

# Измерение добротности сверхпроводящего кубита-трансмона

И.Ю. Горбунов<sup>1</sup>, А.Е. Толстобров<sup>1,4</sup>, Г.П. Федоров<sup>1,2,4</sup>, О.В. Астафьев<sup>3,1</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup>НИТУ МИСИС

<sup>3</sup>Сколковский институт науки и технологий

<sup>4</sup>Российский квантовый центр

## Содержание

<b>1</b>	<b>Теоретический обзор</b>	<b>1</b>
1.1	Квантовые физические системы . . . . .	1
1.2	Матрица плотности смешанного состояния . . . . .	3
1.3	Джозефсоновские кубиты . . . . .	4
1.4	Реализация кубита . . . . .	7
1.5	Каналы декогерентности . . . . .	9
1.6	Трансмон . . . . .	10
1.7	От Cooper Pair Box к трансмону . . . . .	11
1.8	Осцилляции Раби. Добротность кубита. . . . .	12
1.9	Время релаксации кубита . . . . .	15
1.10	Метод Рамзи . . . . .	15
1.11	Спиновое Эхо . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Экспериментальная установка</b>	<b>16</b>

## 1 Теоретический обзор

### 1.1 Квантовые физические системы

Начнём, прежде всего, с теоретического описания искусственных сверхпроводящих атомов в рамках теории квантовой механики, являющейся главным инструментом в их исследовании.

Квантовый объект характеризуется понятием состояния, которое содержит сведения о системе (максимально возможные), позволяющие получать вероятность возможного результата в эксперименте. Всё строится на трёх постулатах квантовой механики:

**Постулат 1.** Физическое состояние замкнутой квантовой системы представляется вектором состояния  $|\Psi\rangle$  в линейном комплексном векторном пространстве с внутренним произведением (гильбертовом пространстве).

В линейном пространстве состояний выполняется *принцип суперпозиции*. Согласно этому принципу, если система может находиться в состояниях  $|\Psi_1\rangle, |\Psi_2\rangle, \dots, |\Psi_n\rangle$ , то она может находиться и в произвольной линейной суперпозиции этих состояний  $|\Psi\rangle = a_1 |\Psi_1\rangle + a_2 |\Psi_2\rangle + \dots + a_n |\Psi_n\rangle$ . Наблюдаемые характеристики системы описываются линейными эрмитовыми операторами (матрицами), действующими на векторы состояний. Все возможные значения наблюдаемой системы  $A$  записывают с помощью собственных значений соответствующего оператора  $\hat{A}$ .

**Постулат 2.** Динамическая (обратимая) эволюция замкнутой квантовой системы описывается уравнением Шредингера:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = \hat{H} |\Psi(t)\rangle,$$

где  $\hat{H}$  – оператор энергии, называемый гамильтонианом системы.

Альтернативная формулировка постулата 2 следующая.

**Постулат 2'.** Динамическая (обратимая) эволюция замкнутой квантовой системы описывается унитарным преобразованием:

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U}(t) |\Psi(0)\rangle.$$

Операторы  $\hat{U}$ , называемые в квантовых компьютерах гейтами, переводят систему (например, кубит) из одного состояния в другое. При этом не любые, а только унитарные гейты разрешены в квантовой механике.

Измерение квантового состояния – необратимый процесс, который не описывается динамическим уравнением и формулируется как постулат измерения.

**Постулат 3.** При измерении наблюдаемой системы  $A$  ее состояние редуцируется («коллапс волновой функции») в один из собственных векторов состояния оператора  $\hat{A}$ . Результат измерения носит не детерминистический, а вероятностный характер.

Если при измерении физической наблюдаемой системы  $A$ , соответствующей оператору  $\hat{A}$  и находящейся в ортонормированном базисе  $\{|e_i\rangle\}$ , являющемся набором собственных векторов оператора  $\hat{A}$ , до измерения находится в состоянии  $|\psi\rangle = \sum_i c_i |e_i\rangle$ , то результатом измерения с вероятностью  $|c_i|^2$  будет значение наблюдаемой системы  $A_i$ . При этом система перейдет в состояние  $|e_i\rangle$ :

$$|\Psi\rangle \xrightarrow{\text{измерение}} |e_i\rangle.$$

Итак, перейдем к определению простейшей квантовой системы с двумя базисными состояниями – кубита (*quantum bit, qubit*).

Его пространство состояний, является двумерным гильбертовым пространством. Вектор произвольного состояния кубита есть когерентная линейная суперпозиция базисных состояний:

$$|\Psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix},$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – комплексные числа, удовлетворяющие условию нормировки  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ; векторы  $|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  и  $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  – ортонормированные базисные состояния (стандартный, или вычислительный, базис). При этом кубит не находится в каком-то одном из состояний  $|0\rangle$  или  $|1\rangle$ . Проявляется его квантово-суперпозиционная природа, и кубит *одновременно* принимает два эти состояния. Однако квантовую суперпозицию невозможно наблюдать. При измерении вероятностным образом наблюдается та или иная компонента квантовой суперпозиции. Конкретно, в случае кубита измерение его состояния в базисе  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  проектирует состояние кубита в состояние  $|0\rangle$  с вероятностью  $Prob(0) = |\alpha|^2$ , или в состояние  $|1\rangle$  с вероятностью  $Prob(1) = |\beta|^2$ .

На языке операторов проектирования измерение кубита в вычислительном базисе описывается двумя проекторами:  $\hat{P}_0 = |0\rangle\langle 0|$  и  $\hat{P}_1 = |1\rangle\langle 1|$ . Если мы измеряем кубит в состоянии  $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ , то

$$|\psi\rangle \Rightarrow \hat{P}_i |\psi\rangle \Rightarrow \frac{\hat{P}_i |\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | \hat{P}_i | \psi \rangle}} = \frac{\alpha_i}{|\alpha_i|} |i\rangle \text{ с вероятностью}$$

$$Pr(i) = |\hat{P}_i |\psi\rangle|^2 = |\alpha_i|^2, \quad i = 0, 1.$$

Четыре степени свободы в представлении суперпозиционного состояния можно сузить до двух после нормировки и установки фазы основного состояния в нуль:

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi} |1\rangle = \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Рис. 1: Сфера блоха. Квантовые состояния и  $(x, y, z)$ -представление. Состояние  $|\psi\rangle$  (красная стрелка) определена через углы  $\theta$  и  $\phi$ .

Это представление очень удобно, потому что теперь состояние можно описать графически (Рис. 1 [2]). Соответствующие состояния описываются следующим образом:

$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}; \quad |-\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}};$$

$$|+_i\rangle = \frac{|0\rangle + i|1\rangle}{\sqrt{2}}; \quad |-_i\rangle = \frac{|0\rangle - i|1\rangle}{\sqrt{2}};$$

## 1.2 Матрица плотности смешанного состояния

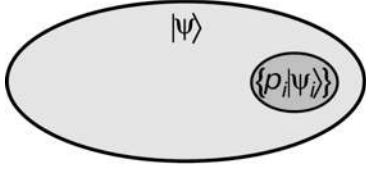


Рис. 2: Смешанное состояние  $\{p_i |\psi_i\rangle\}$  системы

В этом разделе обратим внимание на то, что вектор состояния  $|\Psi\rangle$  описывает состояние замкнутой квантовой системы, называемой чистым состоянием. В действительности рассматриваемая система является частью квантовой системы, взаимодействуя с окружением (резервуаром) (Рис. 2 [7]). Для описания индивидуальных подсистем композитной квантовой системы вводится понятие матрицы плотности или оператора плотности  $\hat{\rho}$ . Будем описывать квантовую систему, состояние которой не полностью известно, вводя понятие статистического ансамбля чистых состояний  $|\psi_i\rangle$ , в которых система находится с вероятностями  $p_i$  ( $\sum_i p_i = 1$ ). Такое состояние называется статистической смесью, или смешанным состоянием, которое отличается от когерентного суперпозиционного состояния  $|\psi\rangle = \sum_i a_i |\psi_i\rangle$ .

Разберёмся подробнее с тем, как описывается смешанное состояние. Его оператор плотности имеет вид:

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|,$$

или в произвольном ортонормированном базисе  $\{|e_k\rangle\}$  матрицей плотности с элементами

$$\rho_{lm} = \sum_i p_i \langle e_l | \psi_i \rangle \langle \psi_i | e_m \rangle.$$

Следует обратить внимание на то, что в частном случае чистого состояния все значения вероятностей  $p_i$  равны нулю за исключением одного, равного единице. При этом, по заданной матрице плотности можно определить, чистое или смешанное состояние она кодирует. Для матрицы плотности чистого состояния верно:

- Спектр матрицы имеет лишь одно ненулевое значение, равное единице
- $\rho^2 = \rho$ , т.е. для чистого состояния матрица плотности — это оператор проекции.

