

Simulation

Luc Anchling et Timothée Teyssier

November 8, 2023

1 Introduction

Dans l'industrie et la recherche contemporaines, la simulation 3D occupe une place prépondérante pour la modélisation de systèmes complexes, offrant un outil inestimable pour l'analyse et la compréhension des phénomènes physiques. Parmi les nombreuses applications de la simulation 3D, la modélisation de tissus et de surfaces maillées constitue un domaine fascinant. Ces modèles trouvent des applications variées, allant de l'animation dans l'industrie du jeu vidéo à la prédiction de comportements mécaniques dans des domaines tels que l'ingénierie des matériaux, la conception de vêtements, et même la simulation médicale.

Dans un premier temps, on abordera la modélisation d'un ressort unidimensionnel, décrivant ainsi les bases de la simulation de tissu par la création d'un modèle simple, mais explicatif. Cette approche sera étendue à la simulation de ressorts 3D, permettant de gérer des structures tridimensionnelles plus complexes, ce qui est fréquemment requis dans des applications industrielles et de recherche. Enfin, le TP explorera la généralisation de ces concepts en couplant les ressorts pour modéliser une surface maillée, simulant ainsi un tissu déformable.

2 Simulation d'un ressort

Dans cette section, nous aborderons la simulation de systèmes de ressorts, un élément fondamental dans la modélisation de tissus et de structures flexibles en 3D. Tout d'abord, nous explorerons la modélisation d'un ressort unidimensionnel, suivi de l'extension à des ressorts tridimensionnels. Cette étape préliminaire nous permettra de comprendre les principes de base de la simulation de ressorts, une compétence essentielle pour la création de tissus virtuels réalistes.

2.1 Ressort Unidimensionnel

Dans cette section, nous allons voir la simulation d'un ressort unidimensionnel. Les ressorts unidimensionnels sont couramment utilisés dans la modélisation de systèmes mécaniques simples et servent de base pour comprendre les concepts fondamentaux de la simulation de ressorts. Nous commencerons par définir la force de rappel d'un ressort en 1D et l'équation du mouvement correspondante.

La force de rappel d'un ressort unidimensionnel s'appliquant en un point p de coordonnée x à un instant t est donnée par l'équation suivante :

$$F(t) = K \cdot (L_0 - (x(t) - x_0))$$

Où :

- $F(t)$ est la force appliquée par le ressort à l'instant t .
- K est la constante de raideur du ressort.
- L_0 est la longueur au repos du ressort.

- $x(t)$ est la position du point p à l'instant t .
- x_0 est l'autre extrémité du ressort.

Pour simuler le mouvement d'un ressort unidimensionnel en temps continu, nous pouvons utiliser l'équation du mouvement, qui est la seconde loi de Newton. Elle est donnée par :

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = F(t)$$

Où :

- m est la masse du point p .
- $\frac{d^2x}{dt^2}$ est l'accélération du point p par rapport au temps.
- $F(t)$ est la force de rappel du ressort.

En utilisant ces équations, nous pouvons modéliser et simuler le comportement d'un ressort unidimensionnel en réponse à des forces externes ou à des déformations. Cette compréhension servira de base à la simulation de tissus plus complexes dans les sections suivantes.

2.2 Ressort Tridimensionnel

Dans cette section, nous étendons notre simulation à celle d'un ressort tridimensionnel. Ce ressort relie les positions p_0 et p_1 , en supposant que p_0 est fixe, et que nous nous concentrerons sur p_1 . La position de p_1 , définie par ses coordonnées (x_1, y_1, z_1) , est soumise à la force de rappel du ressort exprimée vectoriellement :

$$F(t) = K (L_0 - \|p_1 - p_0\|) \frac{p_1 - p_0}{\|p_1 - p_0\|}$$

2.2.1 Simulation complète

Afin de réaliser une simulation plus complète, nous ajoutons deux autres forces à l'équation du mouvement de p_1 :

- F_g : La force de gravité, dirigée vers le bas, qui s'exprime par $F_g = m \cdot g$, où m est la masse de p_1 et g est l'accélération due à la gravité.
- F_d : La force de frottement fluide, dépendante de la vitesse de p_1 et dirigée dans la direction opposée au mouvement. Elle est donnée par $F_d = -\mu \cdot v$, où μ est le coefficient d'amortissement et v est la vitesse de p_1 .

Avec ces forces, l'équation du mouvement pour p_1 en trois dimensions, incluant la vitesse (v) et l'accélération (a), s'exprime comme suit :

$$m \cdot \frac{d^2 \mathbf{p}_1}{dt^2} = \mathbf{F}(t) + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_d$$

Où :

- \mathbf{p}_1 : La position tridimensionnelle de p_1 .
- $\frac{d^2 \mathbf{p}_1}{dt^2}$: L'accélération de p_1 .
- $\mathbf{F}(t)$: La force de rappel du ressort tridimensionnel.
- \mathbf{F}_g : La force de gravité.
- \mathbf{F}_d : La force de frottement fluide.

