

目 录

1 PINN 开发进展.....	2
1.1 问题描述	2
1.2 数据集生成	2
1.3 PINN 代码介绍	5
1.3.1 模型定义	5
1.3.2 设置物理参数及方向向量	5
1.3.3 定义 PINN 损失函数.....	6
1.3.4 训练数据	6
1.3.6 预测结果	6

1 PINN 开发进展

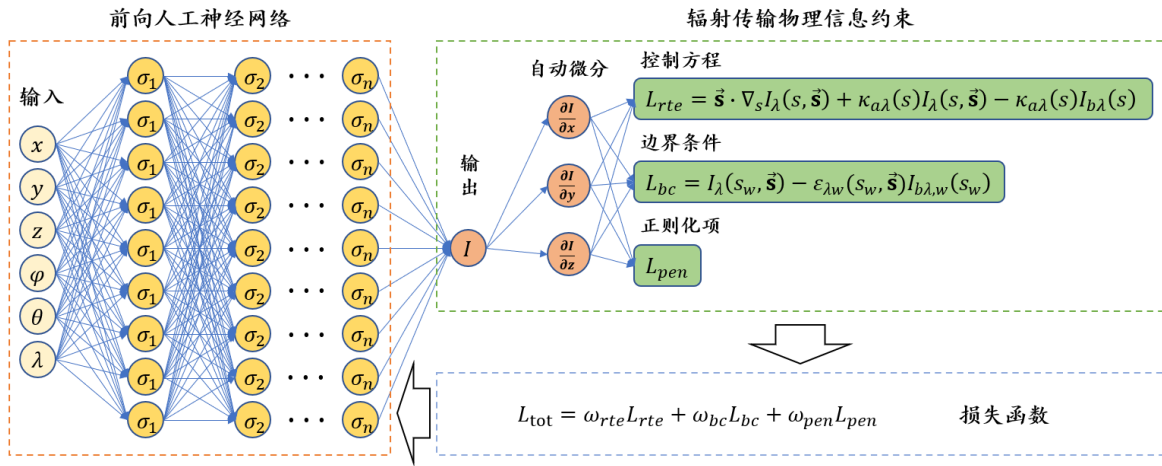
1.1 问题描述

考虑稳态纯吸收介质的辐射传输问题求解，暂时不考虑气体介质散射项以及固体壁面反射积分项，可以得到控制方程及边界条件如下：

$$\frac{dI_\lambda(s, \vec{s})}{ds} = \kappa_\lambda I_{b\lambda}(s) - \kappa_\lambda I_\lambda(s, \vec{s}) \quad (1-1)$$

$$I_\lambda(s_w, \vec{s}) = \varepsilon_{\lambda w}(s_w, \vec{s}) I_{b\lambda, w}(s_w) \quad (1-2)$$

搭建 PINN 结构如下图（与上一版主要差别为不考虑初始条件约束）：



1.2 数据集生成

1.2.1 视在光线法

视在光线法（Line-Of-Sight, LOS）是一种可以快速准确求解纯吸收介质任意方向的方向光谱辐射强度的方法。由于是在纯吸收介质中，散射效应忽略不计，因此辐射能量在传输过程中的方向不会发生改变，即可以用射线追踪的思想去模拟辐射能量在介质中的传输过程，那么辐射传输问题就转化为忽略散射项的一维辐射传输方程求解问题。此类辐射传输问题可以在每一个计算网格内得到辐射传输方程的解析解，要得到这一射线的方向光谱辐射强度，只需对射线进行沿程积分，因此，视在光线法可以看成是辐射传输方程的一种解析解，具有非常高的计算精度。

1.2.2 算法模型

对于纯吸收介质，令 $\tau_\lambda = \kappa_\lambda ds$ 表示光学厚度（这里认为介质物性在一个网格内是均匀的，网格尺度与所研究问题的尺度相比足够小，因此这种假设是合理的），则式(1-1)可以转化为式(1-3)的形式：

$$\frac{dI_{\lambda}(r, \Omega)}{d\tau_{\lambda}} = I_{b\lambda}(r) - I_{\lambda}(r, \Omega) \quad (1-3)$$

在一个计算网格单元内，对式(1-3)进行求解，可以得到第 i 个计算网格内、 Ω 方向的方向光谱辐射强度，如式(1-4)所示：

$$I_{\lambda,i}(\Omega) = I_{b\lambda,i}(1 - e^{-\tau_{\lambda,i}}) + I_{\lambda,i-1}(\Omega)e^{-\tau_{\lambda,i}} \quad (1-4)$$

