Домашнее задание. Математический анализ.

Выполнил: **Гаджиев Саид M3115**

7 июня 2023

Задание №4076. $\int\int\int xy^2z^3dxdydz$**, где область V ограничена поверхностями** $z = xy, y = x, x = 1, z = 0$

Решение:

$$\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{xy} xy^2z^3dz$$
$$\int_0^1 dx \int_0^x (\frac{x^5y^6}{4} - 0)dy$$
$$\int_0^1 dx \int_0^x \frac{x^5y^6}{4}dy$$
$$\int_0^1 dx \cdot \frac{x^5y^7}{28}\Big|_0^x$$
$$\int_0^1 dx \cdot \frac{x^{12}}{28}$$
$$\frac{x^{13}}{28 \cdot 13}\Big|_0^1$$
$$\frac{1}{364}$$

Ответ: $\frac{1}{364}$

Задание №4077. $\int\int\int \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$**, где область V ограничена поверхностями** $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$

Решение:

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} \frac{dz}{(1+x+y+z)^3}$$
$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \cdot (-\frac{1}{2(1+x+y+z)^2})\Big|_0^{1-x-y}$$

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \cdot (-\frac{1}{8} + \frac{1}{2(1+x+y)^2})$$

$$\int_0^1 dx(-\frac{y}{8} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+x+y})\Big|_0^{1-x}$$

$$\int_0^1 dx(-\frac{1-x}{8} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+x+1-x})$$

$$\int_0^1 dx(-\frac{1-x}{2} - \frac{1}{4})$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^1 (1-x+\frac{1}{2})dx$$

$$-\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2})$$

$$-\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$

Задание №4078. $\int\int\int xyzdxdydz$**, где область V ограничена поверхностями** $x^2+y^2+z^2=1, x=0, y=0, z=0$

Решение:

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x^2} dy \int_0^{1-x^2-y^2} xyzdz$$

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x^2} dy(\frac{xyz^2}{2})\Big|_0^{1-x^2-y^2}$$

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x^2} dy \cdot \frac{xy(1-x^2-y^2)}{2}$$

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x^2} dy \cdot \frac{xy - x^3y - xy^3}{2}$$

$$\int_0^1 dx(\frac{xy^2}{4} - \frac{x^3y^2}{4} - \frac{xy^4}{8})\Big|_0^{1-x^2}$$

$$\int_0^1 dx(-\frac{x^7}{4} + \frac{3x^5}{4} - \frac{3x^3}{4} - \frac{x(1-x^2)^4}{8} + \frac{x}{4})$$

$$\frac{\left(1-x^2\right)^5}{80} - \frac{x^8}{32} + \frac{x^6}{8} - \frac{3\,x^4}{16} + \frac{x^2}{8}\Big|_0^1$$

$$\frac{1}{32} - \frac{1}{80}$$
$$\frac{3}{160}$$

Ответ: $\frac{3}{160}$