Cette équation nous permet de modéliser le comportement dynamique de p_1 en réponse aux forces de rappel, à la gravité et au frottement fluide.

Pour simuler le comportement du ressort tridimensionnel et de la particule p_1 dans le temps, nous utiliserons la méthode d'Euler explicite. Cette méthode discrétise le temps en petits pas et calcule la position et la vitesse de la particule à chaque pas de temps.

L'équation de mise à jour pour la position de p_1 à l'instant $t + \Delta t$ est la suivante :

$$\mathbf{p}_1(t + \Delta t) = \mathbf{p}_1(t) + \mathbf{v}_1(t) \cdot \Delta t$$

Où Δt est la taille du pas de temps.

De manière similaire, l'équation de mise à jour pour la vitesse de p_1 est donnée par :

$$\mathbf{v}_1(t + \Delta t) = \mathbf{v}_1(t) + \frac{1}{m} (\mathbf{F}(t) + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_d) \cdot \Delta t$$

Ainsi, en utilisant la méthode d'Euler explicite, nous pouvons itérer à travers chaque pas de temps et mettre à jour la position et la vitesse de p_1 en fonction des forces appliquées. Cette approche numérique nous permet de simuler le comportement dynamique du ressort tridimensionnel dans le temps, tout en prenant en compte les forces de rappel, la gravité et le frottement fluide.

2.2.2 Influence des Paramètres sur la Simulation

La précision et le réalisme de notre simulation dépendent fortement de plusieurs paramètres clés, à savoir le pas de simulation (Δt), le coefficient d'amortissement (μ), et la constante de raideur (K). Explorons comment ces paramètres influencent le comportement de la simulation :

- **Pas de Simulation (Δt):** Ce paramètre contrôle la taille des intervalles de temps entre chaque mise à jour de la simulation. Un Δt plus petit permet une simulation plus précise, mais augmente le coût de calcul. Un Δt plus grand peut entraîner des approximations et une simulation moins précise, mais elle est plus rapide. Il est essentiel de choisir judicieusement Δt pour équilibrer précision et efficacité.

- **Coefficient d'Amortissement (μ):** Le coefficient d'amortissement (μ) influence la résistance du ressort au mouvement. Une valeur élevée de μ signifie un amortissement plus fort, ce qui peut entraîner une diminution de l'amplitude des oscillations de la particule p_1 . Un μ faible permettra des oscillations plus longues et plus marquées. Le choix de μ dépend du réalisme souhaité et du comportement attendu du système.
- **Constante de Raideur (K):** La constante de raideur (K) détermine la force de rappel exercée par le ressort. Une valeur élevée de K signifie un ressort plus rigide, ce qui provoque des oscillations plus rapides et des forces de rappel plus fortes. À l'inverse, une valeur faible de K crée un ressort plus souple, générant des oscillations plus lentes et des forces de rappel plus faibles. Le choix de K est crucial pour représenter correctement le comportement du ressort et de la particule p_1 .

En ajustant ces paramètres, nous pouvons optimiser la simulation pour atteindre les résultats souhaités en termes de réalisme, de vitesse de calcul et de stabilité. Cependant, il est important de noter que ces paramètres sont souvent interdépendants, et un réglage inapproprié peut entraîner des instabilités numériques ou un comportement non réaliste de la simulation.

2.2.3 Ressorts couplés

Pour enrichir notre modèle, nous pouvons ajouter un deuxième ressort au bout du premier. Cette extension nous permettra de simuler un système plus complexe tout en appliquant les concepts de simulation de ressorts que nous avons développés précédemment. Supposons que ce deuxième ressort soit connecté à la particule p_2 à une extrémité et fixé à un point p_1 (la position finale de notre premier ressort) à l'autre extrémité.

La force de rappel du deuxième ressort, similaire à celle du premier ressort, peut être définie comme suit :

$$\mathbf{F}_2(t) = K_2 \cdot (L_{0_2} - \|\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1\|) \cdot \frac{\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1}{\|\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1\|}$$

Où K_2 est la constante de raideur du deuxième ressort et L_{0_2} est sa longueur au repos.

Cette extension nous permet de simuler un système de particules interagissant avec deux ressorts connectés en série, offrant des possibilités de modélisation plus complexes et de comportement dynamique.

3 Simulation de Tissu

Dans la suite du TP, nous généralisons le couplage de ressorts en vue de modéliser une surface maillée. Chaque sommet du maillage est interconnecté par des ressorts, formant ainsi une structure flexible complexe. Cette généralisation

nous permet de simuler des objets déformables, et plus particulièrement, nous allons nous pencher sur la simulation d'un tissu.

