EJERCICIO 3

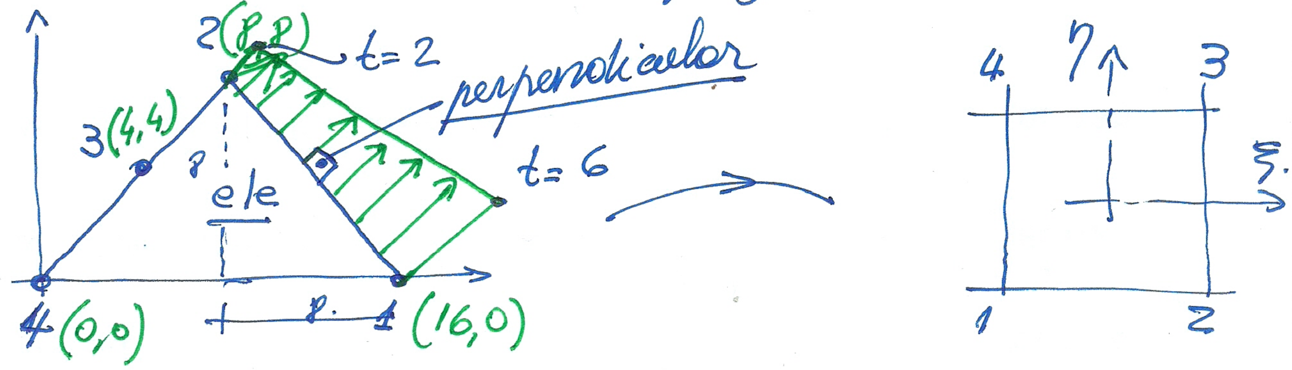
Dado un elemento finito en deformación plana de 4 nodos como se ve en la figura

$h = 8$.

$\alpha = 45°$

se reparten por igual

$f_x = f_y$



1) Calcula la matriz Jacobiana de la transformación isoparamétrica e indicar en coordenadas (ξ,η) algún punto singular, en el caso que lo hubiera

2) Calcular el vector de fuerzas nodales equivalentes producido por la carga distribuida t de la figura.-

$\Rightarrow$ Solución

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

1) MATRIZ JACOBIANA.

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^{4} N_i x_i = 7 - \xi - 5\eta + 3\xi\eta \\ y = \sum_{i=1}^{4} N_i y_i = 3 + 3\xi - \eta - \xi\eta \end{cases}$$

$$J_e = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+3\eta & 3-\eta \\ -5+3\xi & -1-\xi \end{pmatrix} \Rightarrow$$ Calculamos su determinante.

$$|J_e| = 16 - 8\xi - 8\eta$$

$$|J_e| = 0 \Rightarrow \xi + \eta = 2 \Rightarrow$$ Pto SINGULAR será:

$$\xi = \eta = 1$$

Nodo 3 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$

2) FUERZA NODAL EQUIVALENTE

$$\underline{t} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{x}{2} - 2\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$ (Ecuación de una recta formamos un sistema de 2 incógnitas)

en coordenadas naturales

$$\underline{t} = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(3 - \xi - 5\eta + 3\xi\eta\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Arista 1-2 $(\eta = -1)$: (la carga sólo tiene dirección ξ.)

$$\begin{cases} dx = \frac{\partial x}{\partial \xi} d\xi = (-1+3\eta)\, d\xi = -4\, d\xi \\ dy = \frac{\partial y}{\partial \xi} d\xi = (3-\eta)\, d\xi = 4\, d\xi \end{cases}$$

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = 4\sqrt{2}\, d\xi$$

$\Rightarrow$ vamos al nodo 1

$$f_{1x} = \int_{-1;\,\eta=-1}^{+1} N_1\, t\, dl = \int_{-1}^{+1} \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)\frac{\sqrt{2}}{4}\left(3 - \xi - 5\eta + 3\xi\eta\right) 4\sqrt{2}\, d\xi$$

$$f_{1x} = 18,67 = f_{1y}.$$

<u>Nodo 2</u>

$$f_{2x} = f_{2y} = \int_{-1,\eta=-1}^{+1} \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)\frac{\sqrt{2}}{4}(3-\xi-5\eta+3\xi\eta)4\sqrt{2}\,d\xi.$$

$$f_{2x} = \underline{13.33}$$

$$f^T = [18,67, 18.67, 13.33, 13.33, 0, 0, 0, 0]$$

<u>Cargo Total</u>: $F_T = 45.25.$

$$f_x = 18.67 + 13.33 = 32$$

$$f_y = 32$$

$$\Rightarrow f^T = \sqrt{32^2 + 32^2} = 45.25.$$
