

Report

Report of template class Vector

一.模板类的实现

私有成员变量

- 1.obj_size:存储元素个数
- 2.obj_capacity:实际申请空间大小
- 3.objects:一级指针,指向申请空间的首地址

私有成员函数

- 1.void releasemem():为析构函数提供释放内存空间的手段
- 2.void warning(int error):用于抛出异常,如提示下标越界或者数组为空

公有成员函数

- 1.explicit Vector(int init_size=0):普通构造函数,初始元素个数为0,通过explicit声明单参数显式调用
- 2.explicit Vector(const Vector& rhs):深复制构造函数,通过explicit声明单参数显式调用
- 3.const Vector& operator=(const Vector& rhs):重载赋值运算符函数,申请新空间并释放旧空间
- 4.~Vector():析构函数,终结变量声明周期并释放相应内存空间,调用releasemem()
- 5.size(),capacity():分别返回obj_size,obj_capacity
- 6.bool is_empty():判断obj_size是否为0
- 7.obj& operator [] (int obj_index) const:函数调用运算符, obj_index>=obj_size时调用warning()抛出异常
- 8.void printVector():输出对象0~size()-1存储的值
- 9.void resize(int new_size):当new_size>obj_capacity时调用reserve()重构一个obj_capacity=2*new_size+1的新数组并将旧元素复制回去,若new_size>obj_size则为obj_size赋新值
- 10.void reserve(int new_capacity):若new_capacity>=obj_size则创建一个temporary指针指向当前objects指向的地址并为对象申请新规模空间并将旧元素复制回去,最后释放temporary
- 11.const obj& back() const:返回对象存储的最后一个元素
- 12.void push_back(const obj& new_element):若obj_size==obj_capacity则reserve一个新空间,为对象添加一个新元素,同时obj_size增加1
- 13.void pop_back():令obj_size减1,相当于忽略对象最末尾的元素

迭代器

- ```
typedef obj* iterator;
typedef const obj* const_iterator;
1.const_iterator begin() const:返回存储的第一个元素的地址
2.const_iterator end() const:返回存储的最后一个元素的地址
```

### 二.Vector类基本测试

---

具体见main.cpp，测试点全部通过会有相关说明。测试表明不会发生内存泄漏。

## 三.SPARE\_CAPACITY(以下简称s)的作用

obj\_size为实际存储个数，obj\_capacity为实际申请空间大小，s=obj\_capacity-obj\_size,显然是为了防止频繁push新元素导致不停reserve新空间带来的时间上的浪费而提前预留的空闲空间。

## 四.s对各类成员函数的影响

实际上s只对obj\_capacity的值与push\_back()有一定影响。其中对于push\_back(),由于提前预留了一定空间以便于push新元素的时候不用reserve新空间，故属于空间换时间的方式。尤其当size变化范围较大的时候，申请新空间、复制旧元素会很浪费时间，故这时s(SPARE\_CAPACITY)就显得十分有用。

## 五.对s最优大小的理论分析

注：size等可能分布在 $1 \sim N$ 中。

### 步骤一

首先我们通过均摊分析法来计算push\_back()的时间复杂度。

首先抛开s，考虑初始大小为1、倍增因子为m的数组空间，现要求size为n，那么需要调用reserve()的次数为 $t = \log_m(n)$ ，第i次reserve会复制 $m^i$ 数量的元素，因此所有reserve()花费总时间为：

$$\sum_{i=1}^t m^i \approx \frac{n * m}{m - 1}$$

因为共n次操作，平均下来每push一次花费的时间为：

$$\frac{m}{m - 1}$$

，即常量时间（在我们这m几乎就是2）。

### 步骤二

下面来计算对于分配范围为 $[1, N]$ 的size需要花费的总时间。设分配单位大小空间的相对时间为常数a；复制单个元素的相对时间为常数b；根据步骤一，我们可以设push\_back一个新元素的相对时间为常数c。至于

obj\_size, obj\_capacity等值之间比较的操作时间复杂度都是 $O(1)$ ，不考虑在内。

考虑初始分配空间大小为 $S[0] = s$ ，现要求size为n。由 $S[k] = 2S[k-1] + 1$ 易得 $S[k] + 1 = 2^{k+1}$ ，现要找出p和q，其中 $q = p + 1$ ，使得：

$$2^p * (s + 1) < n + 1 \leq 2^q * (s + 1)$$

解得p=

$$p < \log_2\left(\frac{n+1}{s+1}\right) \leq q = p + 1$$

$$p+1 = \lceil \log_2(\frac{n+1}{s+1}) \rceil$$

即共需调用reserve()函数(p+1)次。总共新增元素的次数为：

$$S_0 + S_1 + \dots + S_{p+1} + n = (2^0 + 2^1 + \dots + 2^p) * (s+1) - (p+1) + n$$

