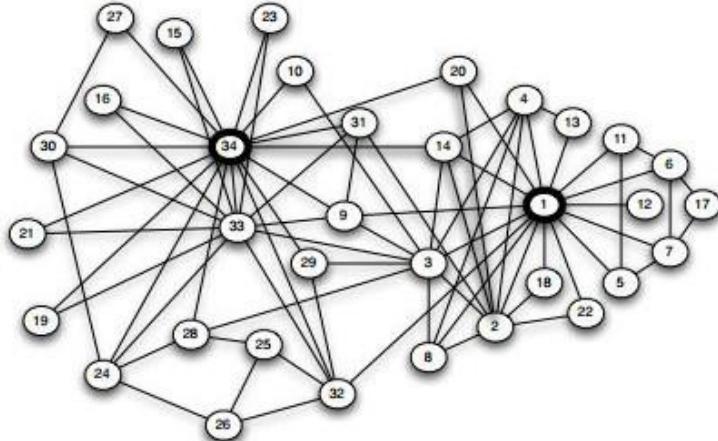
Out: 0.071 # 1/14



2. Centralidad en una red

Intermediación

La centralidad de **intermediación** de un nodo se define como el número de caminos más cortos (distancia) que pasan por ese nodo.



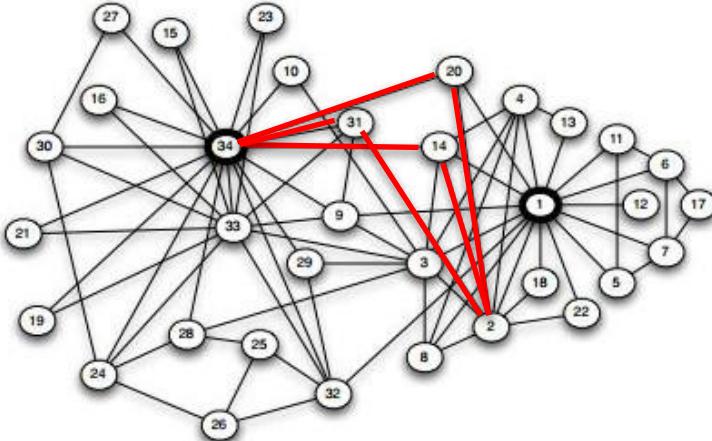
Red de afinidad en un club de karate club
de 34 personas [Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación

La centralidad de **intermediación** de un nodo se define como el número de caminos más cortos (distancia) que pasan por ese nodo.

Suposición: los nodos importantes conectan unos nodos con otros (“están en medio”).



Red de afinidad en un club de karate club de 34 personas [Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación



La centralidad de **intermediación** de un nodo se define como el número de caminos más cortos (distancia) que pasan por ese nodo.

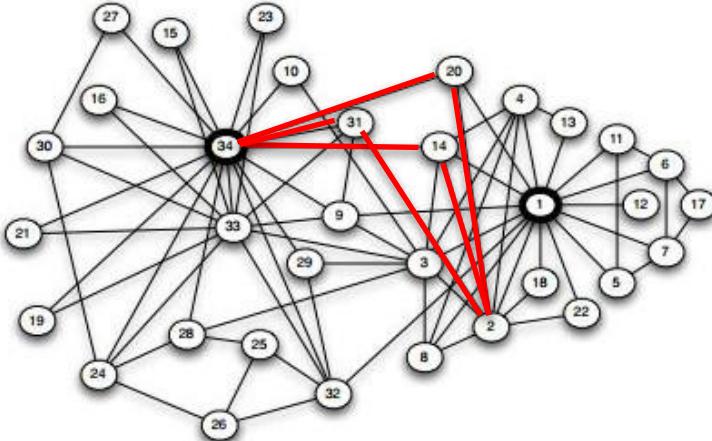
Suposición: los nodos importantes conectan unos nodos con otros (“están en medio”).

Ejemplo: La distancia entre los nodos **34** y **2** es **2**:

Camino 1: 34 – 31 – 2

Camino 2: 34 – 14 – 2

Camino 3: 34 – 20 – 2



Red de afinidad en un club de karate club
de 34 personas [Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación



La centralidad de **intermediación** de un nodo se define como el número de caminos más cortos (distancia) que pasan por ese nodo.

Suposición: los nodos importantes conectan unos nodos con otros (“están en medio”).

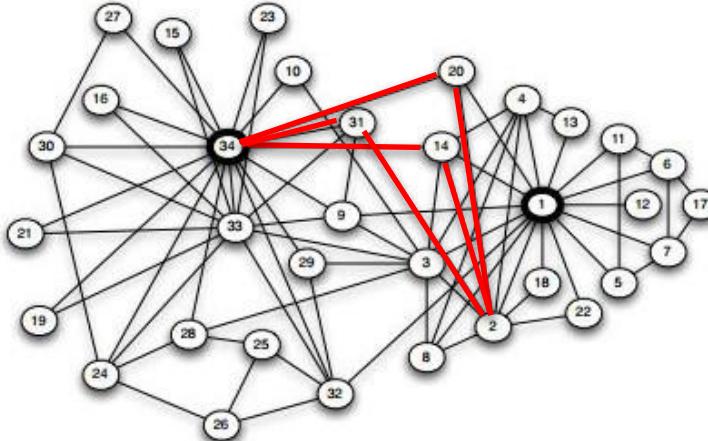
Ejemplo: La distancia entre los nodos **34** y **2** es **2**:

Camino 1: 34 – 31 – 2

Camino 2: 34 – 14 – 2

Camino 3: 34 – 20 – 2

Los nodos **31**, **14** y **20** están en la ruta más corta entre los nodos **34** y **2**.



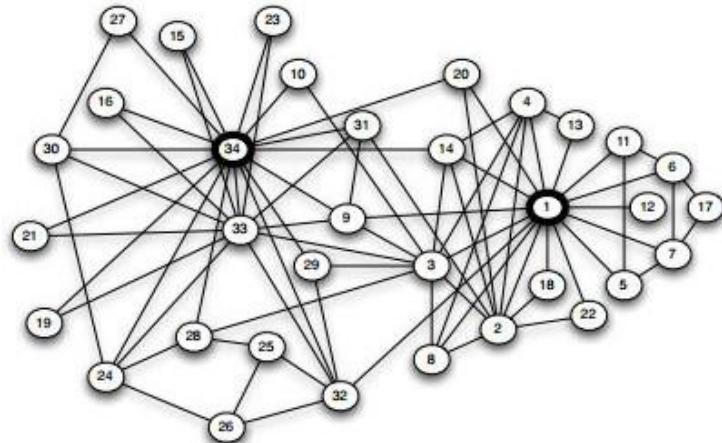
Red de afinidad en un club de karate club de 34 personas [Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación



In: `btwnCent = nx.betweenness_centrality(G)`



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

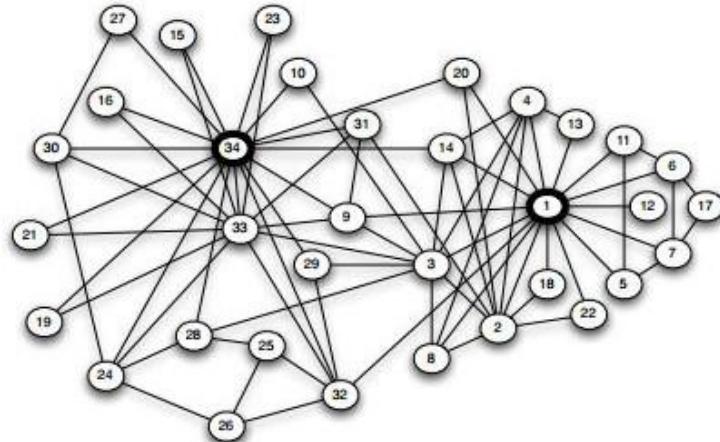
Intermediación



In: `btwnCent = nx.betweenness_centrality(G)`



El resultado es un diccionario donde las claves son los nodos y los valores son sus respectivas centralidades de intermediación.



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación



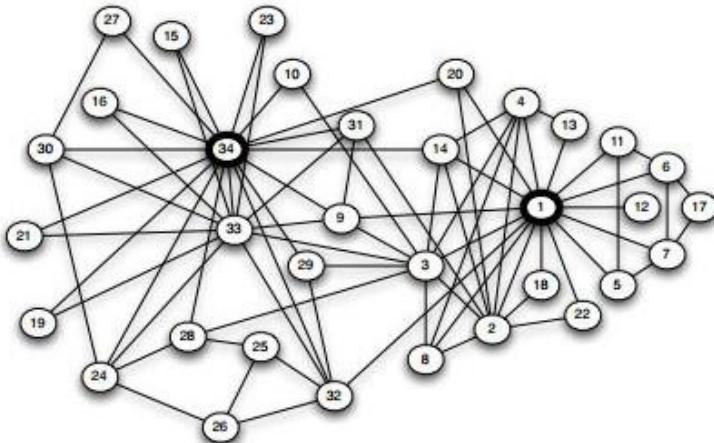
In: `btwnCent = nx.betweenness_centrality(G)`

In: `import operator`

In: `sorted(btwnCent.items(),`

`key=operator.itemgetter(1), reverse = True)[0:5]`

Out: `[(1, 0.43763528138528146),
(34, 0.30407497594997596),
(33, 0.14524711399711399),
(3, 0.14365680615680618),
(32, 0.13827561327561325)]`



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación



In: `btwnCent = nx.betweenness_centrality(G)`

In: `import operator`

In: `sorted(btwnCent.items(),`

`key=operator.itemgetter(1), reverse = True)[0:5]`

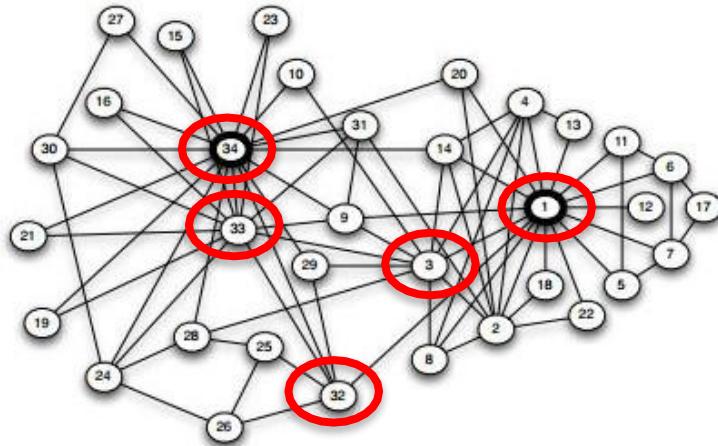
Out: `[(1, 0.43763528138528146),`

`(34, 0.30407497594997596),`

`(33, 0.14524711399711399),`

`(3, 0.14365680615680618),`

`(32, 0.13827561327561325)]`



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación → Complejidad

Calcular la centralidad de intermediación de todos los nodos puede ser muy costoso desde el punto de vista computacional.

Según el algoritmo que se use, este cálculo puede tardar hasta $O(|N|^3)$ de tiempo.



2. Centralidad en una red

Intermediación → Complejidad



Calcular la centralidad de intermediación de todos los nodos puede ser muy costoso desde el punto de vista computacional.

Según el algoritmo que se use, este cálculo puede tardar hasta $O(|N|^3)$ de tiempo.

Nota: O es una forma de expresar el rendimiento de un algoritmo en términos de la cantidad de operaciones que realiza, en función del tamaño de la entrada

Por ejemplo, si decimos que un algoritmo tiene una complejidad de $O(n^2)$, $O(n^2)$ significa que el tiempo de ejecución crece a lo sumo cuadráticamente con el tamaño de la entrada.

2. Centralidad en una red

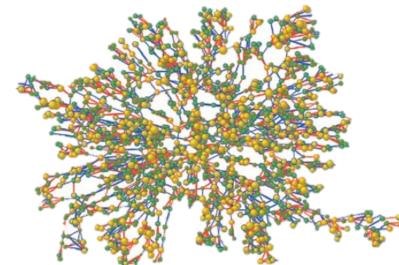
Intermediación → Complejidad

Calcular la centralidad de intermediación de todos los nodos puede ser muy costoso desde el punto de vista computacional.

Según el algoritmo que se use, este cálculo puede tardar hasta $O(|N|^3)$ de tiempo.

Nota: O es una forma de expresar el rendimiento de un algoritmo en términos de la cantidad de operaciones que realiza, en función del tamaño de la entrada

Por ejemplo, si decimos que un algoritmo tiene una complejidad de $O(n^2)$, $O(n^2)$ significa que el tiempo de ejecución crece a lo sumo cuadráticamente con el tamaño de la entrada.



Red de amistad, vínculo matrimonial y vínculo familiar entre 2200 personas [Christakis & Fowler 2007]

2. Centralidad en una red

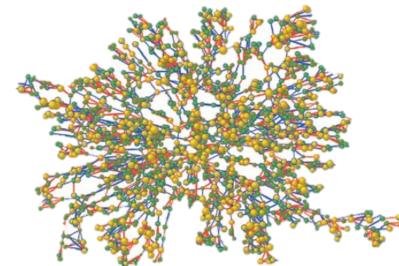
Intermediación → Complejidad

Calcular la centralidad de intermediación de todos los nodos puede ser muy costoso desde el punto de vista computacional.

Según el algoritmo que se use, este cálculo puede tardar hasta $O(|N|^3)$ de tiempo.

Nota: O es una forma de expresar el rendimiento de un algoritmo en términos de la cantidad de operaciones que realiza, en función del tamaño de la entrada

Por ejemplo, si decimos que un algoritmo tiene una complejidad de $O(n^2)$, $O(n^2)$ significa que el tiempo de ejecución crece a lo sumo cuadráticamente con el tamaño de la entrada.



Red de amistad, vínculo matrimonial y vínculo familiar entre 2200 personas [Christakis & Fowler 2007]

$N = 2200$ nodos □
~4,8 millones de pares de nodos

2. Centralidad en una red

Intermediación → Complejidad

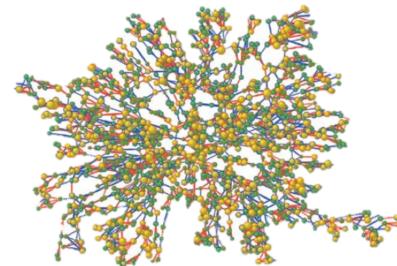
Calcular la centralidad de intermediación de todos los nodos puede ser muy costoso desde el punto de vista computacional.

Según el algoritmo que se use, este cálculo puede tardar hasta $O(|N|^3)$ de tiempo.

Aproximación: en lugar de calcular la centralidad de intermediación en función de todos los pares de nodos s, t , podemos aproximarla tomando sólo una muestra de nodos.



