UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
FACULTAD DE INGENIERÍA
CURSO PREFACULTATIVO – GESTIÓN I / 2009

FACULTAD DE INGENIERÍA
F
I
UMSA

**SEGUNDO EXAMEN PARCIAL** **ÁREA: MATEMÁTICA** **FECHA: 5.05.2009**

**TIEMPO DE DESARROLLO DEL EXAMEN: 100 MINUTOS** **NO SE PERMITE CALCULADORAS**

********************************************************************************************************************************

**En las siguientes preguntas marque en un recuadro la opción correcta:**

**1.- (8 puntos)** Si $E=\dfrac{\log_2 4-\log_{\frac{1}{2}} 4}{\log_3 243+\log_{\frac{1}{3}} 81}$ , ¿el valor de *E* es?:

**a.** -1 **b**. -2 **c**. 1 **d**. 2 **e**. 3 **f.** 4 **g.** ninguno

**2.- (8 puntos)** Dados dos números $a,b$ extremos y $H$ su medio armónico, entonces una expresión para la media armónica es:?

a) $H=a+b$ b) $H=\dfrac{ab}{a+b}$ c) $H=\dfrac{a+b}{ab}$ d) $H=\dfrac{2ab}{a+b}$

**3.- (8 puntos)** Si el segundo término de una progresión armónica es 3 y el quinto es 6/11 entonces el octavo término es:

a) 3/10 b) 10/3 c) 17/6 d) 6/17 e) N. A.

**4.- (8 puntos)** Si $tg(45^{o}-x)=4,$ entonces el valor $R=-8tg2x$ es:

a) 15 b) 20 c) 12 d) 25 e) ninguno

**5.- (8 puntos)** Indicar los valores principales para la solución de la ecuación. $2\,sen\,x-3=0$

**a)** $\frac{1}{4}\pi,5\pi$ **b)** $\pi,2\pi$ **c)** $\frac{3}{4}\pi,\pi$ **d)** $\pi$ **e)**. Ninguno

**Resuelva los siguientes problemas con el máximo detalle en el procedimiento:**

**1.- (20 puntos)** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones trigonometriítas:

$$\begin{cases} tgx+ctgy=8 & (1)\\ ctgx+tgx=\dfrac{8}{7} & (2)\end{cases}$$

**2.- (20 puntos)** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\log_5 120+(x-3)-2\log_5(1-5^{x-3})=-\log_5\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\times 5^{x-3}\right)$$

**3.- (20 puntos)** Un coronel que manda 3003 soldados quiere formarlos en triángulo, de manera que la primera fila tenga 1 soldado, la segunda 2, la tercera 3 y así sucesivamente. ¿Cuántas filas tendrá la formación? ¿Cuántos soldados tendrán la última fila?

**SEGUNDO EXAMEN PARCIAL** **ÁREA: MATEMÁTICA** **FECHA: 5.05.2009**

**TIEMPO DE DESARROLLO DEL EXAMEN: 100 MINUTOS** **NO SE PERMITE CALCULADORAS**

*****************************************************************************************************************

## SOLUCIONARIO

**1.- (8 puntos)** Si $E=\dfrac{\log_2 4-\log_{\frac{1}{2}} 4}{\log_3 243+\log_{\frac{1}{3}} 81}$ , ¿el valor de *E* es?:

**a.** -1 **b.** -2 **c.** 1 **d.** 2 **e.** 3 **f.** 4 **g.** ninguno

$$E=\frac{\log_2 2^2-\dfrac{\log_2 2^2}{\log_2 \frac{1}{2}}}{\log_3 3^5+\dfrac{\log_3 3^4}{\log_3 \frac{1}{3}}}=\frac{2\cancel{\log_2 2}^{1}-\dfrac{2\cancel{\log_2 2}^{1}}{\cancel{\log_2 1}_{0}-\cancel{\log_2 2}^{1}}}{5\cancel{\log_3 3}^{1}+\dfrac{4\cancel{\log_3 3}}{\cancel{\log_3 1}_{0}-\cancel{\log_3 3}^{1}}}=\frac{2-\dfrac{2}{-1}}{5+\dfrac{4}{-1}}=4$$

**2.- (8 puntos)** Dados dos números $a,b$ extremos y $H$ su medio armónico, entonces una expresión para la media armónica es:?

a) $H=a+b$ b) $H=\dfrac{ab}{a+b}$ c) $H=\dfrac{a+b}{ab}$ d) $\boxed{H=\dfrac{2ab}{a+b}}$

**3.- (8 puntos)** Si el segundo término de una progresión armónica es 3 y el quinto es 6/11 entonces el octavo término es:

a) 3/10 b) 10/3 c) 17/6 d) 6/17 e) N. A.

Como la progresión es armonica, en su progresión aritmética asociada tendremos los siguientes datos: segundo termino 1/3 y quinto termino 11/6, con estos datos encontramos la razon y el primer termino.