Посмотрим, какой физический смысл имеют компоненты матрицы плотности. В базисе  $\{|e_n\rangle\}$  имеем:

$$|\psi_k\rangle = \sum_n a_n^{(k)} |e_n\rangle,$$

$$\rho_{nm} = \langle e_n | \hat{\rho} | e_m \rangle = \sum_k p_k \langle e_n | \psi_k \rangle \langle \psi_k | e_m \rangle = \sum_k p_k a_n^{(k)} a_m^{(k)*}.$$

Таким образом, диагональный элемент матрицы плотности  $\rho_{nn} = \sum_k p_k |a_n^{(k)}|^2$  равен вероятности состояния  $|e_n\rangle$ , усредненной по ансамблю. То есть диагональные компоненты  $\rho_{nn}$  дают вероятность обнаружения системы в состоянии  $|e_n\rangle$ . Они называются *заселенностями* соответствующих состояний. Недиагональные компоненты содержат перекрестные члены  $a_n^{(k)} a_m^{(k)*}$  и отражают интерференционные эффекты между состояниями  $|e_n\rangle$  и  $|e_m\rangle$  в когерентной суперпозиции этих состояний в  $k$ -й компоненте статистического ансамбля. По этой причине недиагональные компоненты матрицы плотности называются *когерентностями*. В зависимости от набора вероятностей  $\{p_k\}$  они могут либо полностью «зануляться», либо иметь некоторое ненулевое значение.

### 1.3 Джозефсоновские кубиты

Рассмотрим подробнее физические эффекты, лежащие в основе исследуемого образца сверхпроводящего кубита.

**Сверхпроводимость** – это свойство проводников, состоящее в скачкообразном уменьшении до нуля их сопротивления при понижении температуры ниже некоторого значения. Температура  $T_c$ , ниже которой вещество находится в сверхпроводящем состоянии, называется *критической температурой*.

Переход вещества в сверхпроводящее состояние есть фазовый переход второго рода, связанный с перестройкой электронной подсистемы (а не кристаллической структуры).

**Энергетическая щель.** Термодинамические свойства сверхпроводников также отличаются от свойств обычных металлов. В спектре квазичастичных электронных возбуждений есть щель  $\Delta$ , т.е. запрещенный интервал энергии. Вследствие этого электронный вклад, например, в теплоемкость при низких температурах экспоненциально мал  $\exp(-\frac{\Delta}{kT})$ . Величина щели существенно зависит от температуры (Рис. 3 [7]).

**Квантование магнитного потока.** В массивном сверхпроводящем кольце (или полой цилиндрической трубке) циркулирующий ток и производимое им магнитное поле не могут иметь произвольное значение. Захваченный в отверстии поток магнитного поля  $\Phi$  может принимать лишь дискретный ряд значений:

$$\Phi = n\Phi_0, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где  $\Phi_0 = \frac{hc}{2e} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$  – фундаментальная единица потока (квант потока).

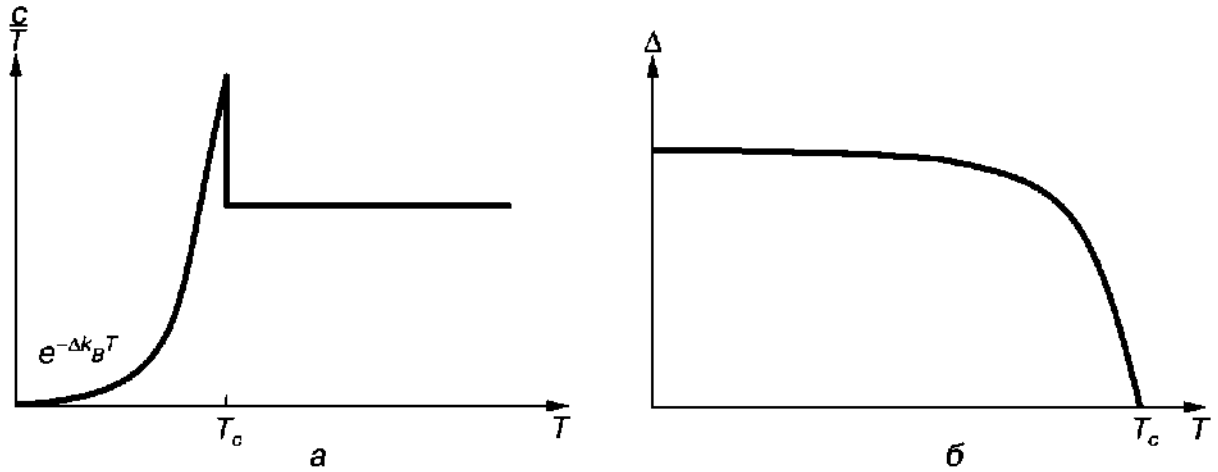


Рис. 3: Температурные зависимости электронной теплоемкости (а) и сверхпроводящей щели (б)

**Макроскопическая волновая функция  $\Psi$ .** Согласно феноменологической теории братьев Лондонов отклик «сверхпроводящих электронов» на электромагнитные поля описывается выражением (новое материальное соотношение для уравнений Максвелла):

$$\vec{j}_s = \frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \vec{A}, \quad (2)$$

где  $\lambda_L = \sqrt{mc^2/4\pi n_s e^2}$  – лондоновская глубина проникновения магнитного поля,  $n_s$  – плотность сверхпроводящих электронов. В итоге имеем связь плотности сверхпроводящего тока  $\vec{j}$  с векторным потенциалом  $\vec{A}$  (следовательно, с магнитным потоком). Исходя из этого соотношения  $\Phi$ . Лондон интерпретировал сверхпроводимость как макроскопическое квантовое явление, в котором вся совокупность электронов находится в когерентном квантовом состоянии и описывается единой квантово-механической волновой функцией.

Гинзбург и Ландау обобщили этот результат и ввели комплексный параметр порядка – волновую функцию сверхпроводящих электронов:

$$\Psi(r) = \sqrt{n_s(r)} e^{i\varphi(r)}. \quad (3)$$

Квадрат модуля макроскопической волновой функции равен плотности сверхпроводящих электронов, а градиент фазы  $\varphi(r)$  определяет ток в системе.

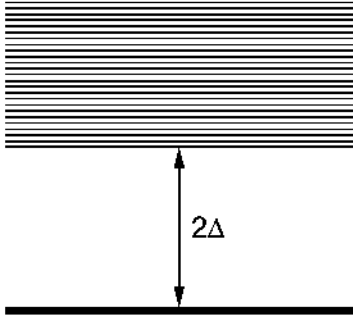


Рис. 4: Квазичастичные возбуждения в сверхпроводнике (отделены щелью от основного состояния)

каж могут быть существенно подавлены уменьшением температуры. Квазичастичные возбуждения могут быть «заморожены» при условии  $kT \ll \Delta$ . Переменные электромагнитные поля частоты  $\omega$  воздействуют и на конденсат, вызывая при  $\hbar\omega \gg 2\Delta$  разрушение куперовских пар и возникновение неравновесных квазичастиц.

Таким образом, для обеспечения в сверхпроводящих кубитах низкого уровня декогерентности необходимо выполнение условий:

$$kT \ll \Delta, \quad \hbar\omega \ll \Delta.$$

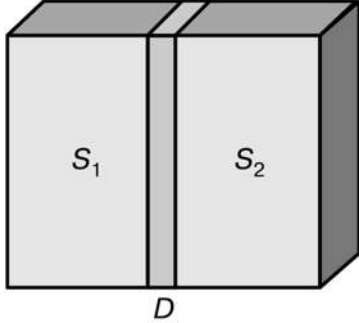


Рис. 5: Джозефсоновский туннельный контакт

**Куперовские пары.** В теории БКШ (Дж. Бардин, Л. Купер и Дж. Шриффер) переход в сверхпроводящее состояние обусловлен объединением электронов в пары (так называемые куперовские пары), каждая из которых обладает нулевым суммарным спином, т.е. является бозе-частицей (подчиняется статистике Бозе-Эйнштейна). Заряд куперовской пары равен  $2e$ , масса —  $2m$ , что учтено в формулах (2) и (3). Куперовские пары, являясь бозе-частицами, образуют бозе-конденсат, в котором фазы волновых функций пар когерентны во всем объеме сверхпроводника. Эффективная волновая функция всего конденсата пар и есть  $\Psi$ -функция (3).

**Квазичастичные возбуждения.** Бездиссипативный характер токов в сверхпроводнике относится к стационарному равновесному состоянию. В нестационарном режиме отклик сверхпроводника определяется как сверхпроводящим конденсатом, так и квазичастичными возбуждениями над основным состоянием. Однако в следствие наличия щели  $\Delta$  в спектре возбуждений (Рис. 4 [7]) процессы диссипации и декогерентности в сверхпроводниках

могут быть существенно подавлены уменьшением температуры. Квазичастичные возбуждения могут быть «заморожены» при условии  $kT \ll \Delta$ . Переменные электромагнитные поля частоты  $\omega$  воздействуют и на конденсат, вызывая при  $\hbar\omega \gg 2\Delta$  разрушение куперовских пар и возникновение неравновесных квазичастиц.