La modélisation d'un tissu est un domaine d'application essentiel en informatique graphique et en simulation physique, trouvant des applications dans l'animation, la conception de vêtements virtuels, la simulation médicale et bien d'autres. Pour capturer le comportement réaliste d'un tissu, nous introduirons trois types de forces de ressorts, chacun ayant un rôle crucial dans la simulation. Dans cette section, nous allons examiner en détail ces forces de ressorts et comment elles contribuent à reproduire le comportement d'un tissu en mouvement.

3.1 Forces de Ressorts

Dans la simulation d'un tissu, trois types de forces de ressorts sont couramment utilisés pour modéliser le comportement d'un maillage : les ressorts structurels, les ressorts de cisaillement et les ressorts de courbure. Chacun de ces ressorts joue un rôle spécifique dans la reproduction des propriétés physiques d'un tissu, offrant une modélisation plus réaliste. L'ensemble de ces forces de ressorts permet de reproduire avec précision les déformations et les mouvements d'un tissu soumis à diverses contraintes et influences.

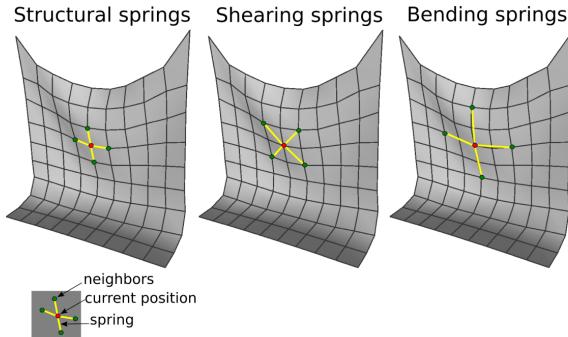


Figure 1: Ressorts Structurels, Ressorts Cisaillement, Ressorts de Courbures

3.1.1 Ressorts Structurels

Les ressorts structurels connectent chaque sommet du maillage à ses voisins directs. Ils sont responsables de maintenir la structure générale du tissu et de résister aux étirements et compressions le long des axes. Chaque sommet est relié à ses voisins dans les directions horizontales et verticales, créant un réseau de ressorts qui permet de préserver la cohérence du tissu. Les ressorts structurels aident à éviter les déformations excessives dans le plan du maillage.

3.1.2 Ressorts de Cisaillement

Les ressorts de cisaillement sont utilisés pour simuler les déformations dans le plan du tissu qui résultent de forces de cisaillement. Chaque sommet est relié à

ses voisins diagonaux, permettant de capturer les mouvements en diagonale du maillage. Ces ressorts sont essentiels pour modéliser la capacité du tissu à se plier et à se déformer sous contrainte. Ils contribuent à la flexibilité du modèle et permettent des déformations en biais.

3.1.3 Ressorts de Courbure

Les ressorts de courbure sont responsables de maintenir la courbure du tissu et de l'empêcher de s'aplatir ou de former des plis indésirables. Ils sont connectés à chaque sommet avec une certaine distance (pour notre cas : voisin au *second degré*), permettant au maillage de conserver une certaine souplesse tout en évitant une surface parfaitement plate. Les ressorts de courbure aident à préserver la forme globale du tissu en simulant sa capacité à se déformer en douceur sans se rigidifier.

4 Contraintes

Dans la simulation d'un tissu, il est essentiel de prendre en compte diverses contraintes et interactions qui influencent le comportement du maillage. Les contraintes peuvent inclure des interactions avec des éléments tels qu'un plan horizontal, une sphère, ou même des forces de vent. Dans cette section, nous détaillerons les contraintes et les méthodes utilisées pour les modéliser.

4.1 Plan Horizontal

Pour modéliser l'action d'un plan horizontal de manière à ce que le tissu ne pénètre pas en collision avec celui-ci, nous utilisons une approche de projection. Lorsqu'un sommet du tissu passe sous le plan, nous projetons ses coordonnées sur le plan d'intersection. Pour annuler la composante orthogonale des forces et de la vitesse, nous utilisons la projection pour déplacer le sommet du tissu sur le plan, évitant ainsi toute collision. Cette approche permet au tissu de rester au-dessus du plan sans entrer en conflit avec lui.