CIPFP Mislata
Centre Integrat Públic
Formació Professional Superior



Red de amistad, vínculo matrimonial y vínculo familiar entre 2200 personas [Christakis & Fowler 2007]

N = 2200 nodos □
~4,8 millones de pares de nodos

2. Centralidad en una red

Intermediación → Complejidad

In: `btwnCent_approx = nx.betweenness_centrality(G, k = 10)`

In: `sorted(btwnCent_approx.items(), key=operator.itemgetter(1), reverse = True)[0:5]`

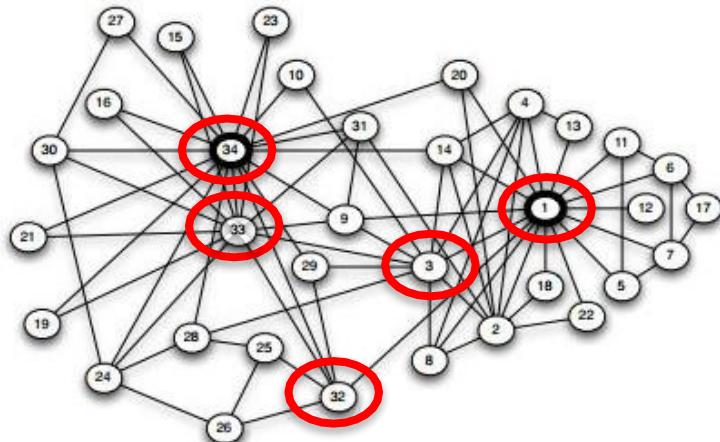
Out: `[(1, 0.4826939033189033),`

`(34, 0.27564694564694564),`

`(32, 0.20863636363636362),`

`(3, 0.1697598003848004),`

`(2, 0.13194624819624817)]`



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación → Complejidad

In: `btwnCent_approx = nx.betweenness_centrality(G, k = 10)`

In: `sorted(btwnCent_approx.items(), key=operator.itemgetter(1), reverse = True)[0:5]`

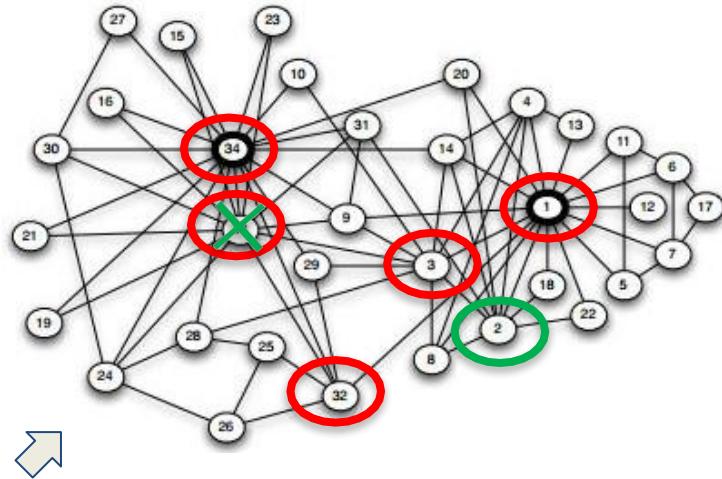
Out: `[(1, 0.4826939033189033),`

`(34, 0.27564694564694564),`

`(32, 0.20863636363636362),`

`(3, 0.1697598003848004),`

`(2, 0.13194624819624817)]`



Trabajando con la muestra
aparece el nodo 2 y
desaparece el nodo 33

Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

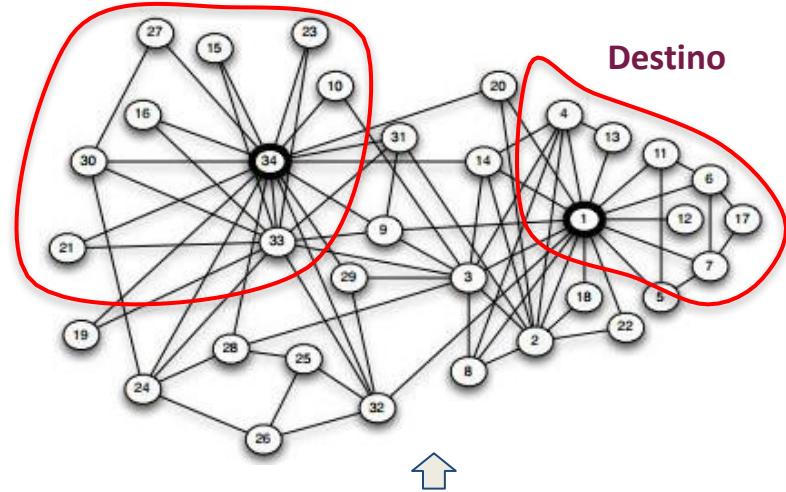
Intermediación → Subconjuntos



CIPFP Mislata
Centre Integrat Públic
Formació Professional Superior

Fuente

Destino



¿Y si el club se hubiera
escindido?

2. Centralidad en una red

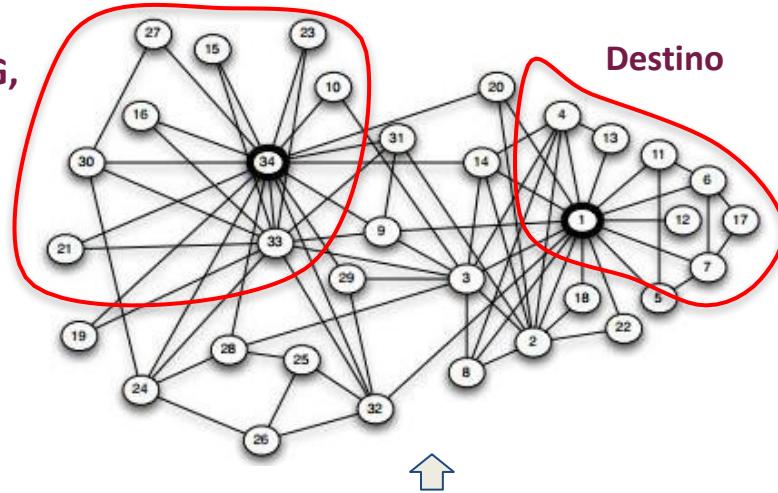
Intermediación → Subconjuntos



In: btwnCent_subset = nx.betweenness_centrality_subset(G,
[34, 33, 21, 30,
16, 27, 15, 23, 10], [1, 4, 13, 11, 6, 12, 17, 7])

Fuente

Destino



¿Y si el club se hubiera
escindido?

2. Centralidad en una red

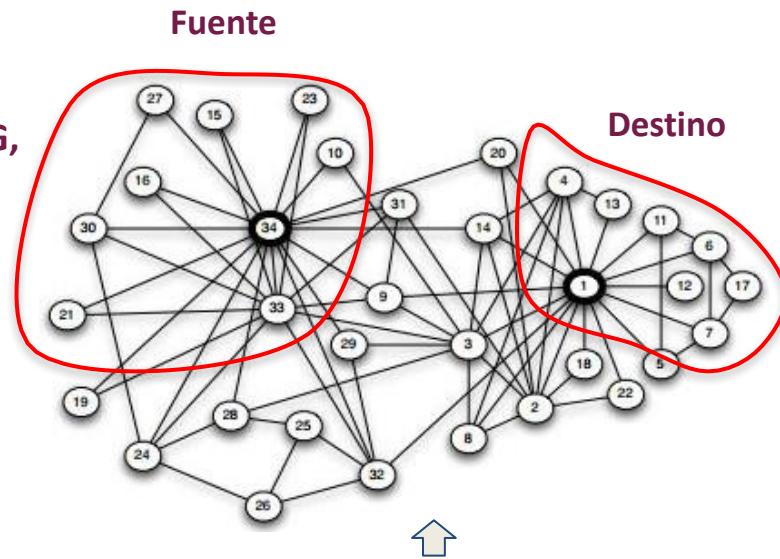
Intermediación → Subconjuntos



```
In: btwnCent_subset = nx.betweenness_centrality_subset(G,  
[34, 33, 21, 30,  
16, 27, 15, 23, 10], [1, 4, 13, 11, 6, 12, 17, 7])
```

```
In: sorted(btwnCent_subset.items(),key=operator.item  
getter(1), reverse=True)[0:5]
```

```
Out: [(1, 0.04899515993265994),  
(34, 0.028807419432419434),  
(3, 0.018368205868205867),  
(33, 0.01664712602212602),  
(9, 0.014519450456950456)]
```



2. Centralidad en una red

Intermediación → Subconjuntos



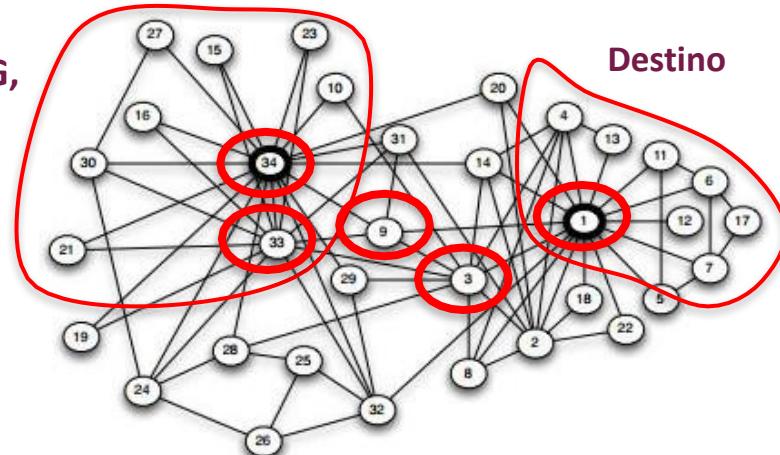
In: `btwnCent_subset = nx.betweenness_centrality_subset(G, [34, 33, 21, 30, 16, 27, 15, 23, 10], [1, 4, 13, 11, 6, 12, 17, 7])`

In: `sorted(btwnCent_subset.items(), key=operator.itemgetter(1), reverse=True)[0:5]`

Out: `[(1, 0.04899515993265994),
(34, 0.028807419432419434),
(3, 0.018368205868205867),
(33, 0.01664712602212602),
(9, 0.014519450456950456)]`

Fuente

Destino



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

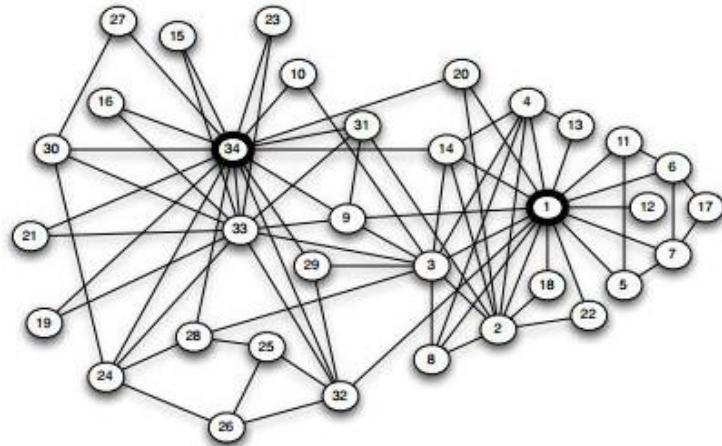
2. Centralidad en una red

Intermediación → enlaces

Podemos usar la centralidad de intermediación para encontrar **enlaces** importantes en lugar de nodos:



CIPFP Mislata
Centre Integrat Públic
Formació Professional Superior



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

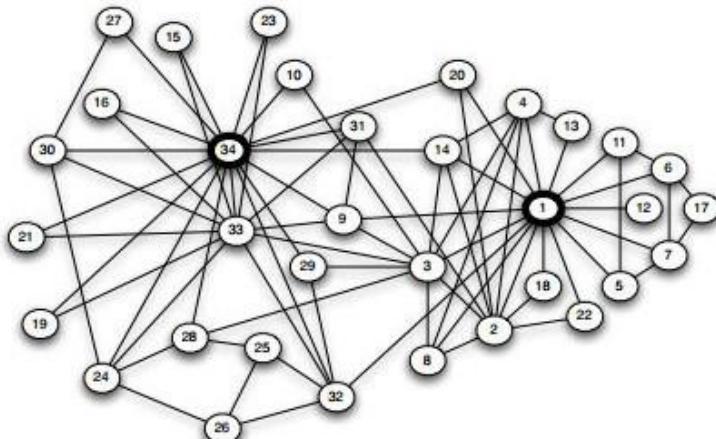
Intermediación → enlaces

Podemos usar la centralidad de intermediación para encontrar **enlaces** importantes en lugar de nodos:

$$C_{btw}(e) = \sum_{s,t \in N} \frac{\sigma_{s,t}(e)}{\sigma_{s,t}}$$

$\sigma_{s,t}$ = el número de caminos más cortos entre los nodos s y t .

$\sigma_{s,t}(e)$ = el número de caminos más cortos entre los nodos s y t que pasan a través del enlace e .



Red de afinidades en un club de kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

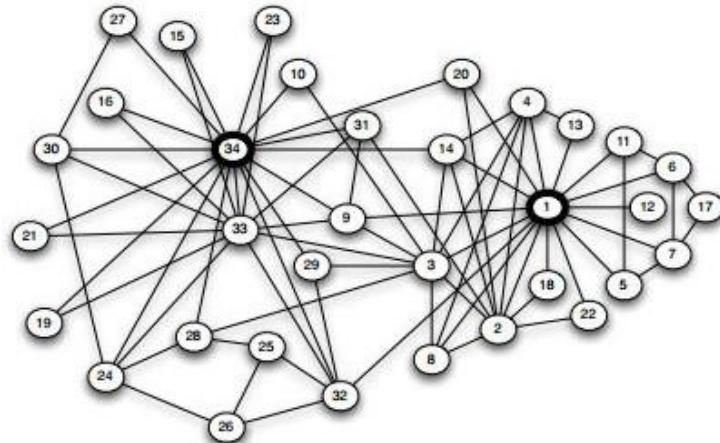
2. Centralidad en una red

Intermediación → enlaces



CIPFP Mislata
Centre Integrat Públic
Formació Professional Superior

In: `btwnCent_edge =
nx.edge_betweenness_centrality(G)`



Red de afinidades en un club de kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación → enlaces

In: `btwnCent_edge =`

`nx.edge_betweenness_centrality(G)`

In: `sorted(btwnCent_edge.items(),`

`key=operator.itemgetter(1), reverse = True)[0:5]`

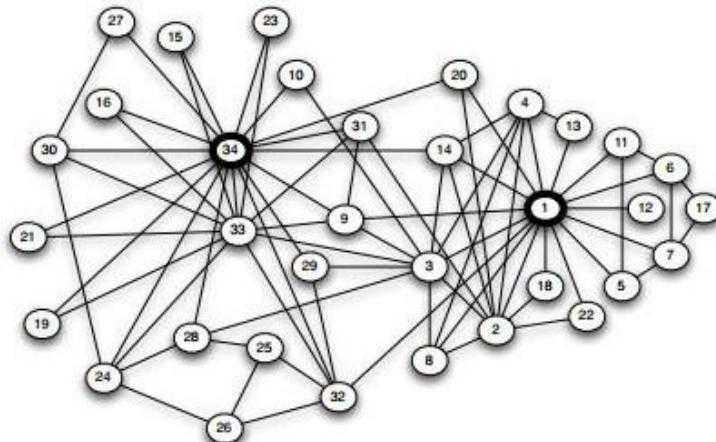
Out: `[(1, 32), 0.12725999490705373],`

`((1, 7), 0.07813428401663694),`

`((1, 6), 0.07813428401663694),`

`((1, 3), 0.0777876807288572),`

`((1, 9), 0.07423959482783014)]`



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación → enlaces



In: `btwnCent_edge =`

`nx.edge_betweenness_centrality(G)`

In: `sorted(btwnCent_edge.items(),`

`key=operator.itemgetter(1), reverse = True)[0:5]`

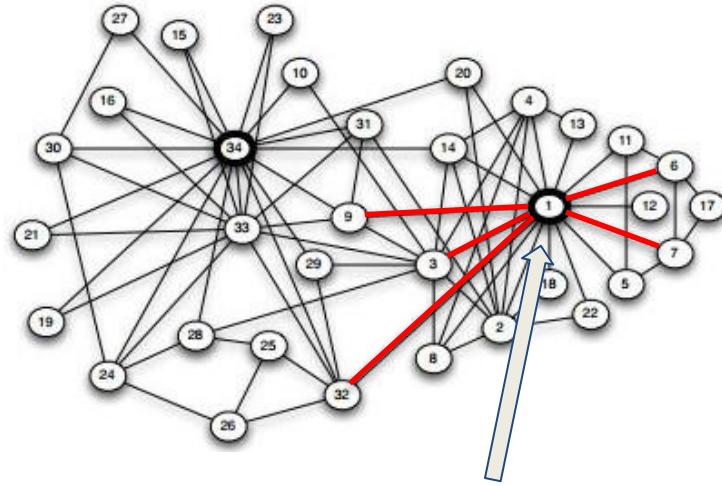
Out: `[(1, 32), 0.12725999490705373],`

`((1, 7), 0.07813428401663694),`

`((1, 6), 0.07813428401663694),`

`((1, 3), 0.0777876807288572),`

`((1, 9), 0.07423959482783014)]`



¡El nodo 1 es el
instructor del club de
karate!