考虑三维立方体纯吸收介质模型，采用笛卡尔坐标进行研究，设边长为 1，不计立方体之外的周围背景辐射，并认为立方体之外的空间为完全透明且无散射的物质。

将该立方体进行网格划分，长宽高方向分别划分为 100 个等间距网格（网格划分可根据具体情况改变）。

观察式(1-4)可以发现，第 i 个网格 Ω 方向的方向光谱辐射强度由两部分组成：第一项为第 i 个网格内介质自身发生的辐射能量，第二项为从第 $i-1$ 个网格 Ω 方向出射并入射到第 i 个网格内的辐射能量。而视在光线法是对辐射能量传输的路径进行沿程积分，假设一根射线穿过圆柱体区域，该射线与计算网格的交点数为 n ，那么沿程积分后得到的方向光谱辐射强度也应该包含两部分，即射线与圆柱体第一个交点所在网格的自身发射项和剩余网格在 Ω 方向上经过沿程衰减后进入第一个交点所在网格的辐射能量项。于是，可以得到沿程积分后射线的方向光谱辐射强度，即式(1-5)：

$$I_{\lambda}(\Omega) = I_{b\lambda,n}(1 - e^{-\tau_{\lambda,n}}) + \sum_{i=1}^{n-1} \left[\exp\left(-\sum_{j=i+1}^{n-1} \tau_{\tau_j}\right) - \exp\left(-\sum_{j=i}^n \tau_{\tau_j}\right) \right] I_{b\lambda,i} \quad (1-5)$$

式中， τ_j 为射线与圆柱体计算网格第 j 个交点所在网格的光学厚度， $I_{b\lambda,i}$ 为第 j 个交点所在网格内介质自身发射的黑体光谱辐射强度。

每一个计算网格内介质自身发射的黑体光谱辐射强度可以通过普朗特黑体辐射定律求得，即对于第 i 个网格内介质自身发射的黑体光谱辐射强度为式(1-6)：

$$I_{b\lambda,i} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp[c_2 / (\lambda T_i)] - 1} \quad (1-6)$$

式中， $c_1 = 3.741832 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$ ，为普朗特定律第一辐射常数； $c_2 = 1.4388 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ ，为普朗特定律第二辐射常数； T_i 表示第 i 个网格内介质的温度（在一个网格内认为温度是均匀的）。

1.2.3 matlab 代码

```
% 几何参数
lx = 1; ly = 1; lz = 1;
x1 = [0, lx]; y1 = [0, ly]; z1 = [0, lz];
nx = 100; ny = 100; nz = 100;
nn = nx*ny*nz;

dx = lx/nx; dy = ly/ny; dz = lz/nz;

% 边界
bx = linspace(0, lx, nx+1);
by = linspace(0, ly, ny+1);
bz = linspace(0, lz, nz+1);

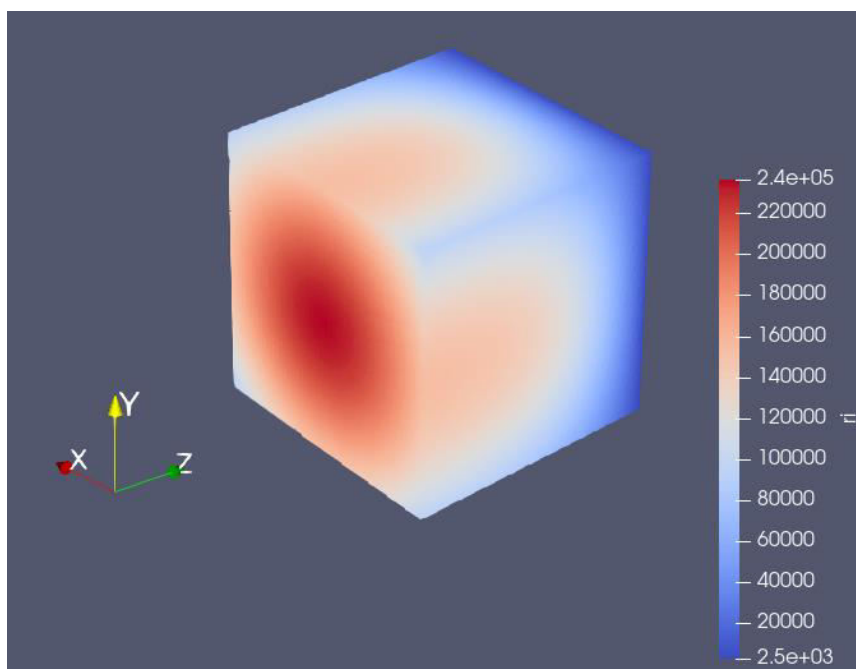
% 网格体积中心
cx = 0.5*dx:dx:lx-0.5*dx;
cy = 0.5*dy:dy:ly-0.5*dy;
cz = 0.5*dz:dz:lz-0.5*dz;
[y, x, z] = meshgrid(cy, cx, cz);
c_grid = [reshape(x, nn, 1) reshape(y, nn, 1) reshape(z, nn, 1)];

sigma = 5.67e-8;
% 吸收系数
ka = -2*((c_grid(:,1)-0.5).^2 + (c_grid(:,2)-0.5).^2 + (c_grid(:,3)-0.5).^2) + 5;
% 温度分布
T = -800*((c_grid(:,1)-0.5).^2 + (c_grid(:,2)-0.5).^2 + (c_grid(:,3)-0.5).^2) + 2000;

theta = 0; % 天顶角
phi = 0; % 圆周角
ux = sind(theta)*cosd(phi);
uy = sind(theta)*sind(phi);
uz = cosd(theta);
```