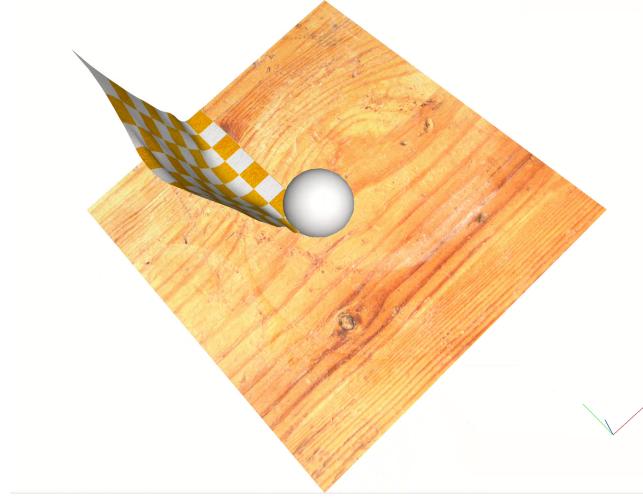


Figure 2: Intersection du tissu avec le plan

4.2 Sphère

De manière similaire, nous empêchons le tissu de pénétrer à l'intérieur d'une sphère en utilisant une approche de détection et de projection. Lorsqu'un sommet du maillage entre en contact avec la sphère, nous le projetons sur la surface de la sphère. En utilisant cette méthode de projection, le tissu ne pénètre pas à l'intérieur de la sphère, mais glisse plutôt sur sa surface. Cela permet de simuler le comportement réaliste du tissu lorsqu'il entre en contact avec une sphère.

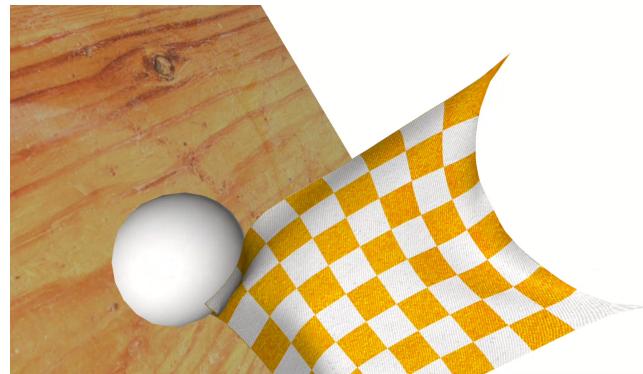


Figure 3: Intersection du tissu avec la sphère

4.3 Vent

La simulation des forces exercées par le vent sur un tissu peut être réalisée en utilisant une force agissant dans la direction normale à la surface du maillage. Cette force est proportionnelle à l'angle entre la normale à la surface et la direction du vent. Nous pouvons définir une force F_w comme suit : $F_w = K_w \langle \mathbf{n}, \mathbf{u}_w \rangle \mathbf{n}$, où K_w est une constante correspondant à l'intensité du vent, \mathbf{n} est la normale à la surface, et \mathbf{u}_w est la direction du vent (vecteur unitaire). Cette approche permet de modéliser de manière réaliste l'impact du vent sur le tissu en fonction de l'angle d'incidence.

En combinant ces contraintes, le modèle de tissu peut réagir de manière réaliste à son environnement, évitant les collisions indésirables, glissant sur des surfaces courbes et interagissant avec les forces du vent de manière naturelle.

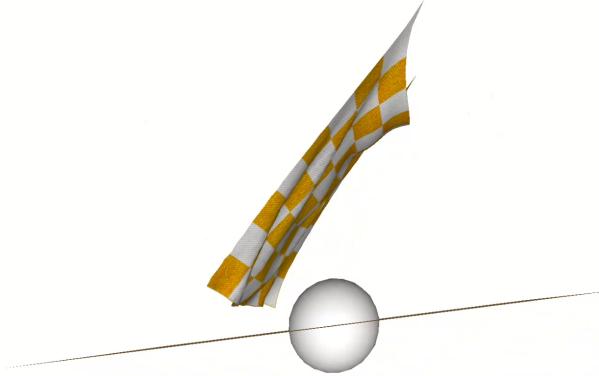


Figure 4: Influence du tissu sous le vent

5 Conclusion

A travers ce TP, on a pu explorer divers aspects de la simulation en informatique graphique, en mettant en œuvre des concepts tels que les ressorts, les contraintes et les forces externes. Nous avons abordé la modélisation de ressorts unidimensionnels et tridimensionnels, ainsi que les trois types de forces de ressorts essentiels pour simuler un tissu réaliste.

De plus, nous avons examiné comment prendre en compte les contraintes, telles qu'un plan horizontal, une sphère, et les forces de vent, pour assurer la cohérence et la réalisme de la simulation. Ces contraintes ajoutent un degré de complexité qui améliore la qualité de la modélisation d'un tissu en interaction avec son environnement.

Il est important de noter que la simulation de tissus est un domaine en constante évolution, et il existe de nombreuses méthodes avancées pour améliorer la précision et la réalisme de ces simulations.

En fin de compte, la modélisation de tissus en informatique graphique offre un vaste potentiel pour des applications variées, de l'animation de vêtements virtuels à la simulation médicale. Cette expérience nous rappelle l'importance de rester humbles face à la complexité de la physique simulée et de continuer à explorer de nouvelles façons d'approfondir notre compréhension et d'améliorer nos modèles.