2. Centralidad en una red

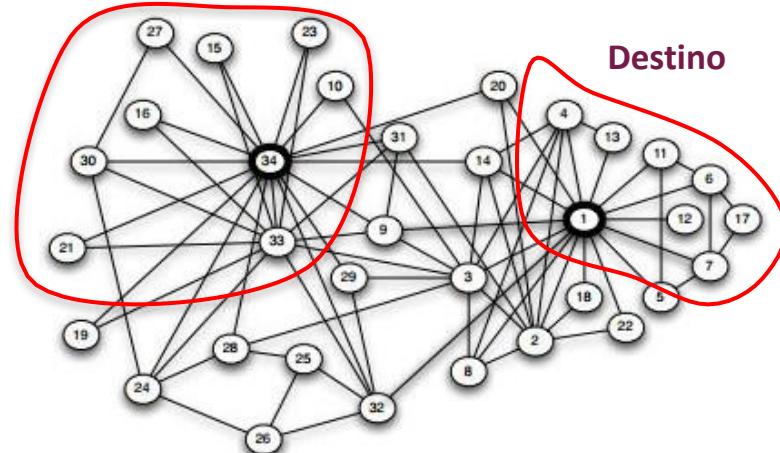
Intermediación → enlaces



CIPFP Mislata
Centre Integrat Públic
Formació Professional Superior

Fuente

Destino



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

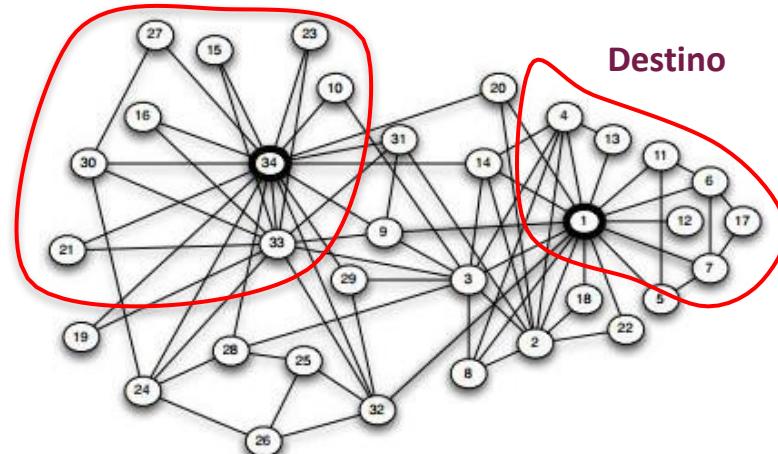
Intermediación → enlaces

```
In: btwnCent_edge_subset =  
nx.edge_betweenness_centrality_subset(G, [34, 33,  
21, 30, 16, 27, 15, 23, 10], [1, 4, 13, 11, 6, 12, 17, 7])
```



Fuente

Destino



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación → enlaces

```
In: btwnCent_edge_subset =  
nx.edge_betweenness_centrality_subset(G, [34, 33,  
21, 30, 16, 27, 15, 23, 10], [1, 4, 13, 11, 6, 12, 17, 7])
```

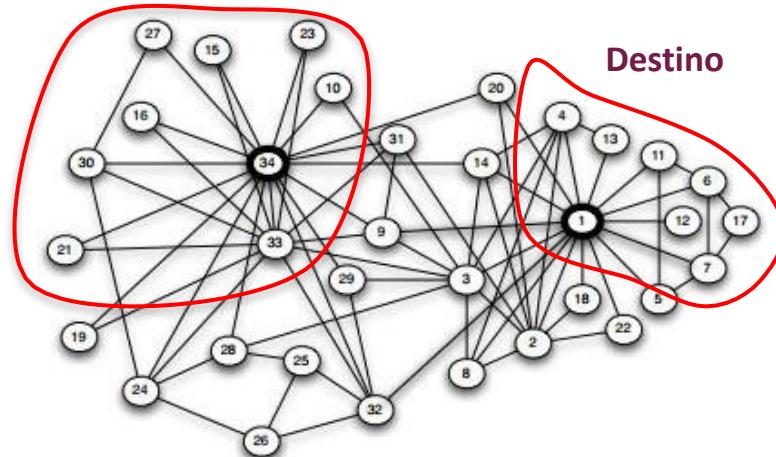
```
In: sorted(btwnCent_edge_subset.items(),  
key=operator.itemgetter(1), reverse = True)[0:5]
```

```
Out: [((1, 32), 0.01366536513595337),  
((1, 9), 0.01366536513595337),  
((14, 34), 0.012207509266332794),  
((1, 3), 0.01211343123107829),  
((1, 7), 0.012032085561497326)]
```



Fuente

Destino



Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

2. Centralidad en una red

Intermediación → enlaces

```
In: btwnCent_edge_subset =  
nx.edge_betweenness_centrality_subset(G, [34, 33,  
21, 30, 16, 27, 15, 23, 10], [1, 4, 13, 11, 6, 12, 17, 7])
```

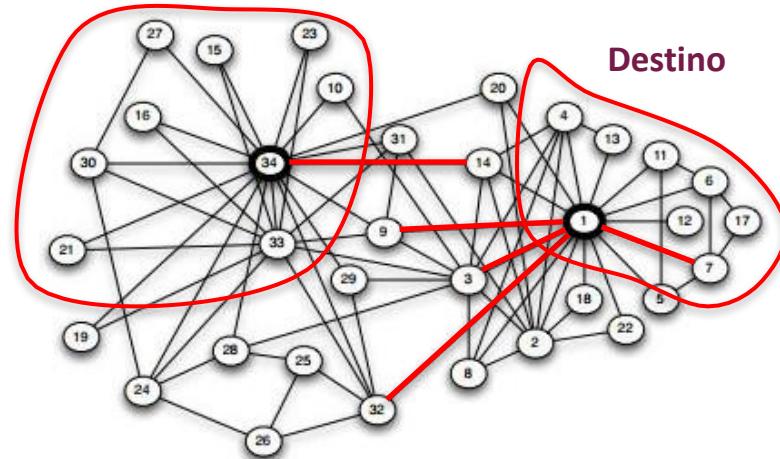
```
In: sorted(btwnCent_edge_subset.items(),  
key=operator.itemgetter(1), reverse = True)[0:5]
```

```
Out: [((1, 32), 0.01366536513595337),  
((1, 9), 0.01366536513595337),  
((14, 34), 0.012207509266332794),  
((1, 3), 0.01211343123107829),  
((1, 7), 0.012032085561497326)]
```



Fuente

Destino

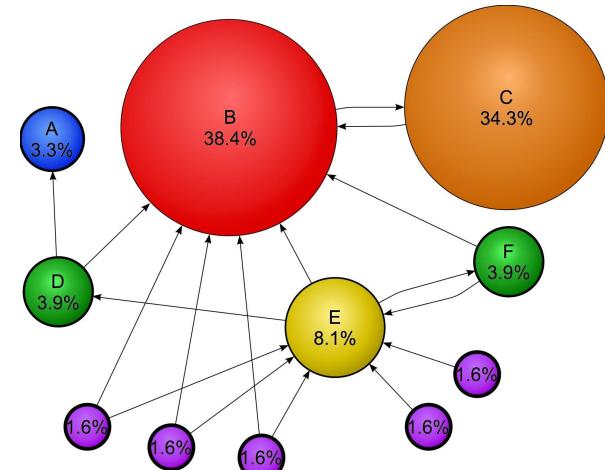


Red de afinidades en un club de
kárate de 34 personas
[Zachary 1977]

3. PageRank



- Desarrollado por los fundadores de **Google** para medir la importancia de las páginas web a partir de la estructura de la red de hipervínculos.
- **PageRank asigna una puntuación de importancia a cada nodo.** Los nodos importantes son aquellos con muchos enlaces de páginas importantes.
- **PageRank** se puede utilizar para cualquier tipo de red, pero es principalmente útil para redes dirigidas.
- El **PageRank** de un nodo depende del PageRank de otros nodos (¿definición circular?).



3. PageRank

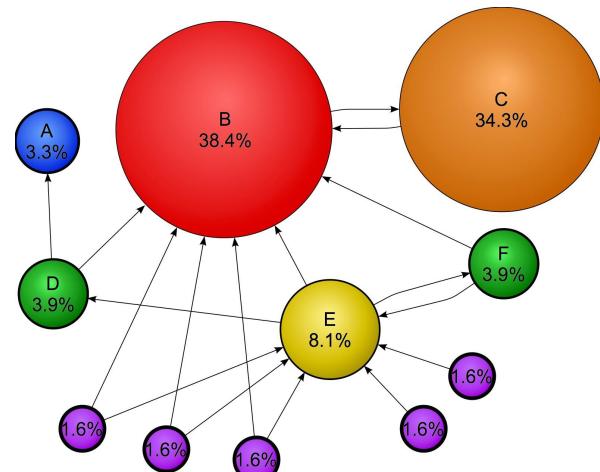
n = número de nodos en la red

k = número de pasos

1. Asignar a todos los nodos un PageRank de $1/n$
2. Aplicar la regla básica de actualización de PageRank 'k' veces.

Regla básica de actualización de PageRank:

- cada nodo otorga una parte igual de su PageRank actual a todos los nodos con los que se vincula.
- el nuevo PageRank de cada nodo es la suma de todos los PageRank que recibió de otros nodos.

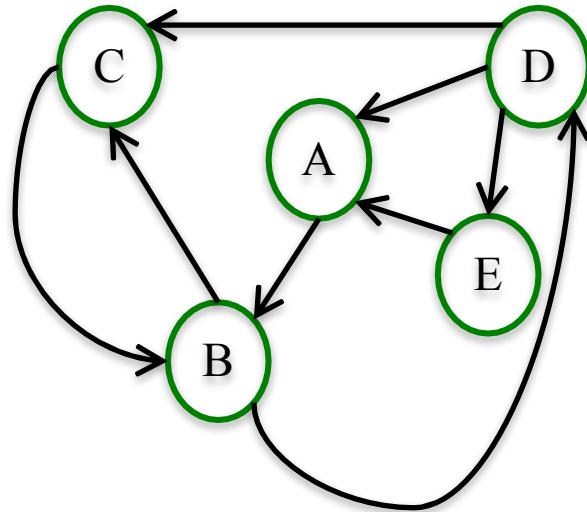


3. PageRank



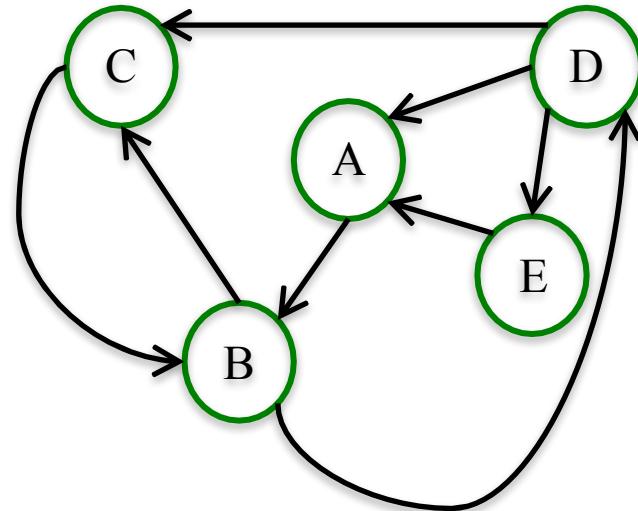
¿Quién debería ser el nodo más “importante” en esta red?

Calcula el PageRank de cada nodo después de 2 pasos del procedimiento ($k = 2$).



3. PageRank

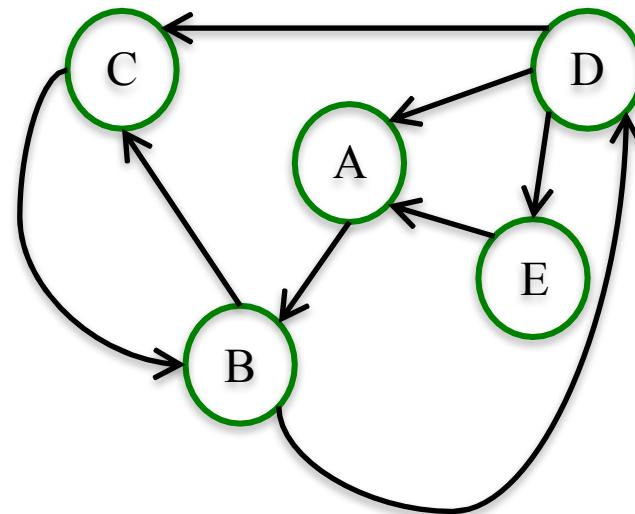
Page Rank					
	A	B	C	D	E
	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5



3. PageRank (PASO 1)



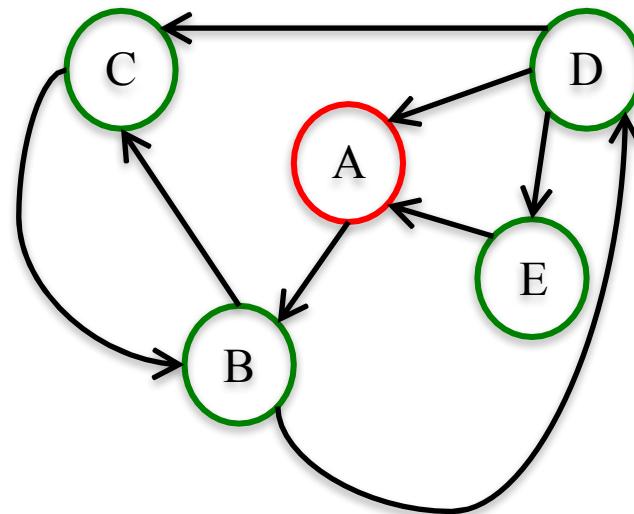
Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New					



