

Лабораторная работа № 3

Дан прямоугольный параллелепипед с рёбрами a, b, c . Найти электрический и магнитный потенциал, электрическую и магнитную напряжённость внутри этого параллелепипеда при заданных диэлектрической проницаемости ϵ , условиях на электрический и магнитный потенциал (u и v соответственно) на его гранях, и постоянной магнитной проницаемости, если распределение зарядов изменяется по закону $\rho(x, y, z)$. Сумма, при необходимости, должна состоять не менее чем из 50 слагаемых.

Вариант 1.

$$\begin{aligned} \epsilon &= -1, \quad a = 2, \quad b = 4, \quad c = 6, \quad \rho(x, y, z) = \sin(x) + yz; \\ u_y|_{y=0} &= z\sin(x), \quad u_y|_{y=b} = z\sin(x+4), \quad u_z|_{z=0} = u_z|_{z=c} = -\cos(x+y); \\ u|_{x=0} &= -z\cos(y) + y^3(y-4)^2\cos\left(\frac{3\pi z}{6}\right), \quad u|_{x=a} = -z\cos(y+2) + \cos\left(\frac{\pi y}{4}\right)\cos\left(\frac{4\pi z}{6}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_x|_{x=0} &= v_x|_{x=a} = v|_{y=0} = v_y|_{y=b} = 0; \\ v|_{z=0} &= x^2(x-2)^3\sin\left(\frac{5\pi y}{8}\right), \quad v|_{z=c} = \cos\left(\frac{3\pi x}{6}\right)\sin\left(\frac{7\pi y}{8}\right). \end{aligned}$$

Вариант 2.

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1, \quad a = 2, \quad b = 5, \quad c = 3, \quad \rho(x, y, z) = 1 + x - y + z; \\ u|_{x=0} &= y + z + y^2z, \quad u|_{x=a} = 2 + y + z + y^2ze^2, \quad u|_{y=0} = z + x, \quad u|_{y=b} = x + z + 5 + 25ze^x; \\ u|_{z=0} &= x + y + \sin(4\pi x)\sin(5\pi y), \quad u|_{z=c} = x + y + 3 + 3y^2e^x + xy^2(x-2)(y-5). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_x|_{x=0} &= v_x|_{x=a} = v|_{y=0} = v_y|_{y=b} = 0; \\ v|_{z=0} &= x^2(x-a)^2\sin\left(\frac{6\pi y}{20}\right), \quad v|_{z=c} = y(y-b)^2\cos(8\pi x). \end{aligned}$$

Вариант 3.

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1, \quad a = 5, \quad b = 3, \quad c = 4, \quad \rho(x, y, z) = xy + z^2; \\ u_y|_{y=0} &= z\cos(x), \quad u_y|_{y=b} = z\cos(x+3), \quad u_z|_{z=0} = u_z|_{z=c} = \sin(x+y); \\ u|_{x=0} &= z\sin(y) + y^2(y-3)^3\cos\left(\frac{2\pi z}{4}\right), \quad u|_{x=a} = z\sin(y+5) + \cos\left(\frac{\pi y}{3}\right)\cos\left(\frac{2\pi z}{4}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_x|_{x=0} &= v_x|_{x=a} = v|_{y=0} = v_y|_{y=b} = 0; \\ v|_{z=0} &= x^3(x-5)^2\sin\left(\frac{6\pi y}{12}\right), \quad v|_{z=c} = \cos\left(\frac{4\pi x}{5}\right)\sin\left(\frac{7\pi y}{6}\right). \end{aligned}$$

Вариант 4.

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1, \quad a = 2, \quad b = 3, \quad c = 6, \quad \rho(x, y, z) = x + y + z; \\ u|_{x=0} &= y^2 + z^2, \quad u|_{x=a} = y^2 + z^2 + 2e^y, \quad u|_{y=0} = z^2 + x, \quad u|_{y=b} = z^2 + 9 + xe^3; \\ u|_{z=0} &= y^2 + xe^y + 4\sin(3\pi x)\sin(2\pi y), \quad u|_{z=c} = y^2 + 36 + xe^y + xy^2(x-2)(y-3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_x|_{x=0} &= v_x|_{x=a} = v|_{y=0} = v_y|_{y=b} = 0; \\ v|_{z=0} &= x^3(x-a)^3\sin\left(\frac{4\pi y}{24}\right), \quad v|_{z=c} = y(y-b)^3\cos(6\pi x). \end{aligned}$$

Вариант 5.

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1, \quad a = 3, \quad b = 5, \quad c = 7, \quad \rho(x, y, z) = x^2 + y; \\ u_y|_{y=0} &= -z\sin(2x), \quad u_y|_{y=b} = -z\sin(2x+5), \quad u_z|_{z=0} = u_z|_{z=c} = \cos(2x+y); \\ u|_{x=0} &= z\cos(y) + y^2(y-5)^2\cos\left(\frac{5\pi z}{7}\right), \quad u|_{x=a} = z\cos(y+6) + \cos\left(\frac{\pi y}{5}\right)\cos\left(\frac{6\pi z}{7}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_x|_{x=0} &= v_x|_{x=a} = v|_{y=0} = v_y|_{y=b} = 0; \\ v|_{z=0} &= x^2(x-3)^2\sin\left(\frac{\pi y}{10}\right), \quad v|_{z=c} = \cos\left(\frac{2\pi x}{3}\right)\sin\left(\frac{5\pi y}{10}\right). \end{aligned}$$

Вариант 6.

$$\varepsilon = 1, \quad a = 1, \quad b = 2, \quad c = 5, \quad \rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2;$$

$$u|_{x=0} = y + z, \quad u|_{x=a} = y + z + ye^z, \quad u|_{y=0} = z, \quad u|_{y=b} = z + 2 + 2xe^z;$$

$$u|_{z=0} = y + xy + \sin(2\pi x)\sin(3\pi y), \quad u|_{z=c} = y + 5 + xye^5 + xy(x - 1)(y - 2).$$

$$v_x|_{x=0} = v_x|_{x=a} = v|_{y=0} = v_y|_{y=b} = 0;$$

$$v|_{z=0} = x^4(x - a)^4 \sin\left(\frac{4\pi y}{16}\right), \quad v|_{z=c} = y(y - b)^4 \cos(5\pi x).$$