Таким образом, для обеспечения в сверхпроводящих кубитах низкого уровня декогерентности необходимо выполнение условий:

$$kT \ll \Delta, \quad \hbar\omega \ll \Delta.$$

**Эффект Джозефсона.** Джозефсоновские кубиты основаны на сверхпроводящих структурах, содержащих джозефсоновские контакты. Джозефсоновский туннельный контакт представляет собой два сверхпроводника, разделенных тонким ( $2 - 5$  нм) слоем диэлектрика (Рис. 5 [7]). Сверхпроводники  $S_1$  и  $S_2$ , составляющие контакт (берега контакта), характеризуются волновыми функциями  $\Psi_1 = |\Psi_1|e^{i\varphi_1}$  и  $\Psi_2 = |\Psi_2|e^{i\varphi_2}$ . В отсутствие взаимодействия между берегами фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  когерентны в каждом из сверхпроводников. Обмен электронами (туннелирование через диэлектрик) приводит к фазовой когерентности в системе как целого и установлению разности фаз  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  на контакте. Замечательное открытие Брайана Джозефсона (1962) состоит в том, что сверхпроводящий ток может протекать без сопротивления через туннельный барьер диэлектрика, причем значение тока связано с разностью фаз  $\varphi$ . Фаза квантово-механической волновой функции прямо определяет такую измеряемую величину, как ток  $I$ .

Джозефсон предсказал два эффекта:

- *Стационарный эффект Джозефсона.* Зависимость сверхпроводящего тока через туннельный барьер от разности фаз на контакте определяется первым соотношением Джозефсона:

$$I = I_c \sin \varphi. \quad (4)$$

Критический ток  $I_c$  – максимальное значение бездиссипативного тока через контакт, при превышении которого наряду со сверхпроводящим током появляется диссипативная компонента тока квазичастиц и на контакте возникает напряжение  $V$ .

- *Нестационарный эффект Джозефсона.* Второе соотношение Джозефсона связывает напряжение на контакте с производной фазы по времени:

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt}, \quad (5)$$

В случае приложенного к джозефсоновскому контакту постоянного напряжения ток согласно соотношениям (4), (5) осциллирует с частотой:

$$\omega = \frac{2e}{\hbar} V,$$

где  $2e/\hbar = 483,6$  МГц/мкВ.

Важно подчеркнуть необычность явления: постоянное напряжение на контакте двух сверхпроводников вызывает переменный осциллирующий ток.

Приведем важные характеристики джозефсоновского контакта.

- Джозефсоновская энергия  $E_J$ . Наличию на контакте разности фаз  $\varphi$  соответствует энергия джозефсоновской связи  $E(\varphi)$ :

$$E(\varphi) = \int_0^t I(\varphi) V(\varphi) dt = \frac{\hbar}{2e} I_c \int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{\hbar}{2e} I_c (1 - \cos \varphi) \equiv E_J (1 - \cos \varphi),$$

где

$$E_J = \frac{\hbar}{2e} I_c$$

определяет характерную энергию джозефсоновской связи.

- Джозефсоновская индуктивность  $L_J$ . Джозефсоновский контакт является нелинейным индуктивным элементом. Из определения индуктивности  $V = L \frac{dI}{dt}$  и соотношений (4, 5) получаем

$$L_J = \frac{L_{J_0}}{\cos \varphi},$$

где  $L_{J_0} = \Phi_0 / (2\pi I_c)$

Джозефсоновская индуктивность  $L_J$  нелинейно зависит от фазы  $\varphi$ , что является необходимым для реализации кубитов на основе джозефсоновских контактов.

- Зарядовая (кулоновская) энергия  $E_C$ . На обкладках туннельного контакта емкостью  $C$  накапливается заряд  $Q = CV$  с соответствующей электростатической энергией  $\frac{Q^2}{2C}$ . Характерная зарядовая энергия на одну куперовскую пару ( $Q = 2e$ ) составляет

$$E_c = \frac{(2e)^2}{2C}.$$

Например, для контакта площадью  $S = 200 \times 200$  нм<sup>2</sup> и толщиной  $d = 3$  нм с оксидом алюминия в качестве диэлектрического слоя ( $\varepsilon = 9$ ), имеем характерную величину емкости контакта

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} = \frac{9 \cdot 200^2 \cdot 10^{-14}}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^{-7}} = 9,5 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 1,06 \text{ фФ},$$

значит характерная зарядовая энергия

$$E_C = \frac{4 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10})^2}{2 \cdot 9,5 \cdot 10^{-4}} = 4,8 \cdot 10^{-16} \text{ эрг} = 73 \text{ ГГц}.$$

## 1.4 Реализация кубита

На основе классических сверхпроводящих цепей, таких как: одиночный джозефсоновский контакт, подключенный к источнику тока; сверхпроводящее кольцо с одним или несколькими джозефсоновскими контактами (ВЧ СКВИД); одноэлектронный сверхпроводящий транзистор (ящик для куперовских пар) – создаются зарядовые, фазовые или потоковые кубиты. Нашей целью будет исследовать необходимые явления, приводящие к пониманию работы кубита типа трансмон.

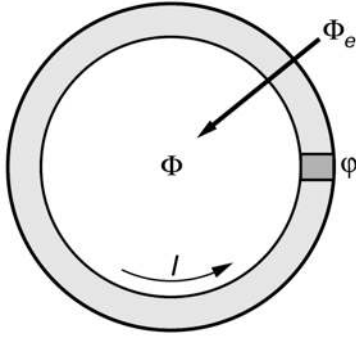


Рис. 6: Сверхпроводящее кольцо с джозефсоновским контактом

**ВЧ-СКВИД.** Такие структуры, называемые квантовыми интерферометрами, составляют основу сверхчувствительных датчиков магнитного поля – сверхпроводящих квантовых интерферометров (*Superconductive Quantum Interferometer Devices, SQUID*). В случае кольца с одним джозефсоновским контактом (Рис. 6 [7]) имеем систему с заданным магнитным потоком. Внешнее магнитное поле  $H_e$  задает в кольце приложенный магнитный поток  $\Phi_e$ , который индуцирует в кольце циркулирующий ток  $I$ . Результирующий магнитный поток  $\Phi$  в кольце с индуктивностью  $L$ ,

$$\Phi = \Phi_e - LI,$$

определяет разность фаз  $\varphi$  на контакте. Написав динамическое уравнение системы, можно получить потенциал  $U(\varphi)$  системы в виде:

$$U(\varphi) = E_J \left[ (1 - \cos \varphi) + \frac{(\varphi - \varphi_e)^2}{2\beta} \right],$$

где  $\varphi = \frac{2e}{\hbar} \Phi$ ,  $\varphi_e = \frac{2e}{\hbar} \Phi_e$  – соотношения, эквивалентные условию квантования потока;  $\beta = \frac{L}{L_{J_0}}$  – параметр интерферометра.

Этот потенциал обладает интересными свойствами.

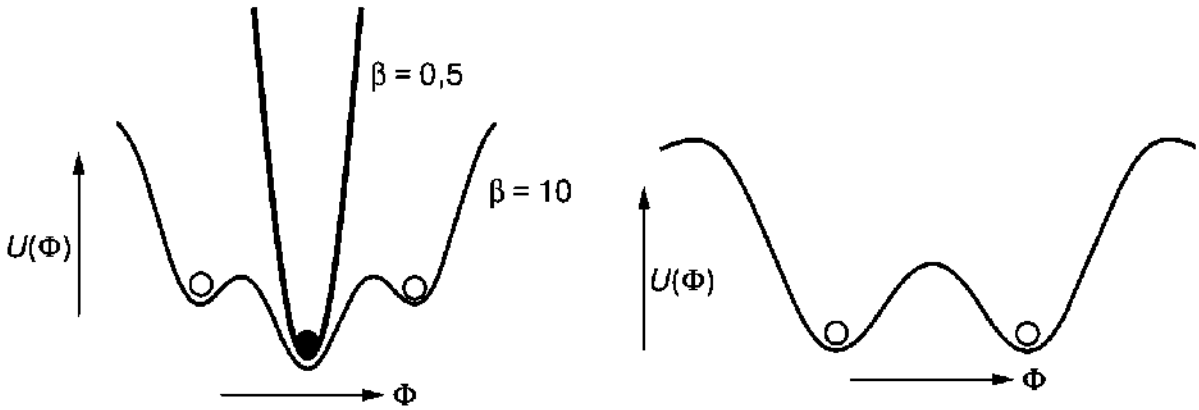


Рис. 7: Потенциальная энергия кольца с джозефсоновским контактом как функция захваченного магнитного потока при нулевом внешнем потоке. Белые кружки – метастабильные и черный кружок – стабильное состояния

При  $\beta \leq 1$  у потенциала только один минимум, в котором находится «частица» («частицей» в данном случае считается сам ВЧ-СКВИД). При  $\beta \geq 1$  имеем несколько минимумов, и при заданном внешнем потоке  $\Phi_e$  координата «частицы» становится неоднозначной. Различные состояния системы соответствуют разным возможным значениям циркулирующего в кольце тока. На Рис. 7 [7] слева показана зависимость потенциала от захваченного магнитного потока  $\Phi$  при  $\Phi_e = 0$ .

При внешнем потоке  $\Phi_e$ , равном полужелтому числу кванта потока  $\Phi_0$ , потенциал становится бистабильным (Рис. 7 справа [7]). Два состояния системы соответствуют противоположным циркулирующим токам в кольце. Такая конфигурация системы как раз используется в потоковом кубите.

