

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

КАФЕДРА БИОМЕДИЦИНСКОЙ ИНФОРМАТИКИ

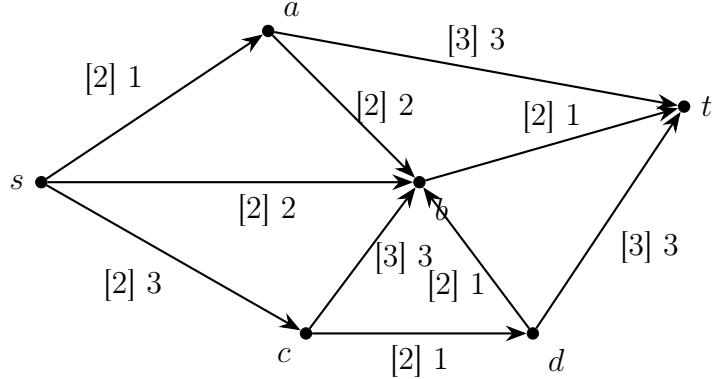
Лабораторная работа № 15

Выполнено Благодарным Артёмом, студентом 4 курса 3 группы,  
дисциплина «Исследование операций»  
Преподаватель: Доцент Исаченко А.Н.

Минск, 2025 г.

## Условие задачи

Найти с помощью алгоритма Басакера — Гоуэна и алгоритма Клейна поток величины  $m = 4$  с минимальной стоимостью. Пропускные способности дуг заданы в квадратных скобках  $[c]$ , стоимости  $a$  — без скобок.



## Решение

### 1. Алгоритм Басакера — Гоуэна

Суть метода: на каждом шаге находим кратчайший путь по стоимостям в остаточной сети и пускаем по нему максимально возможный поток, пока не наберем  $m = 4$ .

#### Итерация 1.

- Кратчайший путь по стоимостям:  $s \xrightarrow{2} b \xrightarrow{1} t$ . Суммарная стоимость пути:  $2 + 1 = 3$ .
- Пропускная способность пути:  $\min(c_{sb}, c_{bt}) = \min(2, 2) = 2$ .
- Пускаем поток величиной  $f_1 = 2$ .
- *Текущий поток: 2, текущая стоимость:  $2 \times 3 = 6$ .*

**Итерация 2.** Дуги  $(s, b)$  и  $(b, t)$  теперь насыщены. Ищем следующий кратчайший путь.

- Путь  $s \xrightarrow{1} a \xrightarrow{3} t$ . Стоимость:  $1 + 3 = 4$ .
- Путь  $s \xrightarrow{1} a \xrightarrow{2} b \xrightarrow{\text{насыщ.}} t$  (недоступен).
- Путь  $s \xrightarrow{3} c \xrightarrow{1} d \xrightarrow{1} b \dots$  (недоступен).
- Выбираем путь  $s \rightarrow a \rightarrow t$ . Пропускная способность:  $\min(c_{sa}, c_{at}) = \min(2, 3) = 2$ .
- Пускаем поток величиной  $f_2 = 2$ .
- *Текущий поток:  $2 + 2 = 4$ .*
- *Дополнительная стоимость:  $2 \times 4 = 8$ .*

Итоговая величина потока  $m = 4$  достигнута. Суммарная стоимость:  $6 + 8 = 14$ .

## 2. Алгоритм Клейна (Проверка оптимальности)

Для проверки оптимальности построим остаточную сеть и проверим наличие циклов отрицательной стоимости.

**Остаточные стоимости для дуг с потоком:**  $a(a, s) = -1$ ,  $a(b, s) = -2$ ,  $a(t, a) = -3$ ,  $a(t, b) = -1$ .

**Проверка циклов:**

- Рассмотрим цикл  $a \rightarrow b \rightarrow t \rightarrow a$ : Стоимость =  $a_{ab} + a_{bt}$ (насыщ) +  $a_{ta} = 2 + (-2) = 0$ .
- Рассмотрим цикл  $s \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow b \rightarrow s$ : Стоимость =  $3 + 1 + 1 + (-2) = 3 > 0$ .
- Рассмотрим цикл  $a \rightarrow t \rightarrow b \rightarrow a$ : Нет прямой дуги  $t \rightarrow b$ .

Циклов отрицательной стоимости в остаточной сети не обнаружено. Следовательно, полученный поток является оптимальным.

## 3. Итоговое распределение потока

- По дуге  $(s, a)$ : поток 2, стоимость 2.
- По дуге  $(s, b)$ : поток 2, стоимость 4.
- По дуге  $(a, t)$ : поток 2, стоимость 6.
- По дуге  $(b, t)$ : поток 2, стоимость 2.

**Минимальная общая стоимость:**  $Z = 2 + 4 + 6 + 2 = 14$ .