3. PageRank (PASO 1)



Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New					

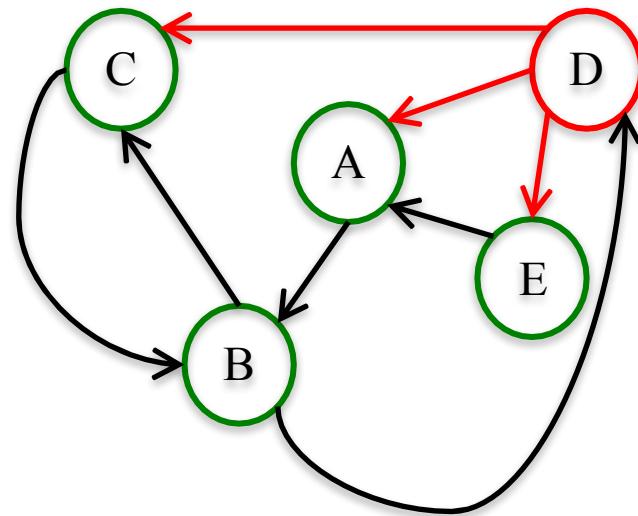


3. PageRank (PASO 1)



Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New					

$$A: (1/3) * (1/5)$$

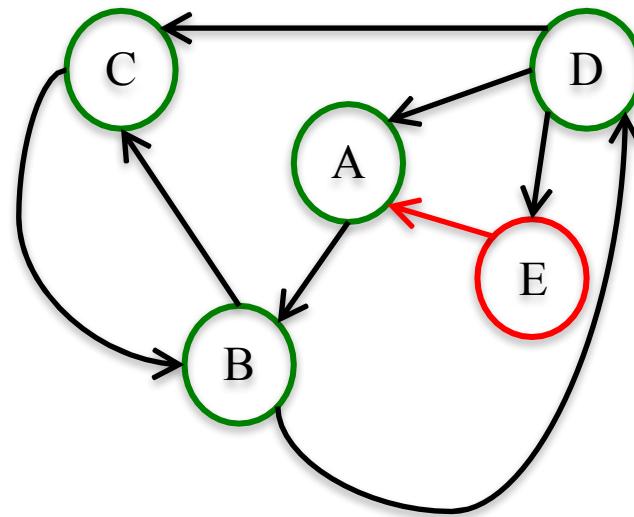


3. PageRank (PASO 1)



Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New					

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5$$

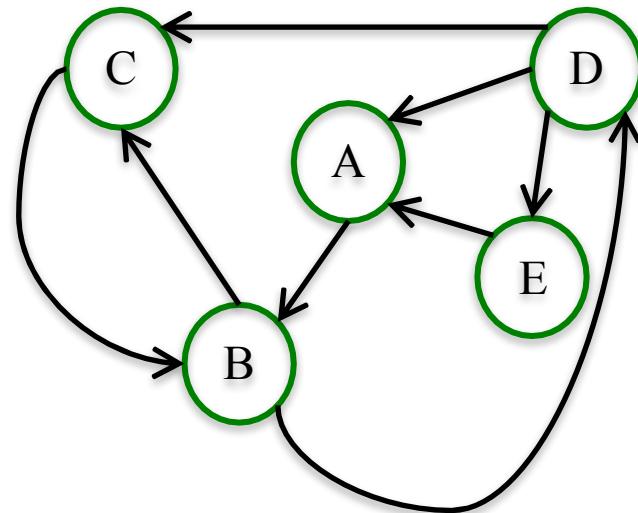


3. PageRank (PASO 1)



Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New					

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

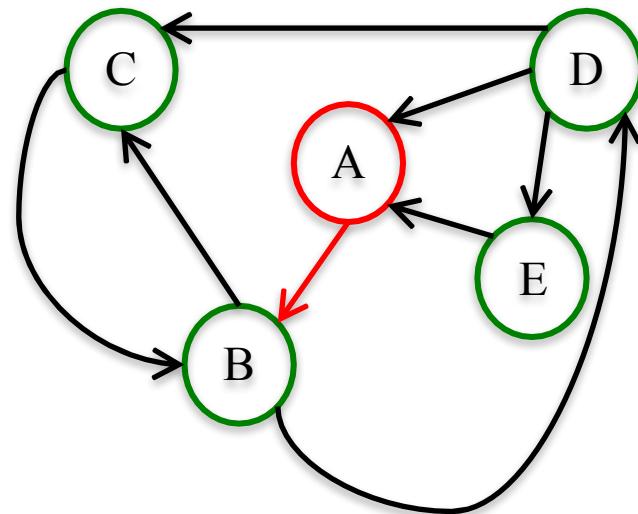


3. PageRank (PASO 1)

Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15				

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5$$

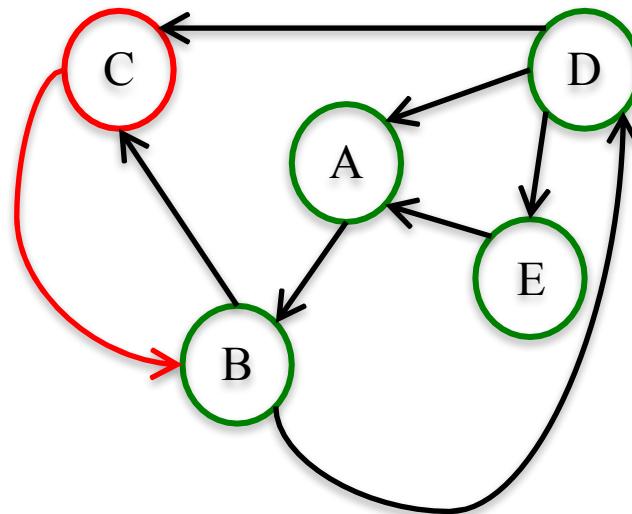


3. PageRank (PASO 1)

Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15				

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5$$



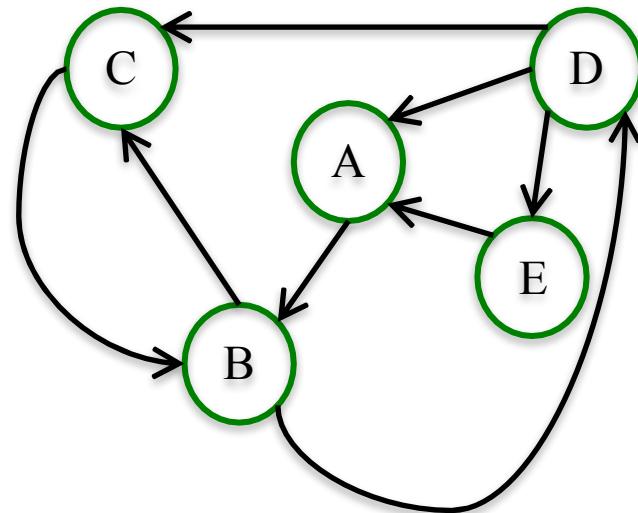
3. PageRank (PASO 1)



Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15	2/5			

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5 = 2/5$$



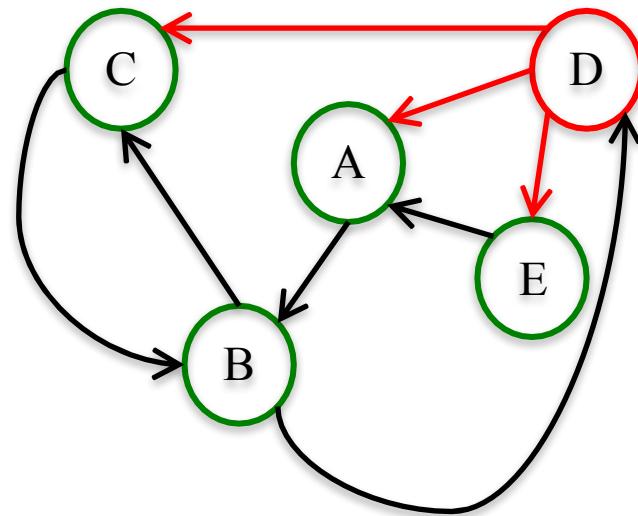
3. PageRank (PASO 1)

Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15	2/5			

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5 = 2/5$$

$$C: (1/3)*(1/5)$$



3. PageRank (PASO 1)

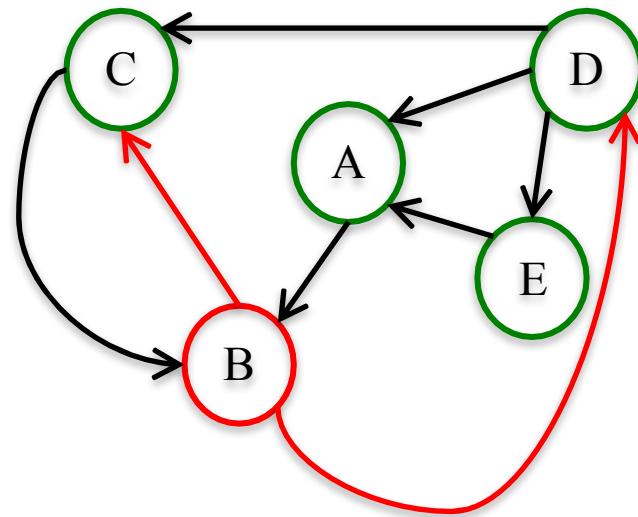


Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15	2/5			

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5 = 2/5$$

$$C: (1/3)*(1/5) + (1/2)*(1/5)$$



3. PageRank (PASO 1)

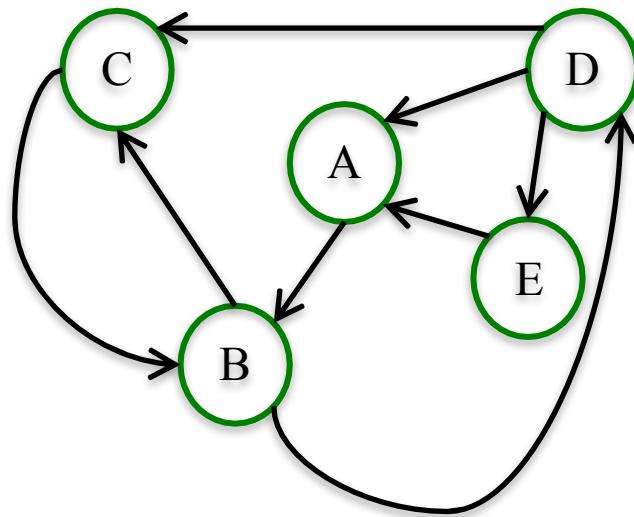


Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15	2/5	1/6		

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5 = 2/5$$

$$C: (1/3)*(1/5) + (1/2)*(1/5) = 5/30 = 1/6$$



3. PageRank (PASO 1)

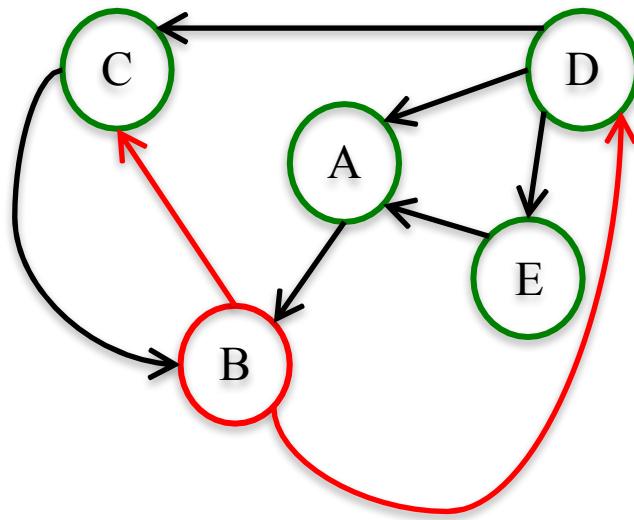
Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15	2/5	1/6		

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5 = 2/5$$

$$C: (1/3)*(1/5) + (1/2)*(1/5) = 5/30 = 1/6$$

$$D: (1/2)*(1/5)$$



3. PageRank (PASO 1)

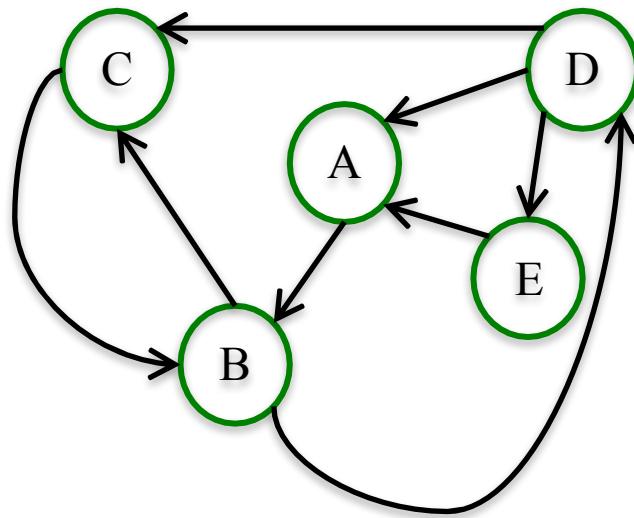
Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15	2/5	1/6	1/10	

$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5 = 2/5$$

$$C: (1/3)*(1/5) + (1/2)*(1/5) = 5/30 = 1/6$$

$$D: (1/2)*(1/5) = 1/10$$



3. PageRank (PASO 1)



Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15	2/5	1/6	1/10	

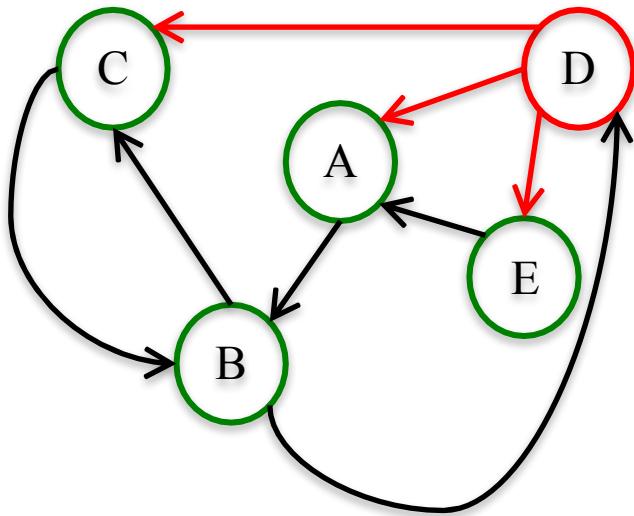
$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5 = 2/5$$

$$C: (1/3)*(1/5) + (1/2)*(1/5) = 5/30 = 1/6$$

$$D: (1/2)*(1/5) = 1/10$$

$$E: (1/3)*(1/5)$$



3. PageRank (PASO 1)



Page Rank ($k = 1$)					
	A	B	C	D	E
Old	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
New	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15