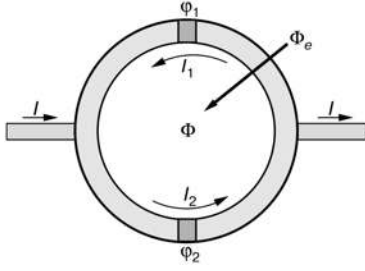


Рис. 8: Двухконтактный квантовый интерферометр с транспортным током

**Двухконтактный СКВИД.** Рассмотрим систему, состоящую из двух джозефсоновских контактов в сверхпроводящем кольце, которое включено в цепь транспортных токов (Рис. 8 [7]). Такая система, комбинируя в себе свойства автономного контакта и кольца в магнитном поле, обладает важным преимуществом. Она ведет себя как эффективный джозефсоновский контакт в транспортной цепи, критическим током которого управляет приложенное магнитное поле.

Записывая уравнения, описывающие стационарное состояние системы, и рассматривая *симметричный* двухконтактный СКВИД в случае малой индуктивности кольца  $LI_c \ll \Phi_0$  (тогда поток в кольце совпадает с приложенным,  $\Phi \approx \Phi_e$ ), имеем следующую ток-фазовую зависимость для эффективного джозефсоновского контакта:

$$I(\varphi) = \tilde{I}_c \sin \varphi,$$

где критический ток

$$\tilde{I}_c = \left| 2I_c \cos\left(\pi \frac{\Phi_e}{\Phi_0}\right) \right|$$

модулируется магнитным потоком  $\Phi_e$ .

Таким образом, двухконтактная система реализует эффективный джозефсоновский контакт с контролируемой энергией джозефсоновской связи  $\tilde{E}_J = \hbar \tilde{I}_c / 2e$ .

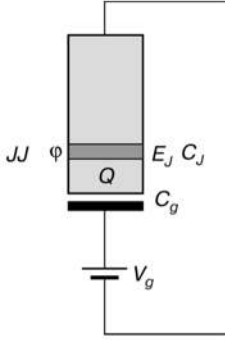


Рис. 9: Схема ящика для куперовских пар.

**Одноэлектронный сверхпроводящий транзистор (ящик для куперовских пар).** Системой, в которой важное значение имеют эффекты дискретности электронного заряда, является так называемый ящик для куперовских пар (*Cooper Pair Box, CPB*). Она представляет собой малый сверхпроводящий островок (гранулу), присоединенный через туннельный джозефсоновский контакт к массивному сверхпроводящему электроду (Рис. 9 [7]). Заряд на островке  $Q$  контролируется емкостным гейтом  $C_g$  посредством приложенного напряжения  $V_g$ . В такой системе при определенных условиях (низкие температуры, малая емкость и, соответственно, большая кулоновская энергия) реализуется режим кулоновской блокады: в нормальном состоянии электроны в этом режиме с изменением  $V_g$  туннелируют на гранулу по одному, на чем и основана работа одноэлектронного транзистора (*Single Electron Transistor, SET*). В случае CPB дискретным образом, по одной, изменяется число избыточных куперовских пар в сверхпроводящей грануле.

Электростатическая энергия системы записывается в виде

$$\frac{C_J V^2}{2} + \frac{C_g (V_g - V)^2}{2},$$

где  $V = (\hbar/2e)\dot{\varphi}$  — напряжение на джозефсоновском контакте, емкость которого равна  $C_J$ . Добавляя джозефсоновскую энергию, для полной энергии имеем

$$E = \frac{C}{2} \left( \frac{\hbar}{2e} \dot{\varphi} - \frac{C_g}{C} V_g \right)^2 + E_J (1 - \cos \varphi),$$

где  $C = C_J + C_g$ .

**Потоковый кубит.** Потоковые кубиты — это системы, в которых один или несколько джозефсоновских контактов включены в сверхпроводящее кольцо. В режиме  $E_J \gg E_C$  в потоковом кубите реализуется квантовая динамика джозефсоновских фаз на контактах и связанного с ними потока магнитного поля в кольце  $\Phi$ . В простейшем случае квантового аналога *одноконтактного ВЧ-СКВИД*, который был рассмотрен ранее,  $\varphi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$ , и функцию макроскопической квантовой переменной выполняет магнитный поток. Потенциальная энергия этой квантовой системы при внешнем потоке  $\Phi_e = \frac{\Phi_0}{2}$  и достаточно большой индуктивности кольца  $\beta = \frac{L}{L_{J0}} > 1$  имеет вид двухъямного потенциала  $U(\Phi)$  (Рис. 7 справа), минимумы которого определяют два стабильных состояния кольца  $|\Phi_1, O\rangle$  и  $|\Phi_2, O\rangle$ . Эти два состояния соответствуют незатухающим токам в кольце с противоположными направлениями. Квантово-механическое туннелирование в  $\Phi$ -пространстве



приводит к установлению двух дискретных квантовых уровней  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  – базисных состояний кубита (Рис. 10 [7]).

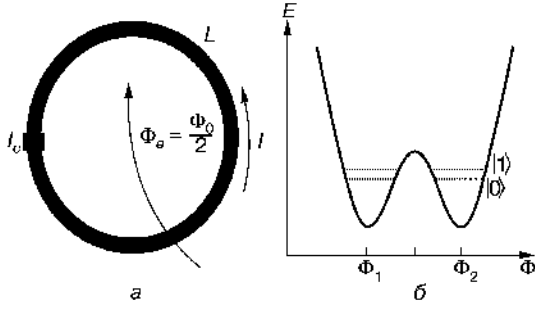


Рис. 10: Одноконтактный потоковый кубит (а) и его базисные состояния (б)

Особенности данного типа кубитов: большой коэффициент  $E_J/E_C$ , дисперсия заряда уменьшается экспоненциально с  $E_J/E_C$ , в то время как потеря в анггармоничности описывается законом слабой силы (слабого взаимодействия?). Вследствие этого предсказывается резкое усечение в чувствительности к зарядовому шуму относительно СРВ и увеличение в связи кубит-фотон при поддержании достаточной анггармоничности для выбранного контроля кубита (selective qubit control). Детальный анализ всей системы показывает, что это усиление не ухудшается из-за повышенного шума в других известных каналах.

## 1.5 Каналы декогерентности

Перед тем как перейти к рассмотрению метода измерений и основному типу кубита, важно обратить внимание на эффекты, приводящие к потере энергии в квантовой системе. Поскольку невозможно полностью оградить систему от взаимодействия с окружающей средой: термодинамическое равновесие с окружающей средой, связь с электрическим и магнитным полем, измерительными датчиками, – вводится понятие процессов декогерентности.

Чтобы описать процесс затухания, воспользуемся основным кинетическим уравнением в форме Линдблада:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \sum_j \Gamma_j \mathcal{L}_j, \text{ где} \quad (6)$$

$$\mathcal{L}_j = L_j \rho L_j^\dagger - \frac{1}{2}(L_j^\dagger L_j \rho + \rho L_j^\dagger L_j),$$

где  $L_j$  и  $\Gamma_j$  – оператор Линдблада и характеристика темпа затухания, соответствующие  $j$ -ому каналу декогерентности, соответственно.

Рассмотрим три канала декогерентности. Используя свойства эрмитовости и единичного следа для матрицы плотности, определим её элементы:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{10} \\ \rho_{10}^* & 1 - \rho_{11} \end{pmatrix}.$$

Потеря энергии системой в возбужденном состоянии (так называемая релаксация в основное состояние) описывается характерным временем  $T_1 = 1/\Gamma_1$ . Именно оно нас будет интересовать больше всего. Соответствующая матрица является оператором аннигиляции  $\sigma_-$

$$\sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Полагая  $L_1 = \sigma_-$ , имеем:

$$\mathcal{L}_1 = \begin{pmatrix} -\rho_{11} & -\rho_{10}/2 \\ -\rho_{10}^*/2 & \rho_{11} \end{pmatrix}.$$

Поскольку при температурах порядка 30 мК вероятность возбуждения за счет теплового движения согласно Больцмановскому фактору мала:

$$\langle 1 | \rho | 1 \rangle = e^{-\hbar f/kT} \approx 5 \cdot 10^{-5},$$

мы пренебрегаем оператором рождения  $\sigma_+ = \sigma_-^T$ .

Следующим очень важным каналом декогерентности является чистое дефазирование (потому что отвечает лишь за изменение фазы) или спин-дефазирование. Оператор Линдблада  $L_2 = \sigma_z/\sqrt{2}$ , поэтому

$$\mathcal{L}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\rho_{10} \\ -\rho_{10}^* & 0 \end{pmatrix}$$

с соответствующим характерным временем  $T_\phi = 1/\Gamma_\phi$

Тогда полная система уравнений Линдблада имеет вид:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{10} \\ \rho_{10}^* & 1 - \rho_{11} \end{pmatrix} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \begin{pmatrix} -\Gamma_1 \rho_{11} & -\Gamma_2 \rho_{10} \\ -\Gamma_2 \rho_{10}^* & \Gamma_1 \rho_{11} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где

$$\Gamma_2^* = \frac{1}{T_2^*} = \frac{\Gamma_1}{2} + \Gamma_\phi = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_\phi} = \frac{1}{T_2'} + \frac{1}{T_\phi}. \quad (8)$$

является инвертированным значением времени дефазирования. Здесь введено характерное время  $T_2'$ , отвечающее за статические неоднородности окружающей среды

Оператор  $\mathcal{L}_1$  отвечает за оба процесса декогерентности – релаксация (*longitudinal relaxation*) и дефазирование (*dephasing*). Звёздочка здесь введена, поскольку на самом деле  $T_\phi = T_2$ , то есть  $T_2$  отвечает лишь за чистое дефазирование, а  $T_2^*$  учитывает еще взаимодействие с окружающей средой. Для определения каждого из этих времен существуют определенные методы, о которых будет сказано позже.

