

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Лабораторная работа № 11

Выполнено Благодарным Артёмом, студентом 4 курса 3 группы,
дисциплина «Исследование операций»
Преподаватель: Доцент Исаченко А.Н.

Минск, 2025 г.

Условие задачи

Дан взвешенный неориентированный граф $G = (V, E)$, где множество вершин $V = \{A, B, C, D, E, F\}$.

Веса ребер заданы следующим образом:

Ребро	Вес	Ребро	Вес
(A, B)	7	(C, E)	9
(A, C)	8	(D, E)	11
(B, C)	11	(D, F)	9
(B, D)	2	(E, F)	10
(C, D)	6		

Требуется: Найти минимальное и максимальное оставные деревья данного графа, используя алгоритм Крускала.

Решение задачи: Алгоритм Крускала

Дано 6 вершин ($V = 6$): A, B, C, D, E, F.

Для построения оставного дерева необходимо выбрать $V - 1 = 5$ ребер.

1. Минимальное оставное дерево

Алгоритм Крускала для поиска минимального оставного дерева:

- Сортируем все ребра графа по возрастанию весов.
- Добавляем ребра в остав, если они не образуют цикл с уже выбранными ребрами.
- Повторяем до тех пор, пока не наберем 5 ребер.

Шаг 1: Сортировка ребер (по возрастанию)

Ребро	Вес
(B, D)	2
(C, D)	6
(A, B)	7
(A, C)	8
(C, E)	9
(D, F)	9
(E, F)	10
(B, C)	11
(D, E)	11

Шаг 2: Выбор ребер

- (B, D), вес 2: Берем. (Ребер: 1)
- (C, D), вес 6: Берем. (Ребер: 2)

- **(A, B), вес 7:** Берем. (Ребер: 3)
- **(A, C), вес 8:** Пропускаем. Образует цикл $A - B - D - C - A$.
- **(C, E), вес 9:** Берем. (Ребер: 4)
- **(D, F), вес 9:** Берем. (Ребер: 5)

Примечание: Ребро (E, F) и остальные пропускаем, так как дерево уже построено.

Результат: Список ребер минимального оствового дерева:

$$\{(B, C), (D, E), (E, F), (C, E), (A, C)\}$$

Минимальный вес:

$$W_{min} = 2 + 6 + 7 + 9 + 9 = 33$$

2. Максимальное оствовое дерево

Для поиска максимального оствового дерева алгоритм аналогичен, но ребра сортируются по **убыванию** весов.

Шаг 1: Сортировка ребер (по убыванию)

Ребро	Вес
(B, C)	11
(D, E)	11
(E, F)	10
(C, E)	9
(D, F)	9
(A, C)	8
(A, B)	7
(C, D)	6
(B, D)	2

Шаг 2: Выбор ребер

- **(B, C), вес 11:** Берем. (Ребер: 1)
- **(D, E), вес 11:** Берем. (Ребер: 2)
- **(E, F), вес 10:** Берем. (Ребер: 3)
- **(C, E), вес 9:** Берем. Соединяет компоненту $\{B, C\}$ с $\{D, E, F\}$. (Ребер: 4)
- **(D, F), вес 9:** Пропускаем. Образует цикл $D - E - F - D$.
- **(A, C), вес 8:** Берем. Подключает вершину A. (Ребер: 5)

Дерево построено.

Результат: Список ребер максимального оствового дерева:

$$\{(B, C), (D, E), (E, F), (C, E), (A, C)\}$$

Максимальный вес:

$$W_{max} = 11 + 11 + 10 + 9 + 8 = 49$$