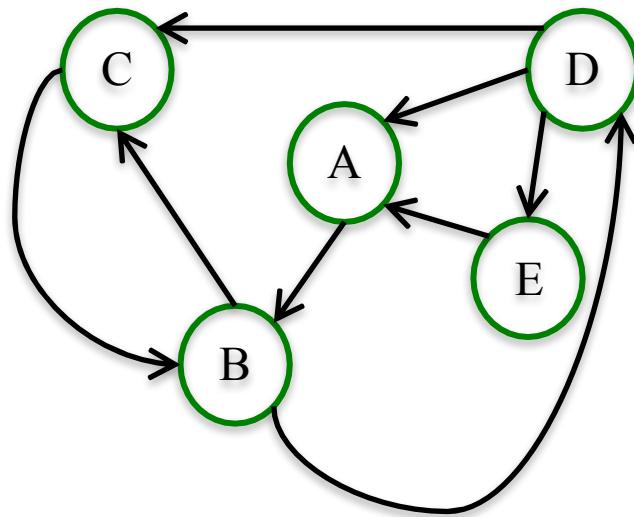
$$A: (1/3)*(1/5) + 1/5 = 4/15$$

$$B: 1/5 + 1/5 = 2/5$$

$$C: (1/3)*(1/5) + (1/2)*(1/5) = 5/30 = 1/6$$

$$D: (1/2)*(1/5) = 1/10$$

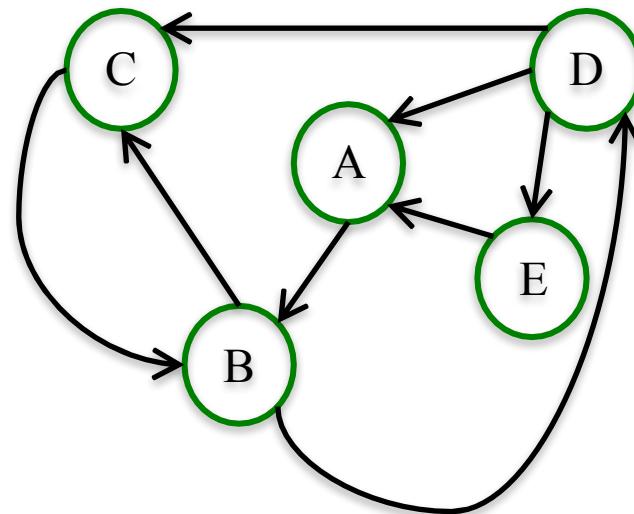
$$E: (1/3)*(1/5) = 1/15$$



3. PageRank (PASO 2)



Page Rank ($k = 2$)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New					

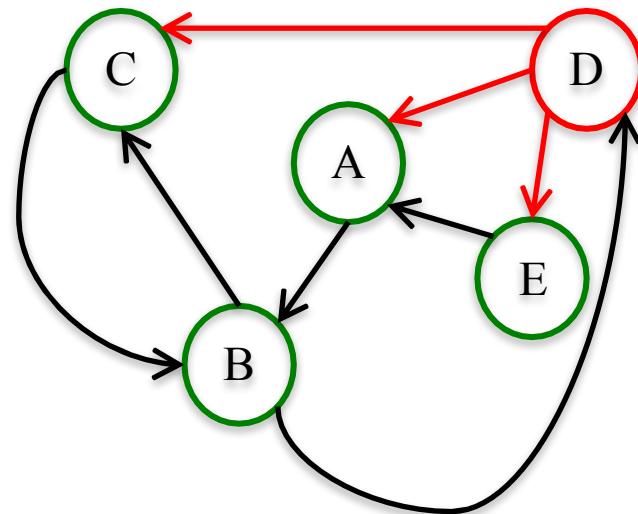


3. PageRank (PASO 2)



Page Rank ($k = 2$)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New					

$$A: (1/3) * (1/10)$$

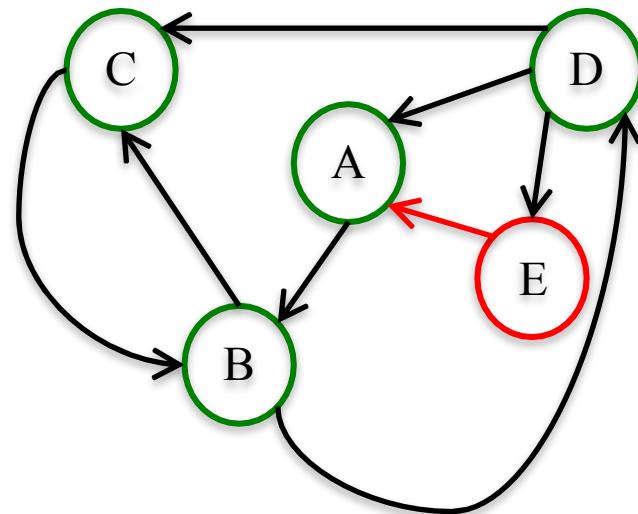


3. PageRank (PASO 2)



Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New					

$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15$$

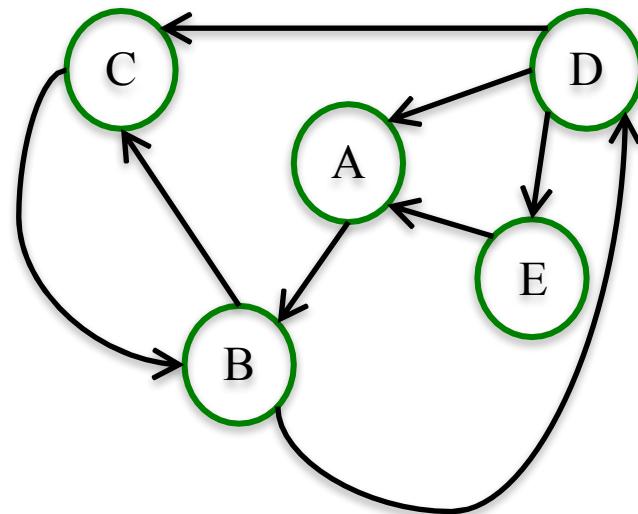


3. PageRank (PASO 2)



Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10				

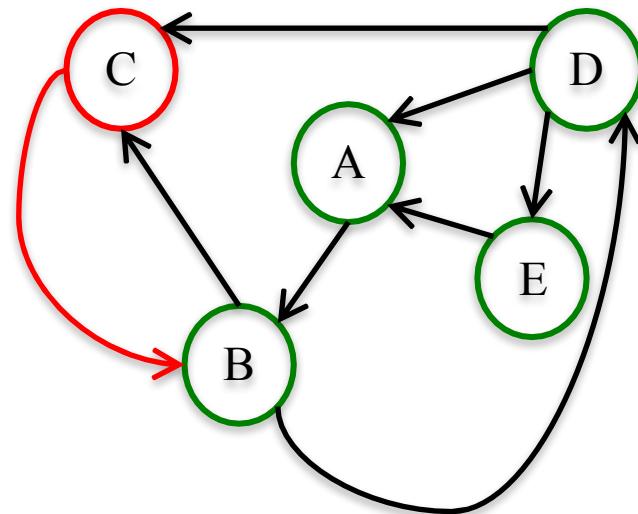
$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$



3. PageRank (PASO 2)

Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10				

$$\begin{aligned} A: & (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10 \\ B: & 1/6 \end{aligned}$$

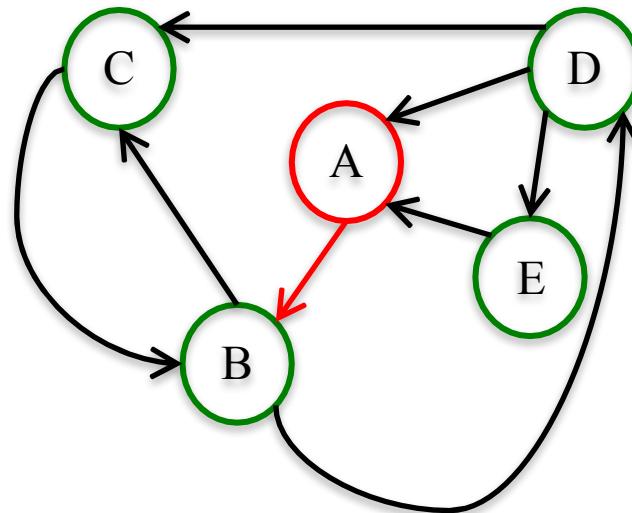


3. PageRank (PASO 2)



Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10				

$$\begin{aligned} A: & (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10 \\ B: & 1/6 + 4/15 \end{aligned}$$



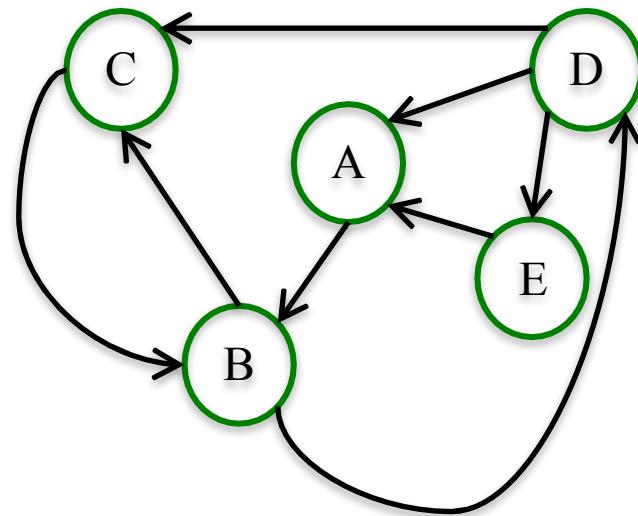
3. PageRank (PASO 2)



Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10	13/30			

$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$

$$B: 1/6 + 4/15 = 13/30$$



3. PageRank (PASO 2)

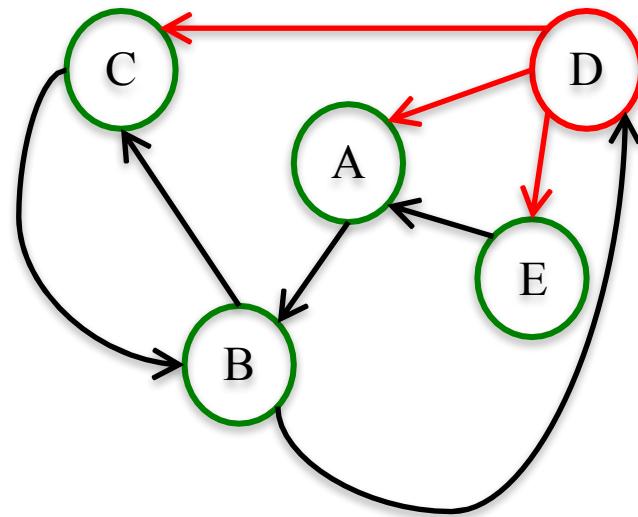


Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10	13/30			

$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$

$$B: 1/6 + 4/15 = 13/30$$

$$C: (1/3)*(1/10)$$



3. PageRank (PASO 2)

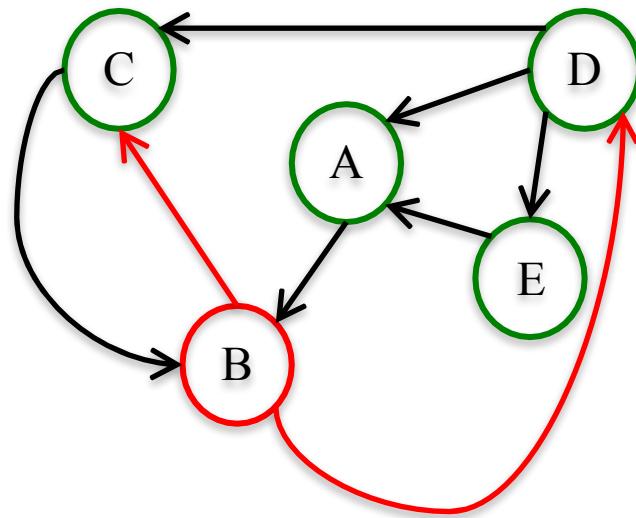


Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10	13/30			

$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$

$$B: 1/6 + 4/15 = 13/30$$

$$C: (1/3)*(1/10) + (1/2)*(2/5)$$



3. PageRank (PASO 2)

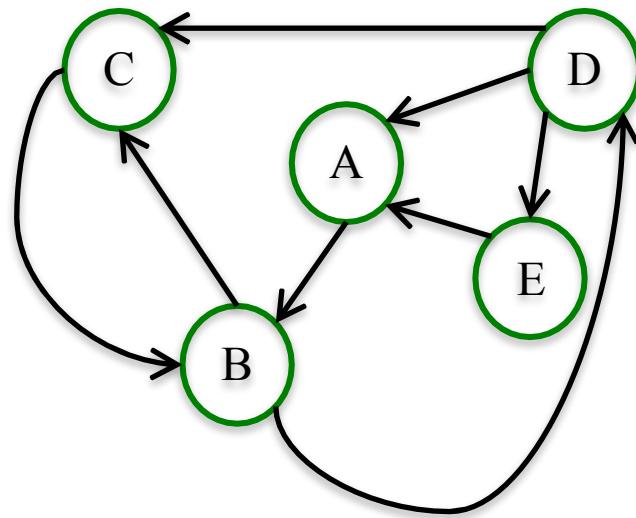


Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10	13/30	7/30		

$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$

$$B: 1/6 + 4/15 = 13/30$$

$$C: (1/3)*(1/10) + (1/2)*(2/5) = 7/30$$



3. PageRank (PASO 2)



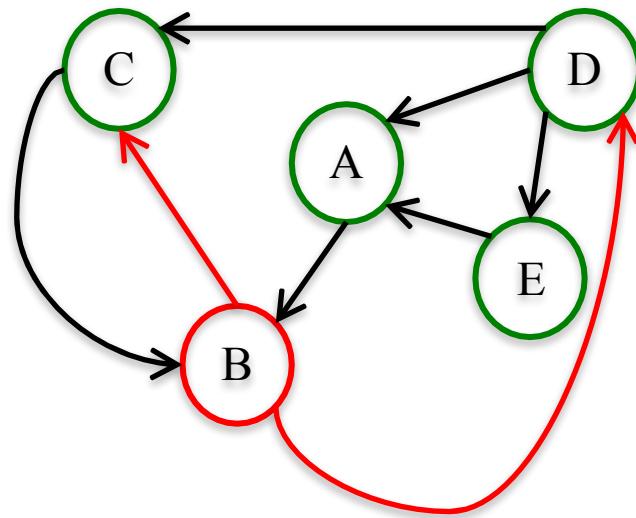
Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10	13/30	7/30		

$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$

$$B: 1/6 + 4/15 = 13/30$$

$$C: (1/3)*(1/10) + (1/2)*(2/5) = 7/30$$

$$D: (1/2)*(2/5)$$



3. PageRank (PASO 2)



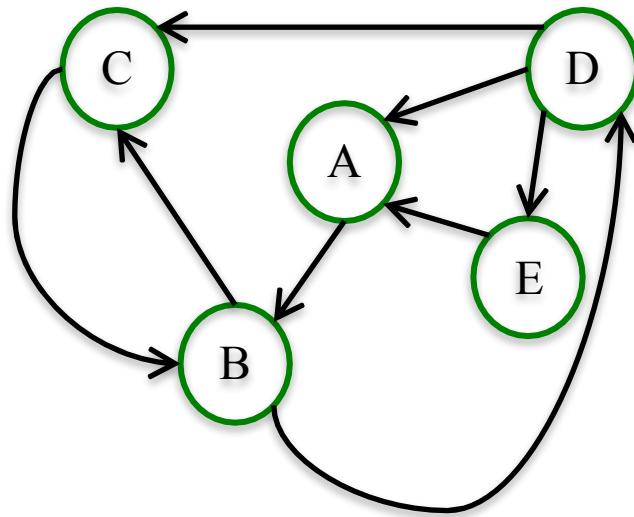
Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10	13/30	7/30	2/10	

$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$

$$B: 1/6 + 4/15 = 13/30$$

$$C: (1/3)*(1/10) + (1/2)*(2/5) = 7/30$$

$$D: (1/2)*(2/5) = 2/10$$



3. PageRank (PASO 2)



Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10	13/30	7/30	2/10	

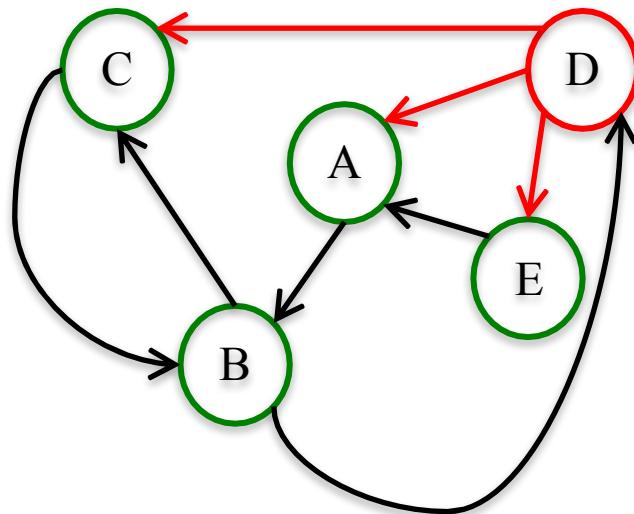
$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$

$$B: 1/6 + 4/15 = 13/30$$

$$C: (1/3)*(1/10) + (1/2)*(2/5) = 7/30$$

$$D: (1/2)*(2/5) = 2/10$$

$$E: (1/3)*(1/10)$$



3. PageRank (PASO 2)



Page Rank (k = 2)					
	A	B	C	D	E
Old	4/15	2/5	1/6	1/10	1/15
New	1/10	13/30	7/30	2/10	1/30