## 1.6 Трансмон

**Ангармоничность** — это разница между частотами перехода из основного на первое возбужденное состояние и с первого на второе возбужденное состояние:

$$\alpha = \omega_{01} - \omega_{12} = (E_{01} - E_{12})/\hbar \approx E_C/\hbar \propto \frac{1}{C_\Sigma}. \quad (9)$$

Для коррекции ошибок и масштабируемым квантовым вычислениям требуется высокое время когерентности. Стратегии для усиления времени дефазирования: улучшить свойства джозефсоновских переходов и материалов, чтобы убрать избыток источников  $1/f$  шума; убрать чувствительность к линейному шуму, работая с кубитом в оптимальных точках — «sweet spots». Эти точки уже продемонстрировали [4] увеличение времени дефазирования в сравнении с предыдущими экспериментами, по крайней мере, на три порядка по амплитуде, и показали, что небольшая настройка дизайна квантовой цепи может улучшить работу кубита.

Будем использовать второй подход и систему типа трансмон — линия передач, шунтированная плазмонным осциллирующим кубитом. Их дизайн очень схож с ящиком для куперовских пар (CPB), однако трансмон оперирует на значительно отличающихся значениях отношения джозефсоновской энергии к зарядовой. Этот дизайн кубита значительно увеличивает время дефазирования кубита.

Есть две величины, ключевые при работе с CPB: ангармоничность и зарядовая дисперсия. Высокая ангармоничность необходима для ограждения операций с кубитами от возбуждения других переходов в системе. Дисперсионный заряд описывает изменение энергии уровней в соответствии со сдвигом заряда окружающей среды и напряжения на гейте и определяет чувствительность CPB к зарядовому шуму: чем меньше дисперсия заряда, тем меньше частота кубита будет изменяться в ответ на флуктуации зарядового гейта. Амплитуды дисперсии заряда и ангармоничности определены отношением  $E_J/E_C$ . Увеличение этого коэффициента уменьшает уровень относительной энергии ангармоничности (что ограничивает скорость операции над кубитами). Однако, вместе с тем также уменьшается общая дисперсия заряда и тем самым чувствительность CPB к зарядовому шуму. Это уменьшение важно, поскольку даже при операциях в sweet spot CPB может быть ограничен эффектами  $1/f$  зарядового шума, а также проблемой квазичастичного возбуждения, что может сдвинуть кубит из оптимальной точки.

Трансмон использует замечательный факт: зарядовая дисперсия уменьшается экспоненциально с  $E_J/E_C$ , пока ангармоничность уменьшается только алгебраически по закону слабой силы с  $E_J/E_C$ . Следовательно, оперируя трансмоном на сильно большем  $E_J/E_C$ , чем у CPB, мы можем значительно сократить чувствительность к зарядовому шуму в кубите, жертвуя небольшим количеством ангармоничности. Также трансмон может увеличить электрическую связь между кубитами или между кубитами и линией передач, служащей в качестве автобуса. В трансмоне настоящая ангармоничность косинусоидального потенциала, что позволяет проводить операции с кубитами, в то время как для фазового кубита, где  $E_J/E_C$  очень высок, требуемую ангармоничность можно сохранить только через очень близкое к  $I_C$  значение подаваемого тока  $I$  через систему, создавая потенциал гладильной доски (washboard potential). Для трансмона  $E_J/E_C$  порядка от нескольких десятков до нескольких сотен.

Переходы между уровнями могут быть сильно возбуждены резонансным излучением.

## 1.7 От Cooper Pair Box к трансмону

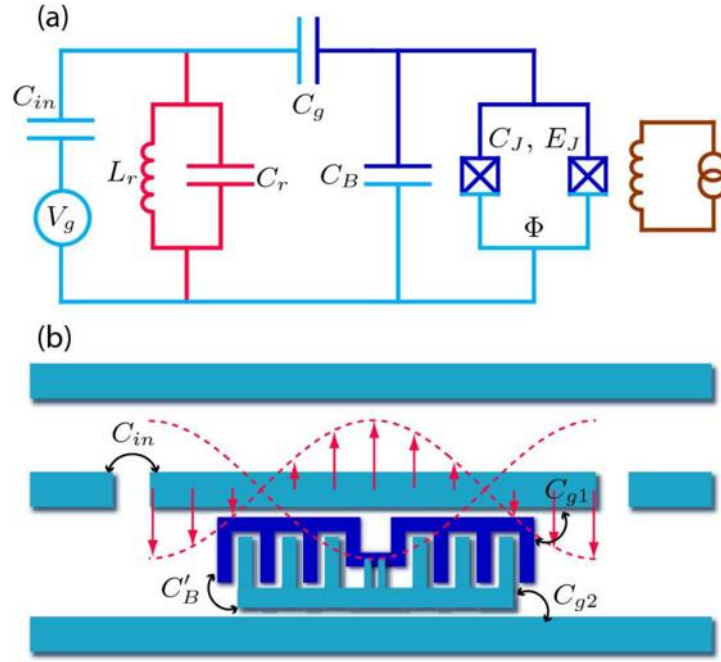


Рис. 11: (а) Эффективная электрическая схема кубита типа трансмон. Два джозефсоновского перехода (с емкостью  $C_J$  и дж. энергией  $E_J$ ) шунтированы с помощью дополнительной большой емкости  $C_g$ , сопоставленной через гейт  $C_g$  — сравнительно большой емкостью. (б) Упрощенная схема дизайна трансмона, который состоит из традиционного разделенного Соопер-пейр бок (СРВ), шунтированного через короткую секцию ( $L \sim \lambda/20$ ) двухлинейной линии передач, сформированной с помощью внешних сверхпроводящих островов кубита. Это короткая секция линии может быть хорошо описана конденсатором с сосредоточенным элементом, приводящим к увеличению емкостей  $C_{g1}$ ,  $C_{g2}$  и  $C'_B$  и, следовательно, эффективных емкостей  $C_B$  и  $C_g$  в цепи.

Трансмон состоит из двух сверхпроводящих островков, связанных джозефсоновским переходом, изолированных от остальной части цепи. Эта DC-SQUID установка позволяет настраивать джозефсоновскую энергию  $E_J = E_{J,max} |\cos \pi \Phi / \Phi_0|$  через внешний магнитный поток  $\Phi$ . Для простоты, предположим, что оба перехода идентичные. Обычно, эффективный сдвиг заряда  $n_g$  устройства, измеренный в единица заряда СРВ,  $2e$ , контролируется гейтом-электродом, емкостно соединенным с островом:  $n_g = Q_r / 2e + C_g V_g / 2e$ . Здесь  $V_g$  и  $C_g$  обозначают гейт (затворный электрод) напряжения и емкости, соответственно, и  $Q_r$  представляет сдвиг заряда, индуцированный окружающей средой.

Ключевой модификацией, отличающей трансмон от СРВ, является шунтированное соединение двух сверхпроводников через большую емкость  $C_B$  совместно с увеличенной емкостью гейта  $C_g$ . Эффективный гамильтониан может быть упрощен к виду СРВ:

$$\hat{H} = 4E_C (\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi}. \quad (10)$$

Это выражение описывает эффективную электрическую цепь, представленную на Рис.11(а) [3] в отсутствие связи с линией электропередач (т.е. игнорируя резонатор, моделируемый через  $L_r$  и  $C_r$ ).  $\hat{n}$  и  $\hat{\varphi}$  обозначают число куперовских пар, перемещенных между островами и калибровочно-инвариантной разностью фаз между сверхпроводниками, соответственно. С помощью дополнительной емкости  $C_B$  зарядовая энергия  $E_C = e^2 / 2C_{\Sigma}$  ( $C_{\Sigma} = C_J + C_B + C_g$ ) может быть сделана меньше, чем джозефсоновская энергия. По сравнению с СРВ, трансмон работает в режиме  $E_J \gg E_C$ .