$a_n=a_1+(n-1)d$ , el sistema a formarse sera: $\begin{cases} a_2=a_1+d=\dfrac{1}{3} \\ a_5=a_1+4d=\dfrac{11}{6} \end{cases}$

Restando ambas ecuaciones tenemos: $-3d=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow d=\dfrac{1}{2}$, el primer termino es:

$a_1=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{6}$ entonces: $a_8=-\dfrac{1}{6}+7\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{7}{2}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{10}{3}$

**4.- (8 puntos)** Si $tg(45^{o}-x)=4,$ entonces el valor $R=-8tg2x$ es:

a) 15 b) 20 c) 12 d) 25 e) ninguno

Aplicando el concepto de la suma de arcos y las definiciones de identidad se obtiene:

$$tg(45^{o}-x)=\frac{tg45^{o}-tgx}{1+tg45^{o}.tgx}=\frac{1-tgx}{1+tgx}=4\Rightarrow 1-tgx=4+tgx\Rightarrow tgx=-3/5$$

$$tg2x=\frac{2tgx}{1-tg^2x}=\frac{2(-3/5)}{1-(-3/5)(-3/5)}=\frac{-6/5}{16/25}=-\frac{15}{8}$$

**5.- (8 puntos)** Indicar los valores principales para la solución de la ecuación. $2sen\,x-3=0$

**a)** $\frac{1}{4}\pi, 5\pi$ **b)** $\pi, 2\pi$ **c)** $\frac{3}{4}\pi, \pi$ **d)** $\pi$ **e)**. Ninguno

$$2\,sen\,x = 3 \;\Rightarrow\; senx = \frac{3}{2} \;\Rightarrow\; x = arcsen\frac{3}{2}$$

Como el seno de un ángulo esta contenido entre $[-1,1]$ la respuesta es ninguno

**1.- (20 puntos)** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones trigonometriítas:

$$\begin{cases} tgx + ctgy = 8 & (1) \\ ctgx + tgy = \dfrac{8}{7} & (2) \end{cases}$$

1.- La ecuación (1) se puede expresar como:

$$\frac{senx}{\cos x} + \frac{\cos y}{seny} = 8 \;\Rightarrow\; \frac{senx.seny + \cos x\cos y}{\cos x.seny} = 8 \;\Rightarrow\; \cos(x-y) = 8\cos x.seny \qquad (3)$$

Ahora, la ecuación (2) se expresa como:

$$\frac{\cos x}{senx} + \frac{seny}{\cos y} = \frac{8}{7} \;\Rightarrow\; \frac{\cos x\cos y + senxseny}{senx\cos y} = \frac{8}{7} \;\Rightarrow\; 7\cos(x-y) = 8senx\cos y \qquad (4)$$

Sumando (3)+(4)

$$\begin{array}{ll} \cos(x-y) = 8\cos xseny & (3) \\ 7\cos(x-y) = 8senx\cos y & (4) \\ \hline \end{array}$$

$$8\cos(x-y) = 8\left[senx\cos y + \cos xseny\right] = 8sen(x+y) \;\Rightarrow\; \cos(x-y) = sen(x+y)$$

$$sen(x+y) - sen\left[\frac{\pi}{2} - (x-y)\right] = 0 \;\Rightarrow\; 2\cos(y+\frac{\pi}{4})sen(x-\frac{\pi}{4}) = 0$$

La ecuación se cumple cuando:

$$\cos(y+\frac{\pi}{4}) = 0 \;\vee\; sen(x-\frac{\pi}{4}) = 0$$

Las soluciones principales:

$$\cos(y+\frac{\pi}{4}) = 0 \;\Rightarrow\; y+\frac{\pi}{4} = \arccos(0) \;\Rightarrow\; y+\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \;\Rightarrow\; y = \frac{\pi}{4}$$

$$sen(x-\frac{\pi}{4}) = 0 \;\Rightarrow\; x-\frac{\pi}{4} = \arc sen(0) \;\Rightarrow\; x-\frac{\pi}{4} = 0 \;\Rightarrow\; x = \frac{\pi}{4}$$

Las soluciones generales

$$y = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad x = m\pi + \frac{\pi}{4}$$

**2.- (20 puntos)** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\log_5 120 + (x-3) - 2\log_5(1-5^{x-3}) = -\log_5\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5}\times 5^{x-3}\right)$$

$$\log_5 120 + \log_5 5^{x-3} - 2\log_5(1-5^{x-3}) = -\log_5\left(\frac{1}{5}(1-5^{x-3})\right)$$

$$\log_5 120 + \log_5 5^{x-3} - 2\log_5(1-5^{x-3}) = -\log_5\frac{1}{5} - \log_5(1-5^{x-3})$$

$$\log_5 120 + \log_5 5^{x-3} + \log_5\frac{1}{5} = 2\log_5(1-5^{x-3}) - \log_5(1-5^{x-3})$$

$$\log_5(120\times 5^{x-3}\times\frac{1}{5}) \pm \log_5(1\quad 5^{x-3})$$

De donde

$$120 \times 5^{x-3} \times \frac{1}{5} = 1 - 5^{x-3} \quad \Rightarrow 24 \times 5^{x-3} + 5^{x-3} = 1 \quad \Rightarrow 25 \times 5^{x-3} = 1$$

$$5^2 \times 5^{x-3} = 1 \quad \Rightarrow \quad 5^{x-1} = 1 \quad \Rightarrow \quad 5^{x-1} = 5^0 \quad \Rightarrow \quad x - 1 = 0 \qquad \boxed{x = 1}$$

**3.- (20 puntos)** Un coronel que manda 3003 soldados quiere formarlos en triángulo, de manera que la primera fila tenga 1 soldado, la segunda 2, la tercera 3 y así sucesivamente. ¿Cuántas filas tendrá la formación? ¿Cuántos soldados tendrán la última fila?

La suma de una progresión aritmética es $S = \dfrac{n(n+1)}{2} \quad \Rightarrow \quad 3003 = \dfrac{n(n+1)}{2}$

De esta ecuación se obtiene $n = 77, n = -78$ , pero $n \in \mathrm{N}$
Entonces la respuesta valida es $n = 77$

Lo que equivale también al número de filas y el número de soldados.

Rpta.: Nro de filas = 77
Nro de soldados en la ultima fila = 77