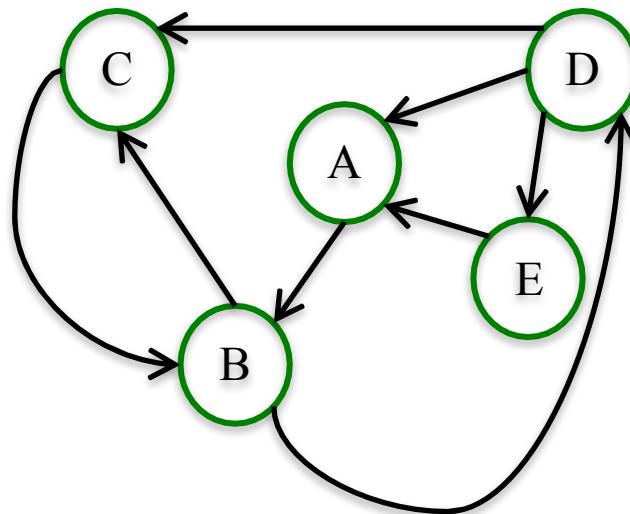
$$A: (1/3)*(1/10) + 1/15 = 1/10$$

$$B: 1/6 + 4/15 = 13/30$$

$$C: (1/3)*(1/10) + (1/2)*(2/5) = 7/30$$

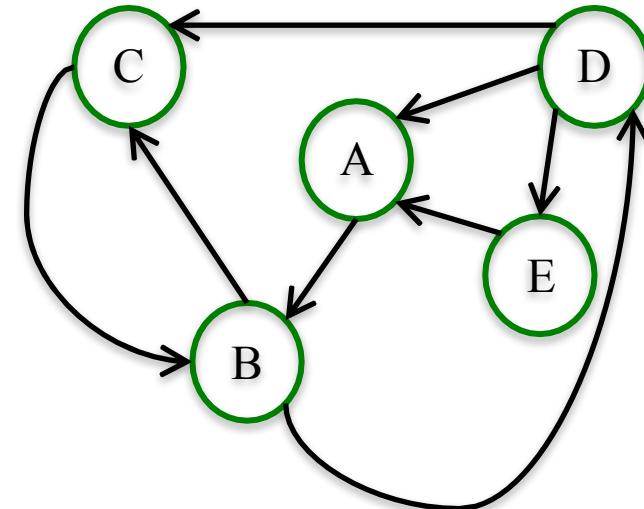
$$D: (1/2)*(2/5) = 2/10$$

$$E: (1/3)*(1/10) = 1/30$$



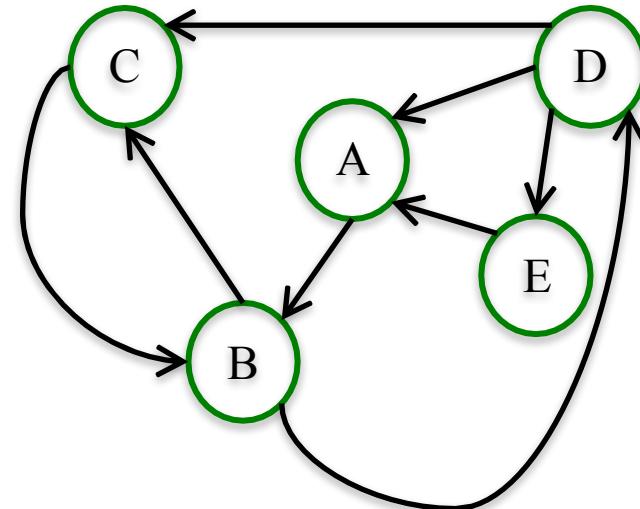
3. PageRank

	Page Rank				
	A	B	C	D	E
k=2	1/10	13/30	7/30	2/10	1/30
k=2	.1	.43	.23	.20	.03



3. PageRank

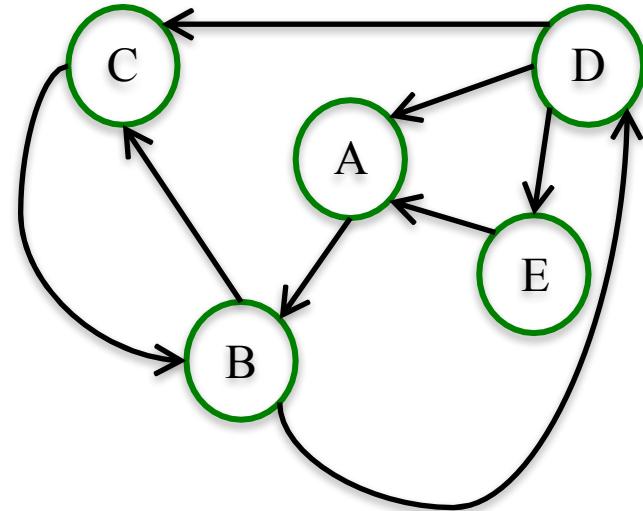
	Page Rank				
	A	B	C	D	E
k=2	1/10	13/30	7/30	2/10	1/30
k=2	.1	.43	.23	.20	.03
k=3	.1	.33	.28	.22	.06



3. PageRank

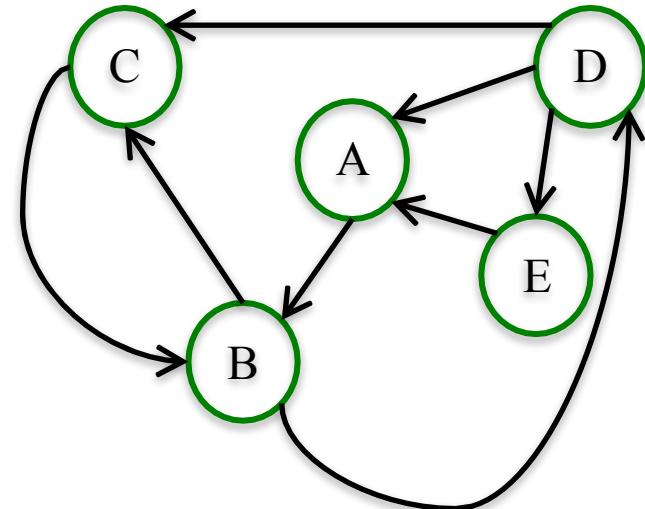
	Page Rank				
	A	B	C	D	E
k=2	1/10	13/30	7/30	2/10	1/30
k=2	.1	.43	.23	.20	.03
k=3	.1	.33	.28	.22	.06

¿Y si continuáramos con $k = 4,5,6,\dots?$



3. PageRank

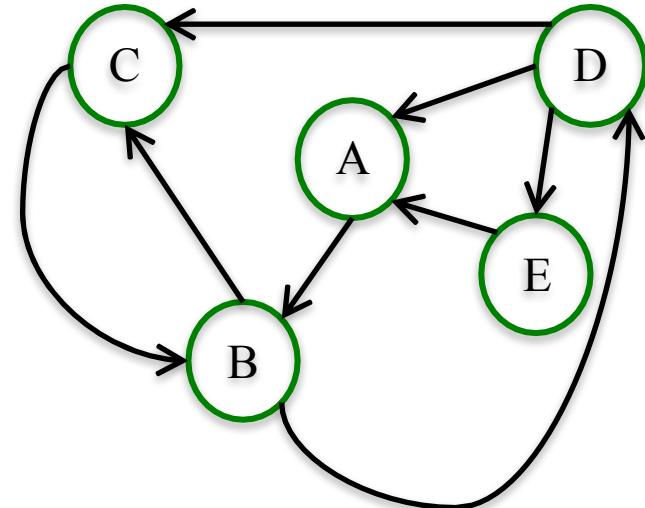
	Page Rank				
	A	B	C	D	E
k=2	1/10	13/30	7/30	2/10	1/30
k=2	.1	.43	.23	.20	.03
k=3	.1	.33	.28	.22	.06
k= ∞	.12	.38	.25	.19	.06



¿Y si continuáramos con $k = 4, 5, 6, \dots$?

3. PageRank

	Page Rank				
	A	B	C	D	E
k=2	1/10	13/30	7/30	2/10	1/30
k=2	.1	.43	.23	.20	.03
k=3	.1	.33	.28	.22	.06
k= ∞	.12	.38	.25	.19	.06



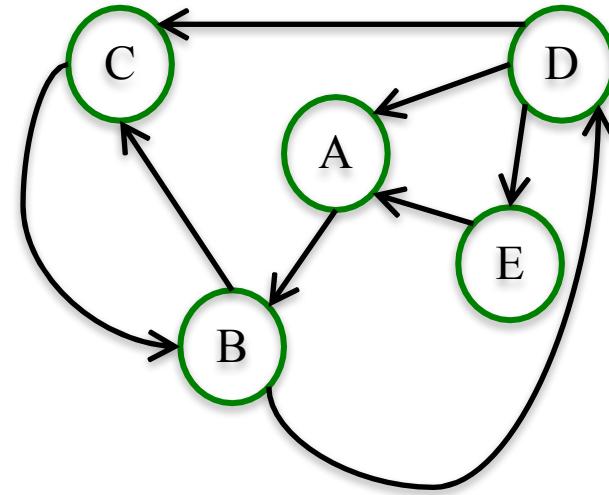
¿Y si continuáramos con $k = 4, 5, 6, \dots$?

En la mayoría de redes, PageRank acaba convergiendo

3. PageRank



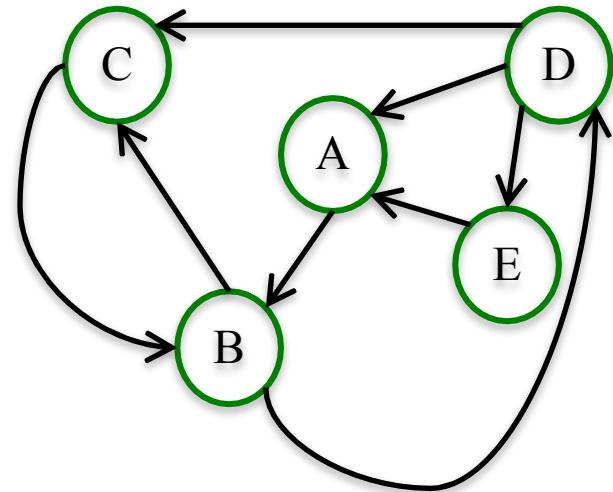
El **PageRank** de un nodo en el paso k es la probabilidad de que haciendo un **recorrido aleatorio** se llegue a ese nodo después de dar k pasos.



3. PageRank

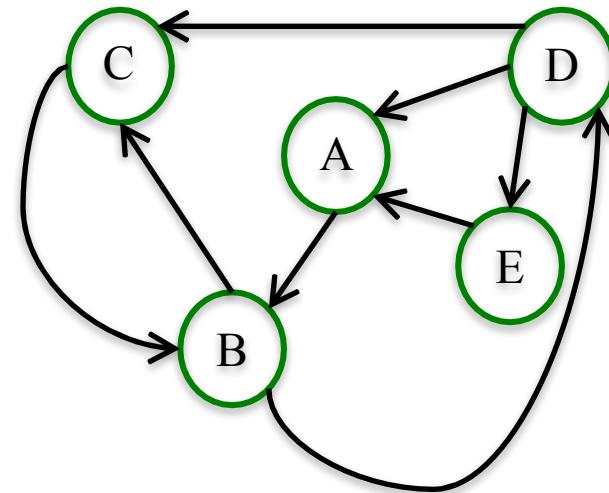
Ejemplo: **0.38** sería la probabilidad de llegar a **B** tras k pasos habiendo hecho un recorrido aleatorio.

	Page Rank				
	A	B	C	D	E
$k=\infty$.12	.38	.25	.19	.06



3. PageRank

Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

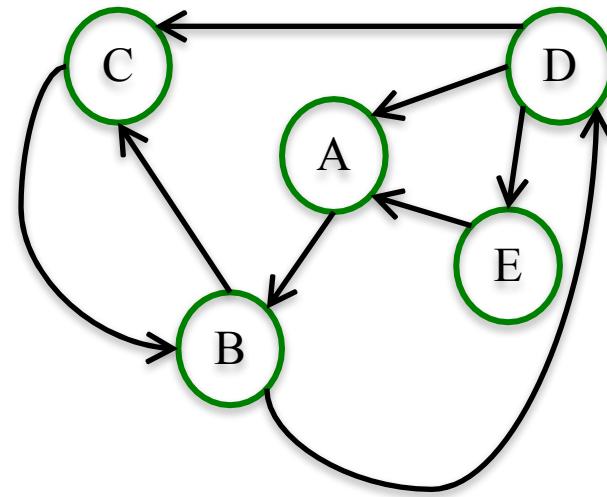


3. PageRank



Recorrido aleatorio de 'k' pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo



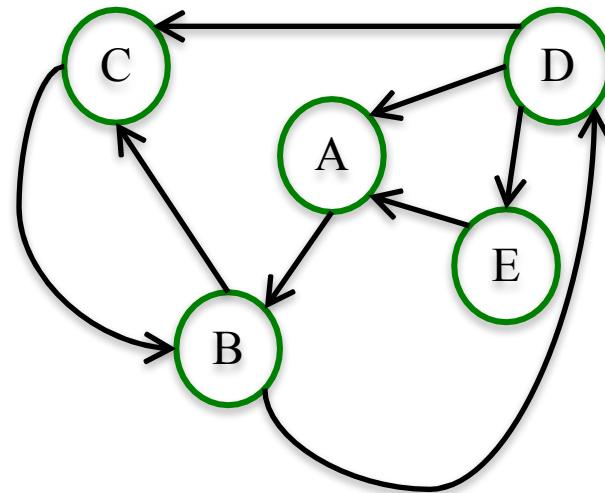
3. PageRank



Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.



3. PageRank

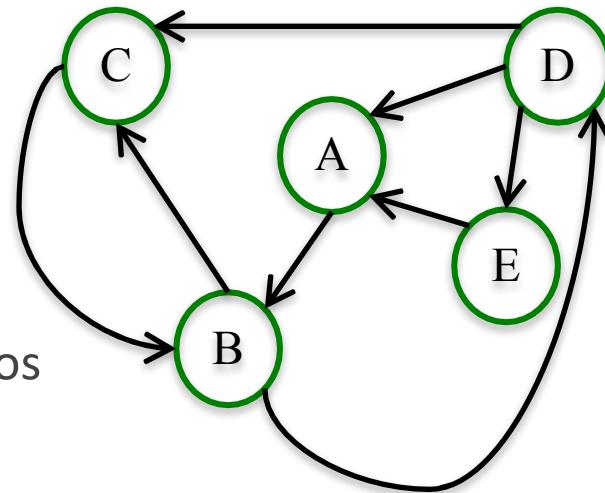


Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.

Por ejemplo, un recorrido aleatorio de 5 pasos en este gráfico sería así:



3. PageRank



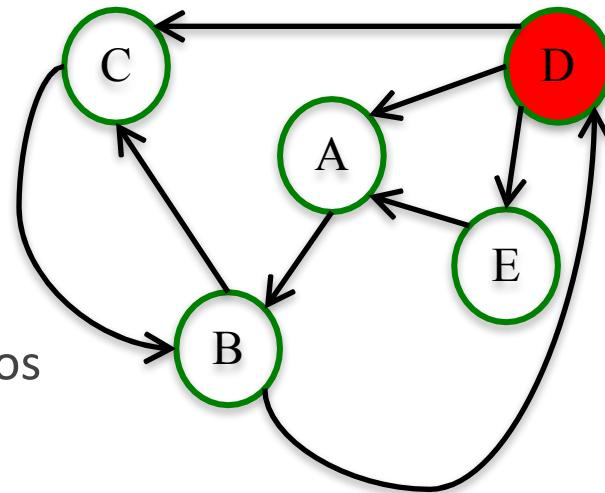
Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.

Por ejemplo, un recorrido aleatorio de 5 pasos en este gráfico sería así:

Paso 1: elige un nodo aleatorio.



3. PageRank



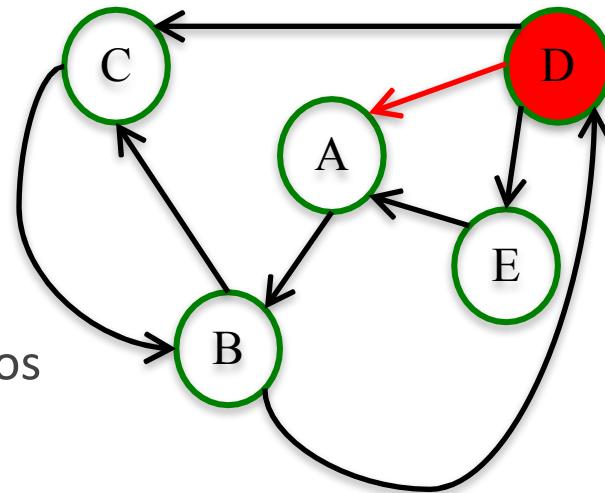
Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.