Гамильтониан кубита (10) может быть решен в фазовом базисе в терминах функций Матьё [1], и собственные энергии имеют вид:

$$E_m(n_g) = E_C a_{2[n_g + k(m, n_g)]}(-E_J / 2E_C), \quad (11)$$

где  $A_\nu(q)$  обозначают характеристические значения Матьё, а  $k(m, n_g)$  — функция, соответствующим образом сортирующая собственные значения. Графики первых трёх нижних уровней энергии

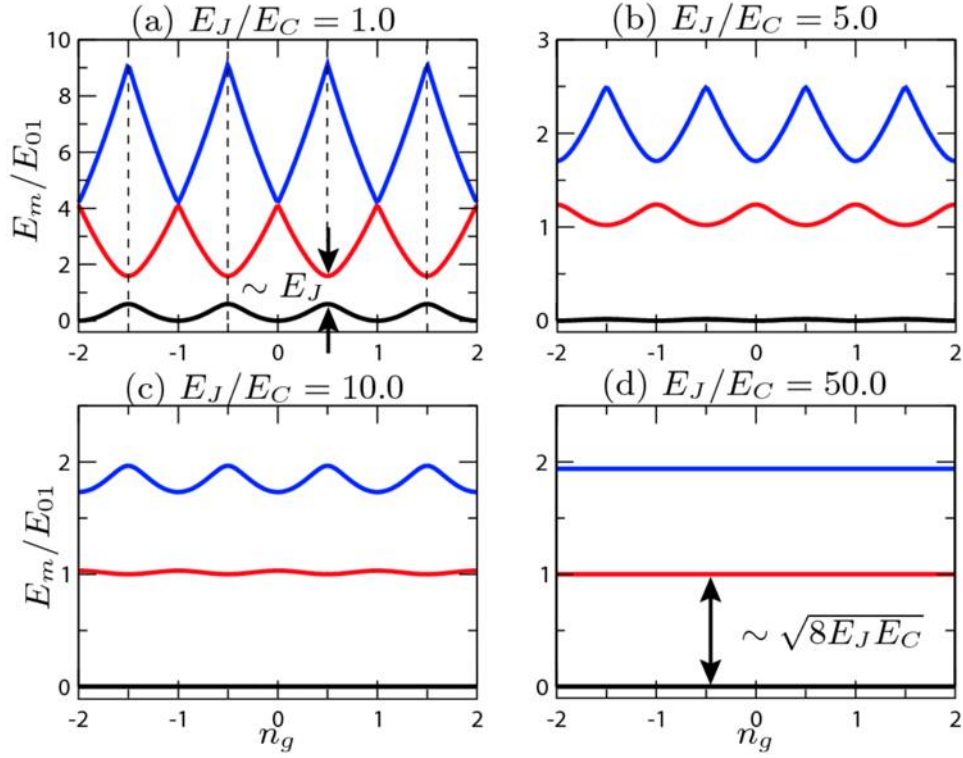


Рис. 12: Собственные энергии  $E_m$  (первые три уровня,  $m = 0, 1, 2$ ) гамильтониана кубита (10) как функция эффективного сдвига заряда  $n_g$  для различного значения  $E_J/E_C$ . Энергии даны в единицах энергии перехода  $E_{01}$ , оцененной в точке вырождения при  $n_g = 1/2$ . Точка с нулевой энергией выбрана как граница уровня с  $m = 0$ . Вертикальные линии на графике (a) обозначают зарядовые «sweet spots» при  $n_g$ , равном половине целого числа.

$E_0$ ,  $E_1$  и  $E_2$  как функция эффективного сдвига заряда  $n_g$  показаны на Рис. 12 [3] для разных значений отношения  $E_J/E_C$ . Они показывают, что, во-первых, уровень ангармоничности зависит от  $E_J/E_C$ , во-вторых, полная дисперсия заряда очень быстро уменьшается с увеличением  $E_J/E_C$ . Оба эти фактора влияют на операции с кубитом. Дисперсия заряда сразу сказывается на чувствительности системы по отношению к шуму заряда. Достаточно высокая ангармоничность необходима для выборочного контроля переходов и эффективного разделения гильбертова пространства на кубитную часть и оставшуюся:  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_q \oplus \mathcal{H}_{rest}$ .

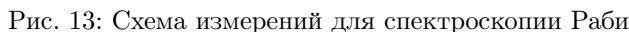
## 1.8 Осцилляции Раби. Добротность кубита.

Рассмотрим один из способов контроля сверхпроводящих кубитов – *непрерывные слабые измерения*. Для реализации непрерывных слабых измерений предлагается получать информацию о поведении кубита с помощью высокочастотного колебательного контура, связанного с кубитом индуктивно.

**Осцилляции Раби.** Из курса квантовой механики известно, что облучение двухуровневой системы на частоте, близкой к резонансной, вызывает осцилляции вероятности заселенности ее уровней. Эти колебания (называемые колебаниями Раби) детектируются, как правило, с помощью статистического анализа отклика системы на проекционный импульс.

Процедура измерения состоит в следующем. Сначала квантовая система инициализируется в одном из своих состояний (обычно это основное состояние). Затем во время  $t = 0$  возбуждаются осцилляции Раби. Через время  $\Delta t$  просходит измерение состояния системы. При каждом  $0 < \Delta t < T$  измерения проводят много раз для надежного установления среднего значения заселенности. Результирующая кривая представляет собой затухающую гармоническую кривую. Характерное время затухания называется временем декогерентности кубита. Высокочастотное возмущение вызывает переходы между уровнями кубита, в результате чего волновая функция системы становится суперпозицией двух состояний.

Общий вид схемы измерений имеет следующий вид (Рис. 13 [7]). Кубит индуктивно связан с резо-



$$H_{JCH} = H_q + H_0 + \frac{\hbar\Omega_0}{2}(\sigma_- a^\dagger + \sigma_+ a). \quad (12)$$

Найдём матрицу, представляющую гамильтониан (12). Предположим, электромагнитное поле имеет  $n$  фотонов. Если кубит в основном состоянии, то начальным состоянием является  $|0, n\rangle$ :

$$H_{JCH} |0, n\rangle = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 |0, n\rangle + \frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{n} |1, n-1\rangle.$$

С другой стороны, если мы рассмотрим состояние  $|1, n-1\rangle$ , то

$$H_{JCH} |1, n-1\rangle = E + \left(n - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 |1, n-1\rangle + \frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{n} |0, n\rangle.$$

Мы видим, что гамильтониан JCH представляет собой смесь состояний  $|0, n\rangle$  и  $|1, n-1\rangle$ . Поэтому энергия осциллирует между кубитом и электромагнитным полем с частотой с коэффициентом  $\sqrt{n}$ .

Сдвигая нижнюю энергию к нулю и вводя  $\Omega = \Omega_0\sqrt{n}$ , гамильтониан JCH может быть выражен через матрицу:

$$H_{JCH} = \begin{pmatrix} E - \hbar\omega_0 & \hbar\Omega/2 \\ \hbar\Omega/2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

### Затухание Раби-осцилляций.

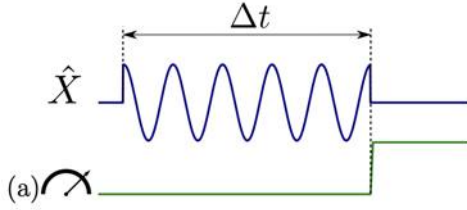


Рис. 14: Последовательность импульсов в исследовании осцилляций Раби. Частота возбуждения  $\omega \approx \omega_q$

Когерентное взаимодействие между кубитом и электромагнитным полем является ключевым фактором для создания устройств на их основе. Метод измерения представлен на Рис. 14 [6]. Для упрощения выкладок, положим нахождение кубита и прикладываемого поля в резонансе. В таком случае гамильтониан (13) может быть переписан в виде

$$H_{res} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \Omega/2 \\ \Omega/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица плотности без учета затухания имеет вид:

$$\rho_{no\ dec}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \cos \Omega t & -i \sin \Omega t \\ i \sin \Omega t & 1 + \cos \Omega t \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Для матрицы плотности, включающей затухание:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_0(t) & -i\rho_1(t) \\ i\rho_1(t) & 1 - \rho_0(t) \end{pmatrix} \quad (15)$$

с действительными функциями времени  $\rho_0$  и  $\rho_1$ . Используя основное кинетическое уравнение (7), мы можем определить дифференциальные уравнения для двух неизвестных функций, которые необходимо найти:

$$\dot{\rho}_0 = -\Gamma_1 \rho_0 + \Omega \rho_1 \quad \text{и} \quad (16)$$

$$\dot{\rho}_1 = -\Omega \rho_0 - \Gamma_2 \rho_1 + \frac{\Omega}{2}. \quad (17)$$

Находя установившееся решение

$$\begin{pmatrix} \rho_{0\infty} \\ \rho_{1\infty} \end{pmatrix} = \frac{1}{2(\Gamma_1 \Gamma_2 + \Omega^2)} \begin{pmatrix} \Omega^2 \\ \Omega \Gamma_1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

используя приближение

$$\left| \frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{\Omega} \right| \ll 1 \quad (19)$$

для нахождения частей решения, зависящих от времени, а также учитывая (14) в целях поиска значения константы после интегрирования, в итоге имеем:



$$\rho(t) = \frac{1}{2}e^{-t/T_R} \begin{pmatrix} -\cos \Omega t & -i \sin \Omega t \\ i \sin \Omega t & \cos \Omega t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_{0\infty} \\ \rho_{1\infty} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где  $\tau$  является характерным временем затухания Раби осцилляций:

$$T_R = \left( \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{2T_2} \right)^{-1}. \quad (21)$$

Таким образом, чтобы определить время затухания Раби осцилляций, достаточно определить время продольного затухания  $T_1$  и время поперечного затухания (чистого дефазирования)  $T_2$ .

