

Задание 2. Выпуклые функции. 3 группа

Вариант 10: $(3 \cdot (8+13) \bmod 54) + 1 = 10$

Проверить, является ли f выпуклой (вогнутой) на заданном мн-ве X или указать области, в которых f является выпуклой или вогнутой.

$$f(x) = x_1^3 + 2x_3^3 + 10x_1 + x_2 - 5x_3 + 6 \quad X = \{x \in \mathbb{R}^3 : x \leq 0\}$$

Выпуклость

$\begin{pmatrix} 6x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12x_3 \end{pmatrix}$ Построим матрицу вторых производных ф-ии $f(x)$

$\Delta_1 = 6x_1 > 0$ при $x \leq 0$ не выполняется \Rightarrow в силу критерия Сильвестра матрица не явл. положительно определенной. \Rightarrow ф-ия не является выпуклой

Вогнутость

$$\begin{pmatrix} -6x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12x_3 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \Delta_1 &= -6x_1 \geq 0 \\ \Delta_{21} &= 0 \geq 0 \\ \Delta_{22} &= 0 \geq 0 \\ \Delta_{23} &= 72x_1x_3 \geq 0 \\ \Delta_3 &= 0 \geq 0 \end{aligned}$$

\Rightarrow по критерию Сильвестра матрица является неотрицательно определенной \Rightarrow ф. $f(x)$ явл. вогнутой на X .

Ответ: $f(x)$ - вогнута на $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : x \leq 0\}$.