Благодарный Артём 3 группа 3 курс 8 в списке

Задание $(3(8+5) \bmod 32)+1 = 8$

$$f(x) = x_1^4 + x_2^4 - 2(x_1 - x_2)^2$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_1} = 4x_1^3 - 4(x_1 - x_2) = 0 \\ \dfrac{\partial f(x)}{\partial x_2} = 4x_2^3 + 4(x_1 - x_2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1^3 = x_1 - x_2 & (1) \\ x_2^3 = -(x_1 - x_2) & (2) \end{cases}$$

$x_2 = x_1 - x_1^3$ из (1) и подставим в (2):

$$(x_1 - x_1^3)^3 + (x_1)^3 = 0$$

$$x_1^3(2 - x_1^2)(\underbrace{1 - x_1^2 + x_1^4}_{>0}) = 0$$

$x_1 = 0$; $x_1 = \pm\sqrt{2}$

Стационарные точки: $(0,0)$, $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \begin{pmatrix} 12x_1^2 - 4 & 4 \\ 4 & 12x_2^2 - 4 \end{pmatrix}$$

I $(0,0)$: $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$

II $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$: $\begin{pmatrix} 20 & 4 \\ 4 & 20 \end{pmatrix}$

III $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$: $\begin{pmatrix} 20 & 4 \\ 4 & 20 \end{pmatrix}$

Применяя критерий Сильвестра, заключаем, что $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial^2}$ в т. $(0,0)$ не является знакоопределённой, т.е. стационарный план $(0,0)$ не локально оптимальный.

Поскольку матрица $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$ положительно определена, то $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ и $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ локально оптимальны:

$$f(\sqrt{2}, -\sqrt{2}) = f(-\sqrt{2}, \sqrt{2}) = -8$$