## 1.9 Время релаксации кубита

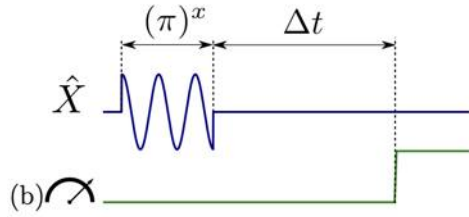


Рис. 15: Последовательность импульсов в исследовании релаксации кубита. Частота возбуждения  $\omega \approx \omega_q$

С помощью измерения релаксации мы можем найти время  $T_1$ . Для этого после возбуждения кубита  $\pi$ -импульсом будем измерять вероятность того, что кубит находится в возбужденном состоянии спустя различные промежутки времени (Рис. 15 [6]). Гамильтониан в таком случае имеет простую форму:

$$H = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица плотности выражается в виде:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 \\ 0 & 1 - \rho_{11} \end{pmatrix}$$

с начальным состоянием  $\rho_{11}(0) = 1$ . Таким образом, основное кинетическое уравнение (7) записывается следующим образом:

$$\dot{\rho}_{11} = -\Gamma_1 \rho_{11},$$

и тогда находим решение:

$$\rho_{11}(t) = e^{-\Gamma_1 t}. \quad (22)$$

## 1.10 Метод Рамзи

Последовательность импульсов для определения времени дефазирования  $T_2^*$ , предложенная Норманом Рамзи, представлена на Рис. 16 [2]. После первого  $\pi/2$ -импульса вектор на сфере Блоха достигает состояния  $|-i\rangle$ . Затем кубит колеблется вокруг оси  $z$  с возможной отстройкой от резонанса. Перед тем как совершить измерение, к кубиту применяется второй  $\pi/2$ -импульс.

В терминах ПВР и картины вращения опишем процесс иначе: начиная из состояния  $|-i\rangle$  вектор осциллирует вокруг оси  $z$  сферы Блоха с угловой частотой отстройки  $\delta = E/\hbar - \omega_0$ . Затем он отображается обратно в состояние  $|-i\rangle$  вследствие того, что вторым импульсом это состояние будет повернуто в  $|1\rangle$ . Во время двух  $\pi/2$ -импульсов кубит также подвергается декогерентности, и мы этим не пренебрегли. Тот факт, что начальное состояние не равно  $|0\rangle$ , а конечное состояние не равно  $|1\rangle$ , влияет только на контраст колебаний. Поскольку потеря информации в каждом эксперименте и для каждого  $\pi/2$ -импульса одинакова, затухание колебаний фактически не зависит от двух импульсов.

В таком случае, вероятность обнаружить систему в состоянии  $|-i\rangle$  или, что эквивалентно, обнаружить систему в возбужденном состоянии после всей последовательности импульсов

$$\langle -i | \rho(t) | -i \rangle = \frac{e^{-\Gamma_2^* t}}{2} \cos \delta t + \frac{1}{2}. \quad (23)$$

Это выражение описывает осцилляции с частотой отстройки  $\delta/2\pi$  и коэффициентом затухания  $\Gamma_2^* = 1/T_2^*$ .

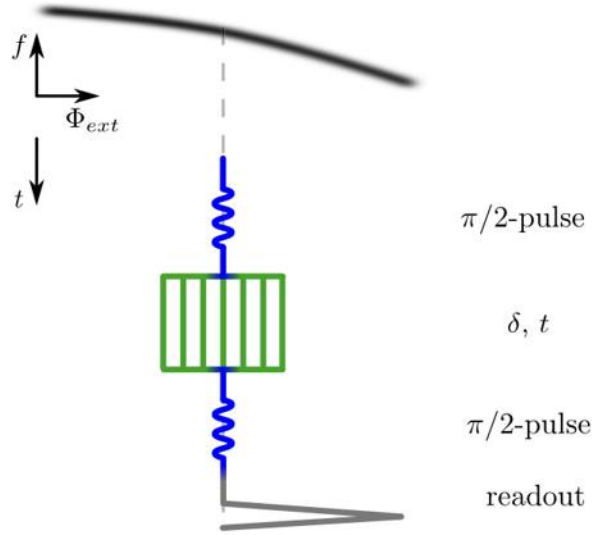


Рис. 16: Последовательность импульсов. Верхняя часть: резонансная кривая кубита в зависимости от приложенного потока. Нижняя часть: последовательность импульсов в эксперименте Рамзи. Частота возбуждения  $\omega = \omega_q \pm \delta$ .

### 1.11 Спиновое Эхо

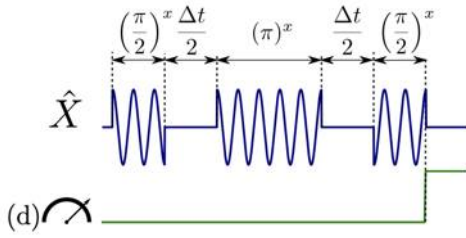


Рис. 17: Последовательность импульсов в методе «Спиновое эхо». Частота возбуждения  $\omega \approx \omega_q$

Для измерения  $T_2$  независимо от  $T_2^*$ , следует выполнить спиновое эхо. Так как статическая дефазировка от окружающей среды  $T_2'$  постоянна, мы можем обратить процесс, разворачивая спины на  $\pi$ . Процедура представлена на Рис. 17 [6].

По факту, спиновое эхо улучшает время в эксперименте Рамзи. Поскольку  $T_2^*$  включает в себя статические неоднородности окружающего пространства, и, следовательно, медленные по сравнению со временем усреднения флуктуации, то если у нас есть  $\pi$ -импульс, который переворачивает дефазированный вектор на сфере Блоха, и в итоге этот вектор за счет тех же медленных компонент шума возвращается обратно (то есть шум не успевает поменяться за время эксперимента Рамзи), то

от этого шума можно избавиться при помощи эхо. При этом на эхо нет осцилляций, поскольку они представляют собой вращение вектора по сфере Блоха в плоскости  $(x, y)$ , и при повороте на  $\pi$  это вращение компенсируется спустя то же время, которое прошло от конца первого  $\pi/2$ -импульса до начала  $\pi$ -импульса.

## 2 Экспериментальная установка

Эксперименты со сверхпроводящими структурами, работающими в квантовом режиме, требуют охлаждения образцов до температур, обеспечивающих низкую заселенность их возбужденных состояний. Поскольку джозефсоновские переходы в нашем образце изготовлены из алюминия, который имеет сверхпроводящий зазор 80 ГГц, и поскольку микроволновое оборудование (такое как маломощные усилители) работает на частоте  $\approx 15$  ГГц, обычные частоты перехода между основным и возбужденным состояниями в сверхпроводящих кубитах близки к 10 ГГц. Именно по этой причине криостаты растворения с базовой температурой от 10 до 40 мК используются во всем мире. В нашем случае используется криостат от компании BlueFors (Рис. 18).

На Рис. 19 представлен 12-кубитный процессор, частью которого является исследуемый образец. На Рис. 20 показана его панорама электрической схемы процессора, снятая при помощи микроскопа. Сам образец представлен на Рис. 21.



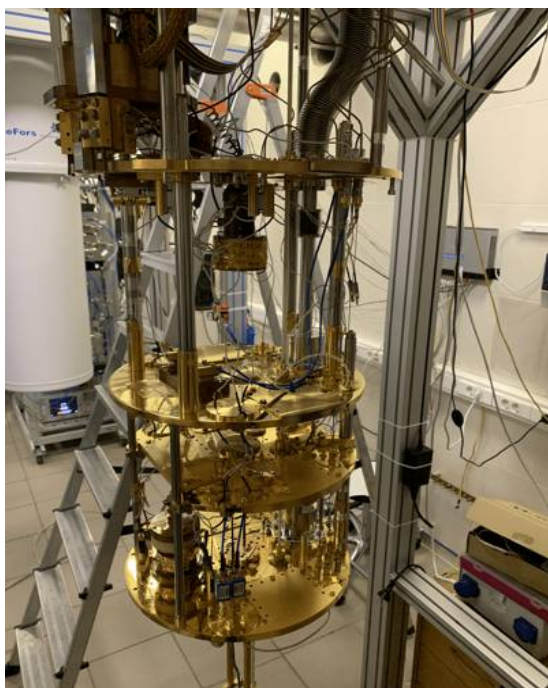


Рис. 18: Экспериментальная установка. Слева — измерительная система; справа — Криостат растворения, охлаждающий до 10 мК.

На практике чип с кубитами должен быть не только охлажден, но и подключен к измерительному устройству. Кабели не должны создавать дополнительных тепловых помех образцу, поэтому они оснащены микроволновыми аттенюаторами. Обычно криостат имеет несколько ступеней, которые выдерживаются при разных температурах; чем ниже ступень, тем ниже температура (Рис. 22 [6]). В большинстве случаев образец устанавливается на самую нижнюю ступень, и чтобы устранить дополнительный тепловой шум вблизи образца, равномерно распределив тепло, на каждой ступени установлены микроволновые аттенюаторы с определенными коэффициентами ослабления.