Por ejemplo, un recorrido aleatorio de 5 pasos en este gráfico sería así:

Paso 1: elige un enlace saliente al azar



3. PageRank

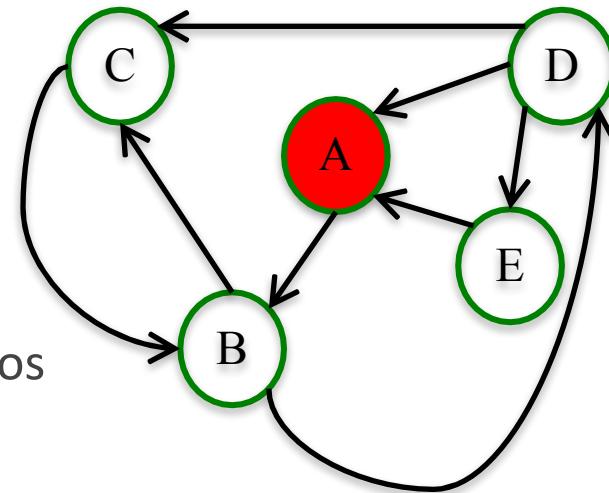


Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.

Por ejemplo, un recorrido aleatorio de 5 pasos en este gráfico sería así:



Paso 1: pasamos al nodo donde lleve el siguiente enlace

3. PageRank



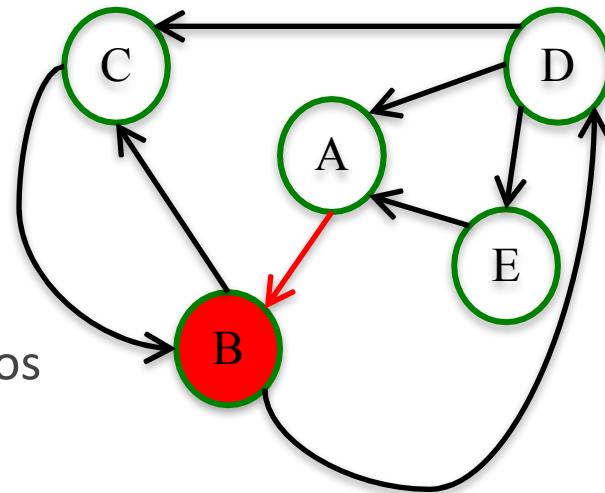
Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.

Por ejemplo, un recorrido aleatorio de 5 pasos en este gráfico sería así:

Paso 2: se elige un nodo al azar y se sigue



3. PageRank



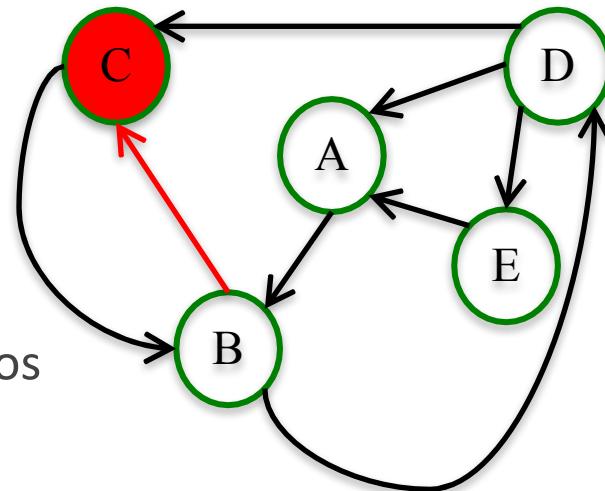
Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.

Por ejemplo, un recorrido aleatorio de 5 pasos en este gráfico sería así:

Paso 3: se elige un nodo al azar y se sigue



3. PageRank



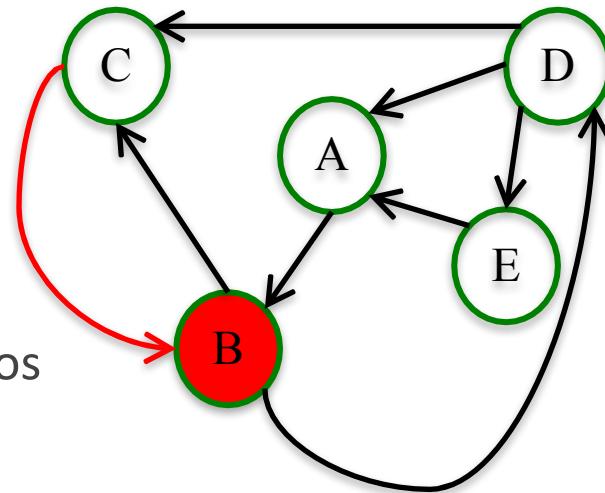
Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.

Por ejemplo, un recorrido aleatorio de 5 pasos en este gráfico sería así:

Paso 4: se elige un nodo al azar y se sigue



3. PageRank



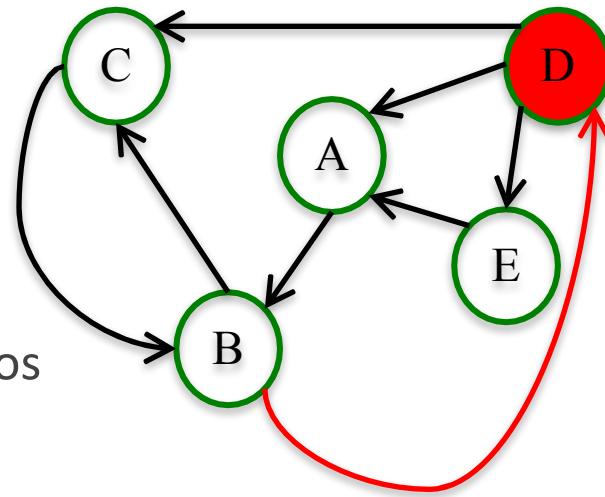
Recorrido aleatorio de ‘k’ pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

Repetir k veces.

Por ejemplo, un recorrido aleatorio de 5 pasos en este gráfico sería así:

Paso 5: se elige un nodo al azar y se sigue



3. PageRank

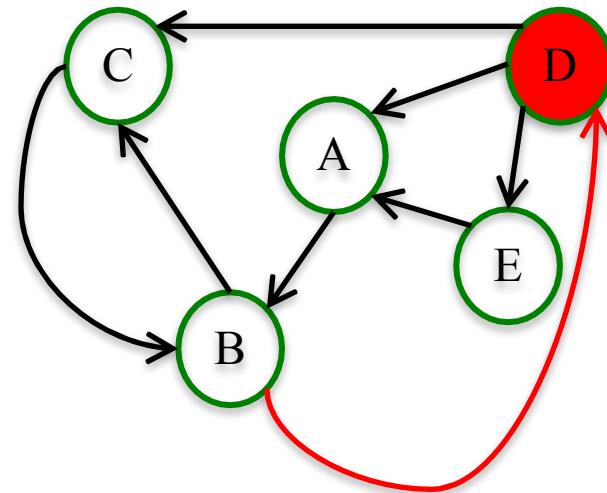


Recorrido aleatorio de 'k' pasos:
comienza en un nodo aleatorio.

Luego, hay que elegir un enlace saliente al azar y seguirlo hasta el siguiente nodo

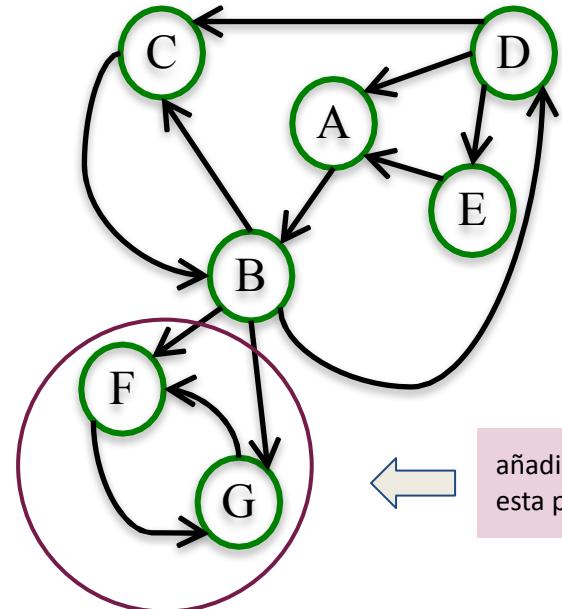
Repetir k veces.

	Page Rank				
	A	B	C	D	E
$k=\infty$.12	.38	.25	.19	.06



3. PageRank

¿Cuál es el *PageRank* de los nodos en esta red?

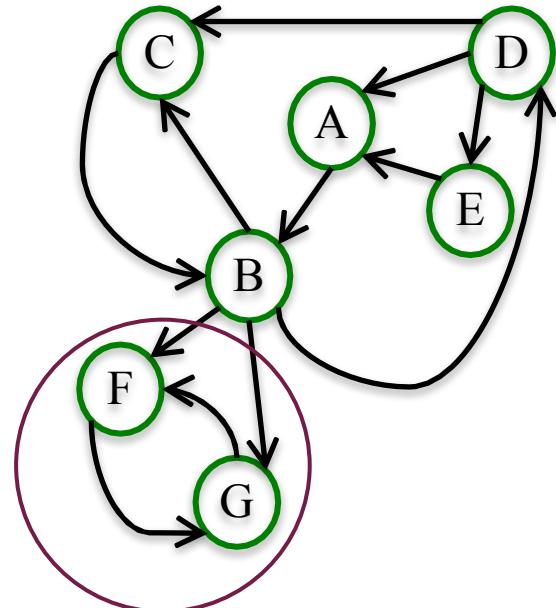


añadimos
esta parte

3. PageRank

¿Cuál es el *PageRank* de los nodos en esta red?

Problema: Para un k alto, si calculáramos el *PageRank* de **F** y **G**, veríamos que el resultado acaba siendo $\frac{1}{2}$ y 0 para todos los demás nodos.



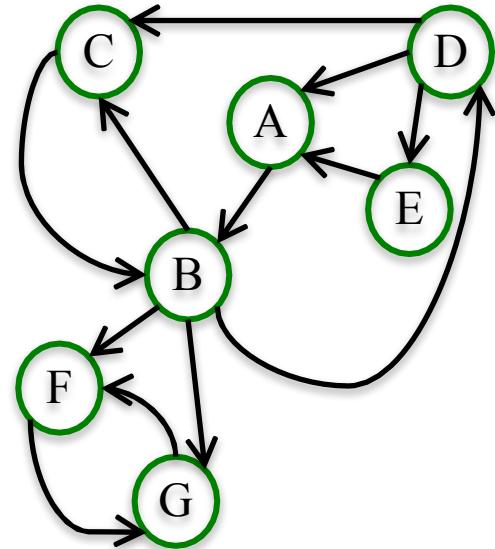
3. PageRank

¿Cuál es el *PageRank* de los nodos en esta red?

Problema: Para un k alto, si calculáramos el *PageRank* de **F** y **G**, veríamos que el resultado acaba siendo $\frac{1}{2}$ y 0 para todos los demás nodos.

¿Por qué?

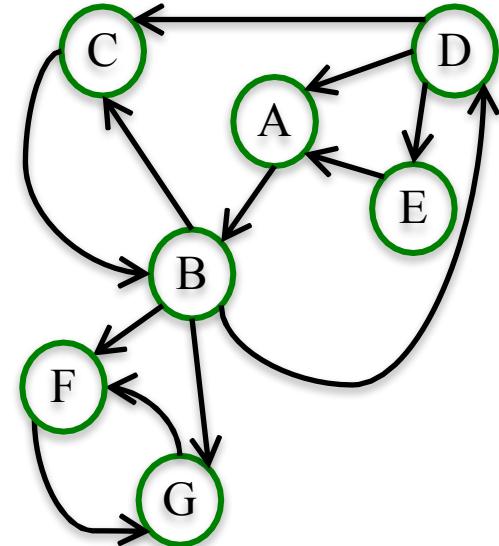
Imaginemos un recorrido aleatorio en esta red. Cada vez que el recorrido llega a **F** o **G**, entra en bucle.



3. PageRank



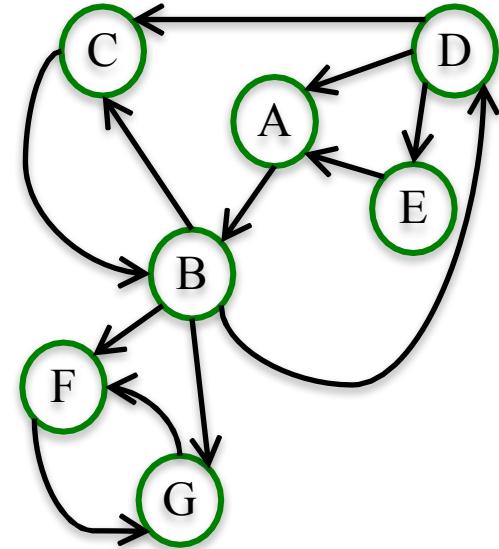
- El *PageRank básico* de un nodo se puede interpretar como la probabilidad de que un recorrido aleatorio llegue al nodo después de k pasos aleatorios.
- El *PageRank básico* tiene el problema de que, en algunas redes, unos pocos nodos pueden “absorber” todo el *PageRank* de la red.



3. PageRank



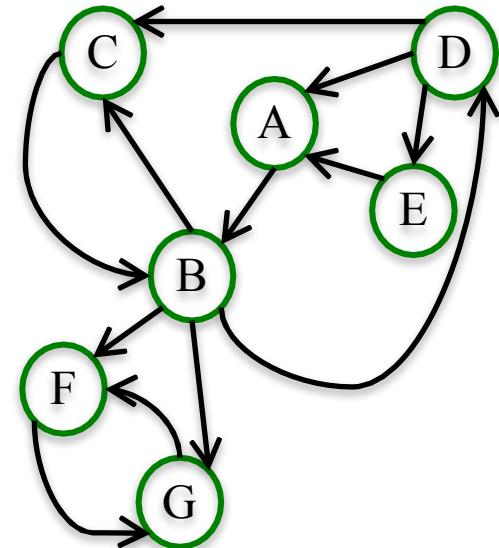
- Para solucionar este problema, **Scaled PageRank** introduce el llamado “**factor de amortiguación**”, representado por α .
- El **Scaled PageRank** de k pasos y el factor de amortiguamiento α de un nodo n es la probabilidad de saltar a cierto nodo aplicando el factor de amortiguación.



3. Scaled PageRank



- En cada nodo se toma la decisión de seguir un vínculo con probabilidad α o de seguir por otro nodo con probabilidad $1 - \alpha$
- El factor de amortiguación suele ser un valor entre **0.8** y **0.9**.
- Así el recorrido aleatorio ya no se "atascaría" en los nodos F y G.

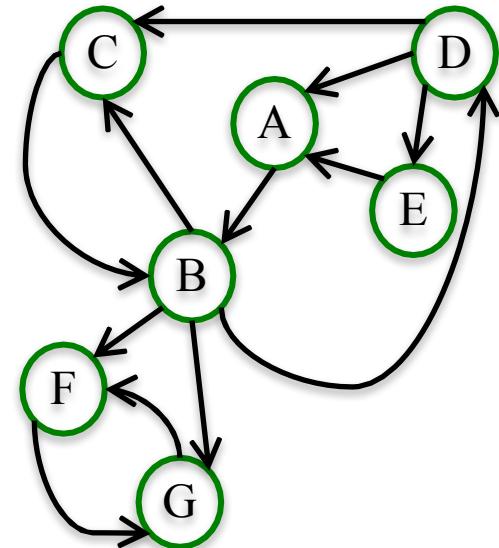


3. Scaled PageRank



Scaled PageRank ($\alpha = .8, k \text{ large}$)						
A	B	C	D	E	F	G
.08	.17	.1	.08	.05	.27	.25

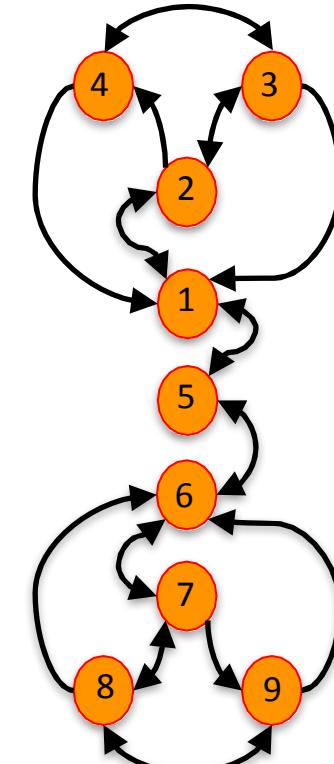
- F y G todavía tienen un alto PageRank, pero no todo el PageRank.
- El factor de amortiguamiento funciona mejor en redes muy grandes como la Web o redes sociales grandes.
- Se puede utilizar el *PageRank* de la función NetworkX **pagerank(G, alpha = 0,8)** para calcular el “scaled page rank” de la red G con el parámetro de amortiguación alfa.



