

> #Лабораторная работа 4

> #Снежко Максим, группа 253505

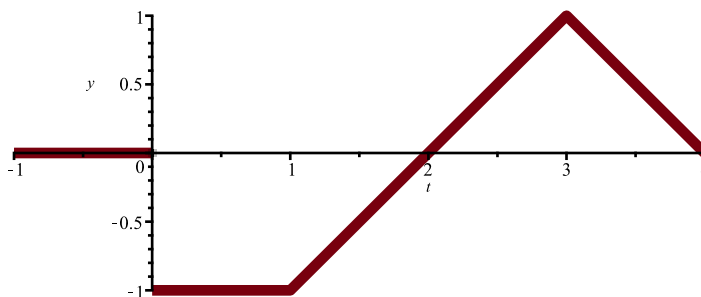
> #Задание 1. По данному графику функции-оригинала найти ее изображение Лапласа.

> $f := a \rightarrow \text{piecewise}(t < 0, 0, 0 < t < a, -1, a < t < 3a, t - 2, 3a < t \leq 4a, -t + 4) : f(a)$

$$\begin{cases} 0 & t < 0 \\ -1 & 0 < t < a \\ -2 + t & a < t < 3a \\ 4 - t & 3a < t \leq 4a \end{cases}$$

(1)

> $\text{plot}(f(1), t = -1..4, y = -1..1, \text{discont} = \text{true}, \text{scaling} = \text{constrained}, \text{thickness} = 4)$



> $\text{with}(\text{inttrans}) :$

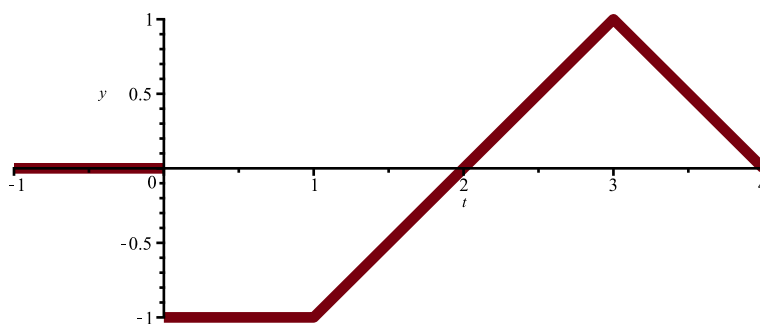
> $\text{laplace}(f(1), t, p)$

$$-\frac{1}{p} + \frac{e^{-4p} - 2e^{-3p} + e^{-p}}{p^2}$$

(2)

> $fp := 0 \cdot \text{Heaviside}(t) - 1 \cdot (\text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t - 1)) + (-2 + t) \cdot (\text{Heaviside}(t - 1) - \text{Heaviside}(t - 3)) + (4 - t) \cdot (\text{Heaviside}(t - 3) - \text{Heaviside}(t - 4)) :$

> $\text{plot}(fp, t = -1..4, y = -1..1, \text{scaling} = \text{constrained}, \text{thickness} = 4, \text{discont} = \text{true})$



> #Задание 2. Найти оригинал по заданному изображению с помощью Maple.

> $\text{restart} :$

> $\text{with}(\text{inttrans}) :$

> $f := \frac{4p + 5}{(p - 2)(p^2 + 4p + 5)} :$

> $\text{invlaplace}(f, p, t)$

(3)

$$\frac{13 e^{2t}}{17} + \frac{(-13 \cos(t) + 16 \sin(t)) e^{-2t}}{17} \quad (3)$$

> #Задание 3. Найти решения дифференциального уравнения, удовлетворяющее условиям $y(0)=0$ и $y'(0)=0$, операторным методом(используя интеграл Дюамеля) и методом Лагранжа.

> restart :

$$\begin{aligned} > \text{diffEqquation} := \text{diff}(\text{diff}(y(t), t), t) - 2 \text{diff}(y(t), t) + y(t) = \frac{\exp(t)}{1 + t^2} \\ & \text{diffEqquation} := \frac{d^2}{dt^2} y(t) - 2 \frac{d}{dt} y(t) + y(t) = \frac{e^t}{t^2 + 1} \end{aligned} \quad (4)$$

> dsolve(diffEqquation)

$$y(t) = e^t _C2 + e^t t _C1 - \frac{e^t (-2 \arctan(t) t + \ln(t^2 + 1))}{2} \quad (5)$$

> #Задание 4. Операторным методом решить задачу Коши.

> restart :

$$\begin{aligned} > \text{diffEqquation} := \text{diff}(\text{diff}(y(t), t), t) + y(t) = 6 \cdot e^{-t} \\ & \text{diffEqquation} := \frac{d^2}{dt^2} y(t) + y(t) = 6 e^{-t} \end{aligned} \quad (6)$$

> dsolve({diffEqquation, y(0) = 3, y'(0) = 1})

$$y(t) = 4 \sin(t) + 3 e^{-t} \quad (7)$$

> #Задание 5. Решить систему дифференциальных уравнений операторным методом.

> diffEquations := diff(x(t), t) = x(t) + 3 · y(t) + 2, diff(y(t), t) = x(t) - y(t) + 1

$$\text{diffEquations} := \frac{d}{dt} x(t) = x(t) + 3 y(t) + 2, \frac{d}{dt} y(t) = x(t) - y(t) + 1 \quad (8)$$

> dsolve({diffEquations, x(0) = -1, y(0) = 2})

$$\left\{ x(t) = -\frac{13 e^{-2t}}{8} + \frac{15 e^{2t}}{8} - \frac{5}{4}, y(t) = \frac{13 e^{-2t}}{8} + \frac{5 e^{2t}}{8} - \frac{1}{4} \right\} \quad (9)$$

>