以上为 LOS 代码的部分展示，用于生成立方体内方向辐射强度的训练数据集。X、Y 坐标范围为[0.005,0.995]，Z 坐标范围为[0.01,0.99]，坐标间隔均为 0.01，共生成数据集包含 $100 \times 100 \times 99$ 组数据点。

x	y	z	ri	0.995	0.715	0.99	4233.8
0.005	0.005	0.01	95058	0.995	0.725	0.99	4186.7
0.005	0.015	0.01	97017	0.995	0.735	0.99	4138
0.005	0.025	0.01	98965	0.995	0.745	0.99	4087.6
0.005	0.035	0.01	1.01E+05	0.995	0.755	0.99	4035.7
0.005	0.045	0.01	1.03E+05	0.995	0.765	0.99	3982.2
0.005	0.055	0.01	1.05E+05	0.995	0.775	0.99	3927.3
0.005	0.065	0.01	1.07E+05	0.995	0.785	0.99	3871
0.005	0.075	0.01	1.08E+05	0.995	0.795	0.99	3813.4
0.005	0.085	0.01	1.10E+05	0.995	0.805	0.99	3754.5
0.005	0.095	0.01	1.12E+05	0.995	0.815	0.99	3694.4
0.005	0.105	0.01	1.14E+05	0.995	0.825	0.99	3633.2
0.005	0.115	0.01	1.16E+05	0.995	0.835	0.99	3570.9
0.005	0.125	0.01	1.18E+05	0.995	0.845	0.99	3507.6
0.005	0.135	0.01	1.19E+05	0.995	0.855	0.99	3443.4
0.005	0.145	0.01	1.21E+05	0.995	0.865	0.99	3378.3
0.005	0.155	0.01	1.23E+05	0.995	0.875	0.99	3312.5
0.005	0.165	0.01	1.24E+05	0.995	0.885	0.99	3245.9
0.005	0.175	0.01	1.26E+05	0.995	0.895	0.99	3178.8
0.005	0.185	0.01	1.27E+05	0.995	0.905	0.99	3111
0.005	0.195	0.01	1.29E+05	0.995	0.915	0.99	3042.8
0.005	0.205	0.01	1.30E+05	0.995	0.925	0.99	2974.1
0.005	0.215	0.01	1.32E+05	0.995	0.935	0.99	2905.1
0.005	0.225	0.01	1.33E+05	0.995	0.945	0.99	2835.8
0.005	0.235	0.01	1.35E+05	0.995	0.955	0.99	2766.3
0.005	0.245	0.01	1.36E+05	0.995	0.965	0.99	2696.7
0.005	0.255	0.01	1.37E+05	0.995	0.975	0.99	2627
0.005	0.265	0.01	1.39E+05	0.995	0.985	0.99	2557.4
0.005	0.275	0.01	1.40E+05	0.995	0.995	0.99	2487.8
0.005	0.285	0.01	1.41E+05				



1.3 PINN 代码需求

1.3.1 模型定义

定义了一个名为 ResPINN 的类，它继承自 `nn.Module`，是 PyTorch 中的一个神经网络模型。模型使用了残差连接（Residual Connections）来增强深层网络的学习能力。

输入层、隐藏层及输出层

默认设置 8 层隐藏层，每层 50 个神经元。输入层包含 6 维输入（x, y, z, phi, theta,

lambda) 映射到 50 维空间，而后映射到 1 维输出。激活函数采用 tanh 函数。

前向传播

采用残差连接，因为它允许梯度直接从输出层传播回输入层，从而缓解了深层网络中的梯度消失问题。

1.3.2 设置物理参数及方向向量

分别定义了 kappa_a、I_b、epsilon_w、I_b_w 等物理参数以及方向向量 (\vec{s}) direction_vector(phi, theta)。

(1) 其中吸收系数场 kappa_a 定义如下：

$$\kappa_a = -2 [(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 + (z - 0.5)^2] + 5$$

(2) 黑体辐射强度 I_b 定义如下：

$$I_b = \frac{\sigma T^4}{\pi}$$

式中， $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$ ； $T = -800[(x-0.5)^2 + (y-0.5)^2 + (z-0.5)^2] + 2000$ 。

(3) $I_{b_w} = 0$ # 壁面黑体辐射强度（常数假设）

(4) 目前先考虑 phi, theta 均为 0 的情况。

1.3.3 定义 PINN 损失函数

损失函数

$$\text{loss} = w_{te} * \text{loss}_{te} + w_{bc} * \text{loss}_{bc} + w_{pen} * \text{loss}_{pen}$$

需要包括以上三部分损失，分别为方程损失，边界损失以及正则项损失。其中权重 w_{te}, w_{bc} 通过 update_weights 函数动态调整。

1.3.4 训练数据

对 1.2 节中得到数据集进行采样得到训练数据集。

1.3.6 预测结果

需包含 loss 的下降曲线。

需包含空间三维立方体内空间点及其对应的方向辐射强度（方位角以及天顶角暂且设置为 0），对获得的数据集进行可视化分析（形式参照 1.2 节的辐射强度可视化结果）。

需包含训练数据集以及预测结果的对比图，最好以差值的形式体现。