4. Comparativa medidas de centralidad



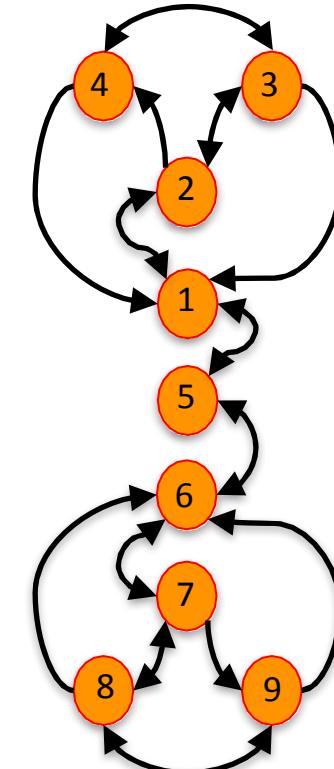
¿Qué medida de centralidad puede ser la más idónea?



4. Comparativa medidas de centralidad



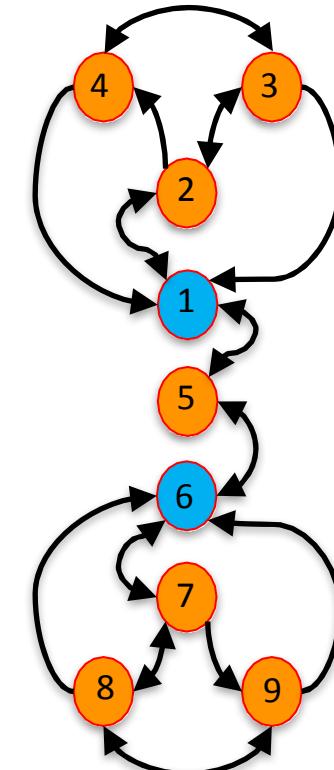
In-Deg



4. Comparativa medidas de centralidad



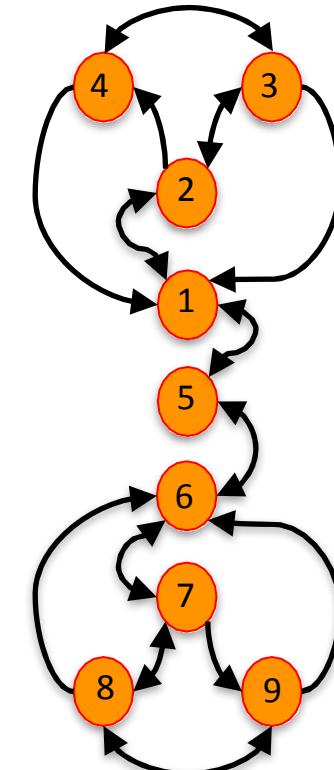
In-Deg
1
6



4. Comparativa medidas de centralidad



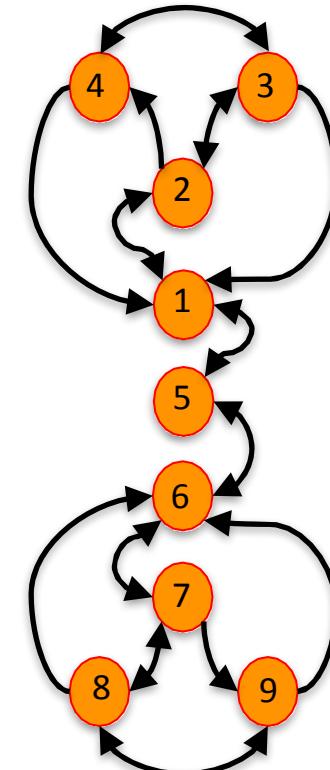
In-Deg
1
6
2
3
4
5
7
8
9



4. Comparativa medidas de centralidad

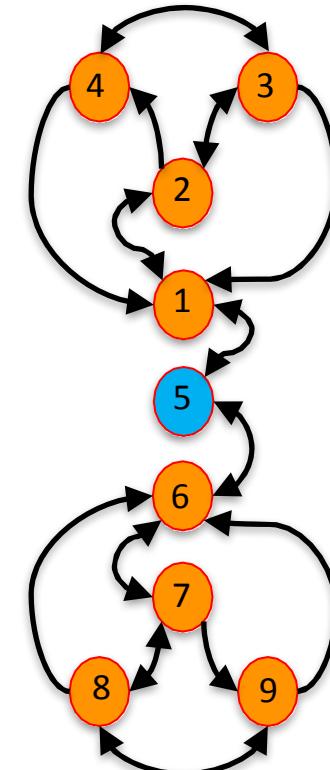


In-Deg	Intermediación
1	
6	
2	
3	
4	
5	
7	
8	
9	



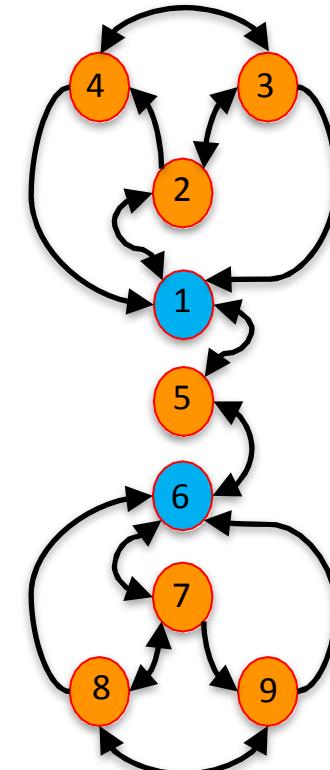
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación
1	5
6	
2	
3	
4	
5	
7	
8	
9	



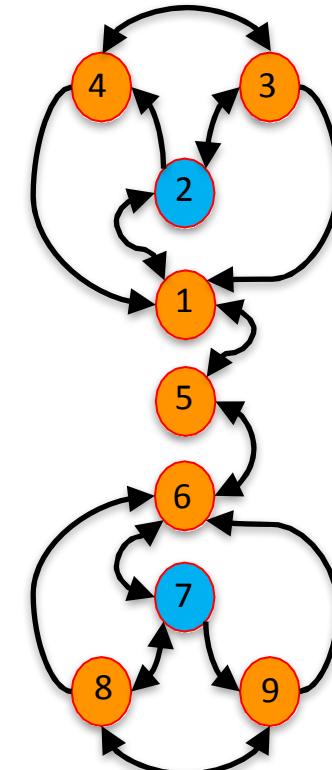
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación
1	5
6	1
2	6
3	
4	
5	
7	
8	
9	



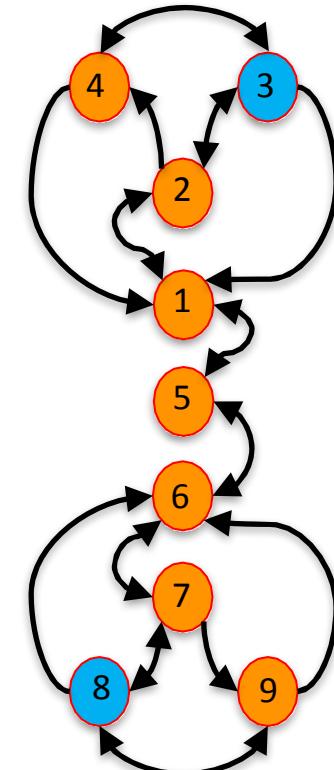
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación
1	5
6	1
2	6
3	2
4	7
5	
7	
8	
9	



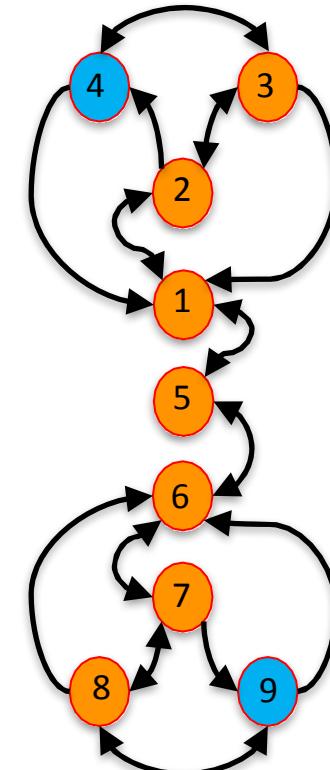
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación
1	5
6	1
2	6
3	2
4	7
5	3
7	8
8	
9	



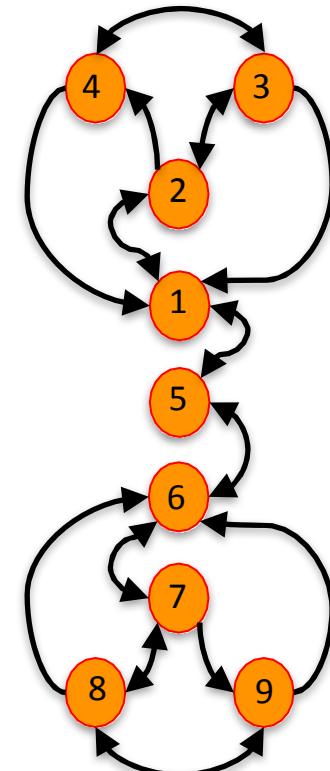
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación
1	5
6	1
2	6
3	2
4	7
5	3
7	8
8	4
9	9



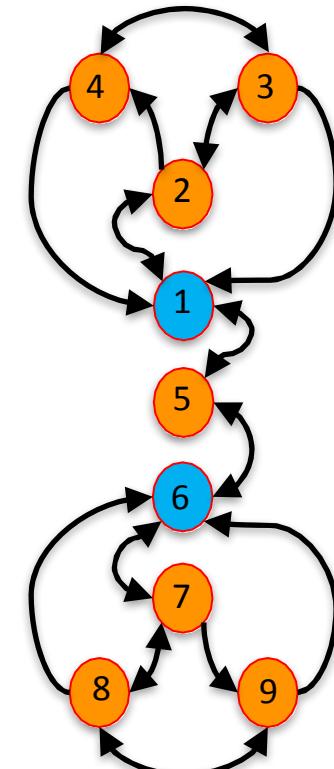
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación	PageRank
1	5	
6	1	
2	6	
3	2	
4	7	
5	3	
7	8	
8	4	
9	9	



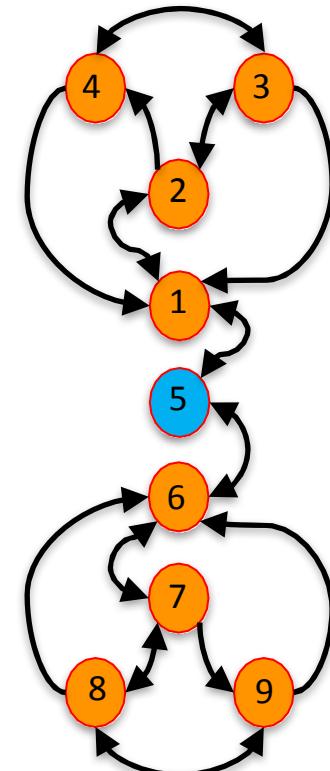
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación	PageRank
1	5	1
6	1	6
2	6	
3	2	
4	7	
5	3	
7	8	
8	4	
9	9	



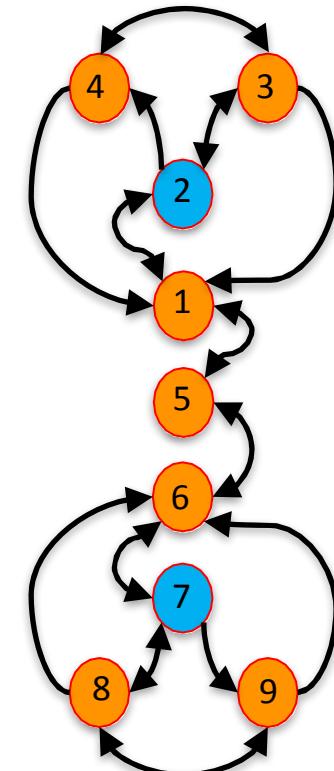
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación	PageRank
1	5	1
6	1	6
2	6	5
3	2	
4	7	
5	3	
7	8	
8	4	
9	9	



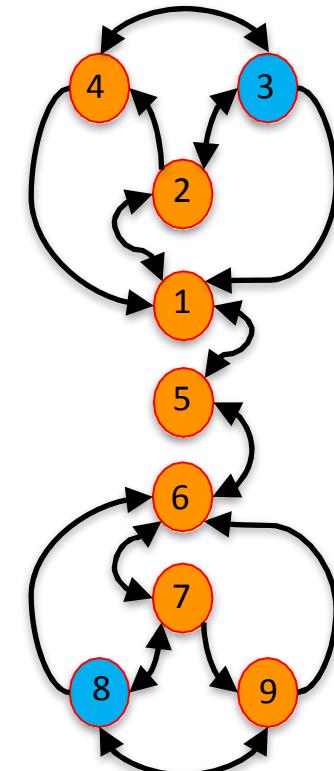
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación	PageRank
1	5	1
6	1	6
2	6	5
3	2	2
4	7	7
5	3	
7	8	
8	4	
9	9	



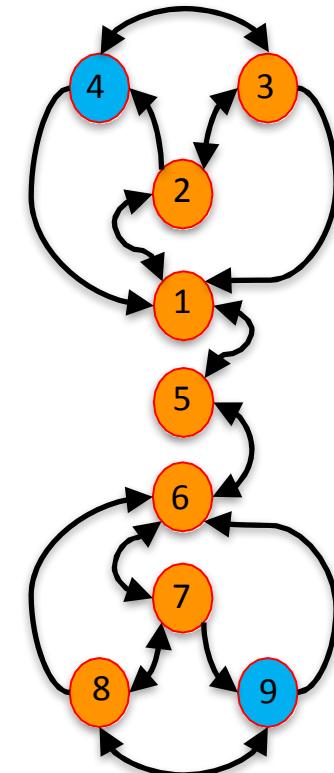
4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación	PageRank
1	5	1
6	1	6
2	6	5
3	2	2
4	7	7
5	3	3
7	8	8
8	4	
9	9	



4. Comparativa medidas de centralidad

In-Deg	Intermediación	PageRank
1	5	1
6	1	6
2	6	5
3	2	2
4	7	7
5	3	3
7	8	8
8	4	4
9	9	9



4. Comparativa medidas de centralidad



- En este ejemplo, ningún par de medidas de centralidad produce exactamente la misma clasificación de nodos, pero tienen algunos puntos en común.
- Las medidas de centralidad hacen suposiciones diferentes sobre lo que significa ser un nodo "central", por lo tanto, producen diferentes rankings.
- La mejor medida de centralidad depende del **contexto** de la red que se esté analizando.
- Al identificar los nodos centrales, generalmente es mejor usar varias medidas de centralidad en lugar de confiar en una sola.