化简得可近似为：

$$2 * n - s - (p+1) = 2 * n - s - \lceil \log_2(\frac{n+1}{s+1}) \rceil$$

其中复制次数和push次数分别为：

$$n - s - \lceil \log_2(\frac{n+1}{s+1}) \rceil$$

$$n$$

又分配单位空间次数可近似为：

$$S_0 + S_1 + \dots + S_{p+1} \approx 2 * n - s - \lceil \log_2(\frac{n+1}{s+1}) \rceil$$

故对于size为n花费的相对总时间为：

$$time(n) = (a+b) * (2 * n - s - \lceil \log_2(\frac{n+1}{s+1}) \rceil) + c * n$$

又因为size在[1,N]均匀分布，不妨考虑对n累加起来的总时间减去与s无关的常量得到的值：

$$T(s) = \frac{\sum_{n=1}^N time(n) - uncorrelation}{a+b} \approx -N * s - \sum_{n=1}^N \lceil \log_2(\frac{n+1}{s+1}) \rceil$$

若只考虑时间上达到最优，那么只需要求T最小时s所取的值，对T求s的偏导：

$$T' = [\frac{1}{(s+1) * \ln 2} - 1] * N$$

可见T随着s的增大先递增后递减，又考虑到上述讨论基于s≤N的事实，并且显然不会延拓到s>N的情况，因此哪怕不是为了节省空间我们也仍然至多选取s为N。s的另一个选择是1，我们分别代入1和N进T并比较：

$$T(1) - T(N) = N^2 - N - \sum_{n=1}^N \log_2\left(\frac{N+1}{n+1}\right) = (N - N) + (N - \log_2\left(\frac{N+1}{1+1}\right)) + \dots + (N - \log_2\left(\frac{N+1}{N-1+1}\right)) > 0$$

可见s=N是最优解。

## 六.对s最优大小的实验测试

注:实验测试代码在main.cpp中,可以make然后bash run进行测试,测试首先是基本测试,然后将提示输入N和spare\_capacity的值并输出相对时间大小,推荐对同一个N测试多组并进行比较。

```
int t,N,count = 1;
clock_t start,end;
cout<<"Now testing spare_capacity, recommend "<<endl<<"input";
cout<<":N/10,N/5,N/4,N/3,N/2,6N/10,7N/10,8N/10,9N/10,N."<<endl;
cout<<"input 0 to stop, 1 to try again:";
while (cin>>t && t) { // input 0 if want to stop the experiment.
 cout<<count++<<"th try, please input N and spare_capacity:";
 cin>>N>>spare_capacity;
 start = clock();
 Vector<int> testvec;
 for (int n = 1;n < N;n++) {
 for (int i = 0;i < n;i++) {
 testvec.push_back(i);
 }
 }
 end = clock();
 cout<<"while N="<<N<<", spare_capacity="<<spare_capacity;
 cout<<":relatively caused time="<<end - start<<endl;
 cout<<"input 0 to stop, 1 to try again:";
}
cout<<"test ends."<<endl;
```

(上为相关代码展示)

### 实验一：选取N为1000

| SPARE_CAPACITY | 1    | 150  | 250 | 333  | 500  | 600  | 700  | 800  | 900  | 1000 |
|----------------|------|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| relative time  | 3000 | 2275 | 875 | 3310 | 2400 | 2300 | 3000 | 2400 | 1900 | 800  |

### 实验二：选取N为100

| SPARE_CAPACITY | 1  | 15 | 25 | 33 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| relative time  | 18 | 19 | 14 | 15 | 13 | 15 | 15 | 14 | 13 | 13  |

### 实验三：选取N为10000

| SPARE_CAPACITY | 1      | 1500   | 2500   | 3333   | 5000   | 6000   | 7000   | 8000   | 9000  |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| relative time  | 400000 | 470000 | 440000 | 350000 | 430000 | 460000 | 410000 | 400000 | 40000 |

# 结论与思考

---

由三个实验我们大致可以看出 $s=N$ 时的确能优化时间，但是效果不甚明显，甚至三个实验都出现了当 $s=N/4$ 时总相对时间出现了不正常的减少。其实前面一个问题不难解释，编译器会对代码进行优化，同时根据代码写法和编译器类型的不同，都会对实际运行时间产生一定的影响。在工程与应用中，让类的使用者自己输入 `SPARE_CAPACITY` 的值肯定是不现实的，故一般取为16或者干脆不使用 `SPARE_CAPACITY`，这样虽然降低了效率，但提高了所谓的封装性。