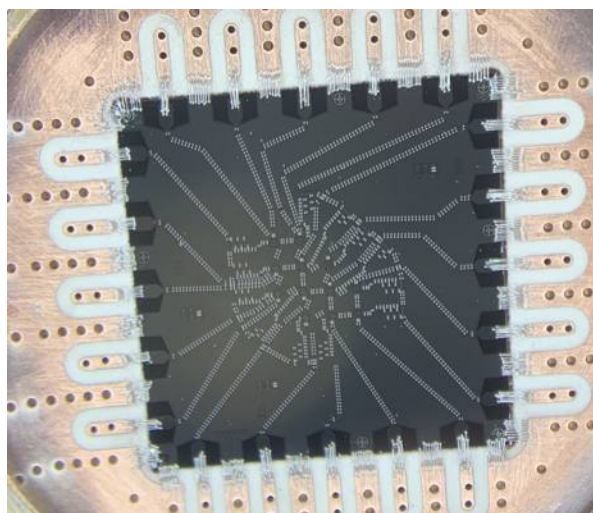


Рис. 19: 12-кубитный процессор. Слева — вид со стороны; справа — через микроскоп.

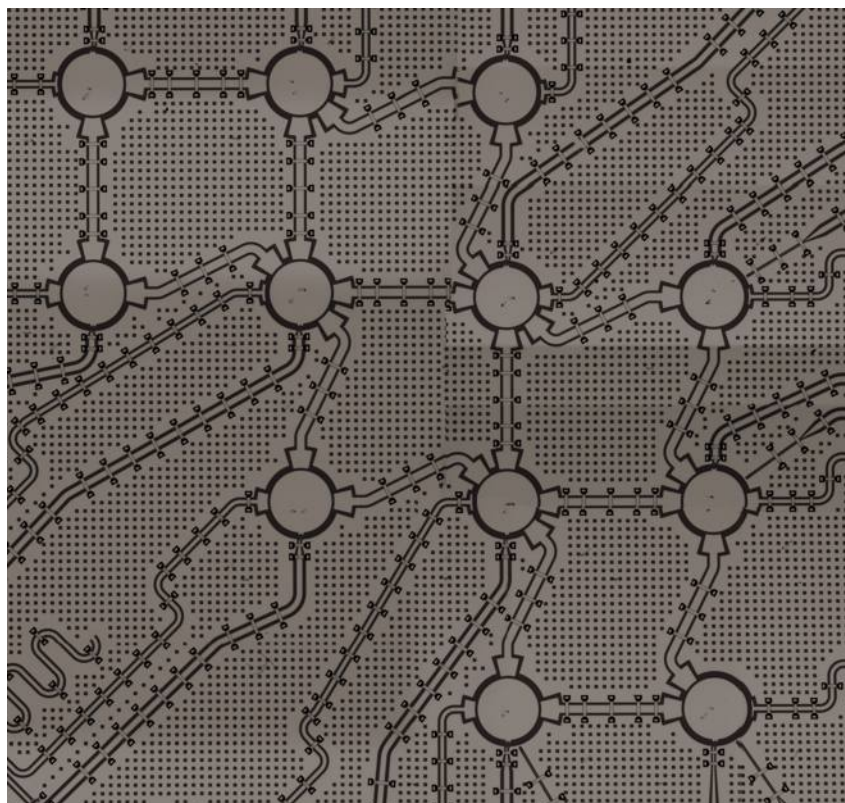


Рис. 20: Панорамный вид электрической цепи 12-кубитного процессора на основе трансмонов.

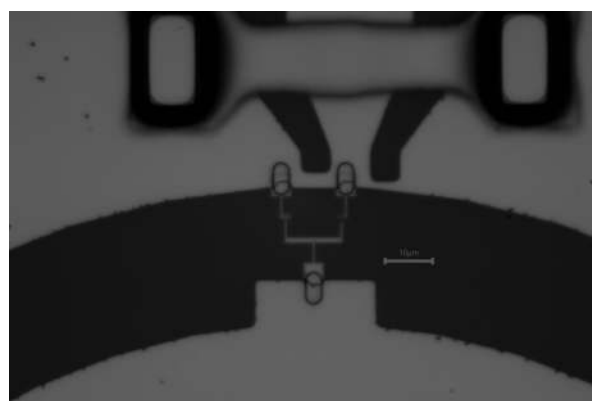
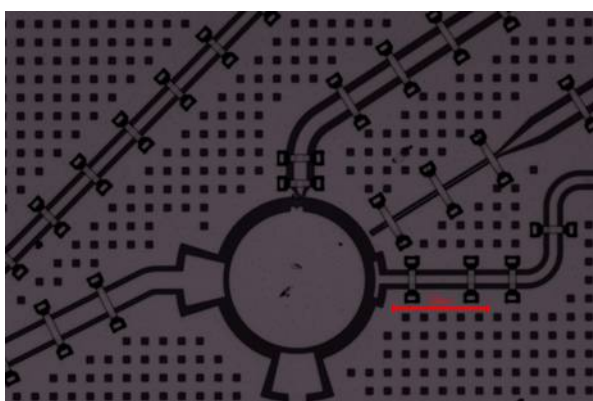


Рис. 21: Однокубитный образец. Слева — трансмон, справа — СКВИД.

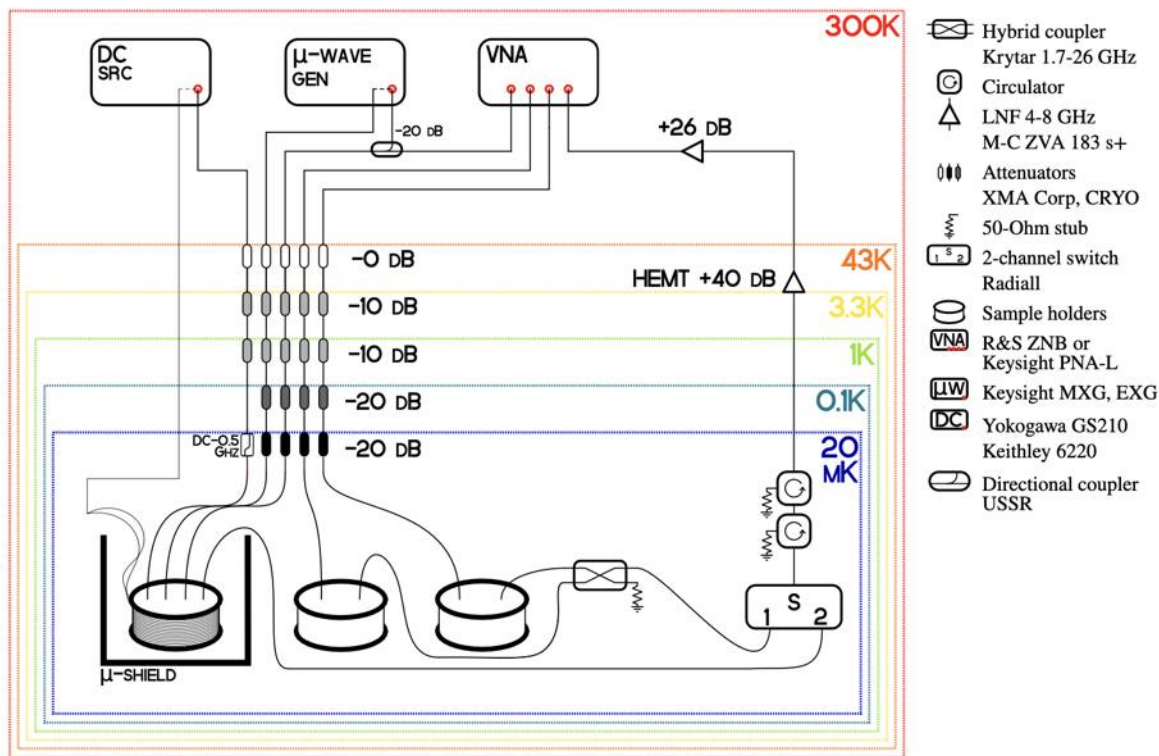


Рис. 22: Схема типичной установки для спектроскопических измерений, включающей базовое спектроскопическое микроволновое оборудование и проводку внутри криостата. Здесь используются 4 коаксиальные микроволновые линии (3 входа и 1 выход) с ослаблением 60 дБ и 1 коаксиальная линия постоянного тока для настройки кубита с помощью встроенного в чип контура потока, оснащенного ослаблением 20 дБ и фильтром нижних частот 500 МГц. Установлены три держателя образцов: один в криозащитном экране с обмоткой смещения вокруг него (для измерений резонатора и кубита), а два других — незранированных, без катушки (в основном для измерений резонатора).

## Список литературы

- [1] MH Devoret и JM Martinis. «Quantum entanglement and information processing». В: *Les Houches Summer School Proceedings*. Т. 79. Elsevier San Diego, CA. 2004.
- [2] Grigorij Jurevic Grabovskij. *Investigation of coherent microscopic defects inside the tunneling barrier of a Josephson junction*. Т. 11. KIT Scientific Publishing, 2014.
- [3] Jens Koch и др. «Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box». В: *Physical Review A* 76.4 (2007), с. 042319.
- [4] D Vion. *Quantum Entanglement and Information Processing (Les Houches Session LXXIX)*. 2003.
- [5] Dr.Claus Zimmermann. Internet, 2006.
- [6] Фёдоров Г.П. *Проектирование и исследование высококогерентных сверхпроводниковых квантовых систем*. 2017.
- [7] АН Омелянчук, ЕВ Ильичев и СН Шевченко. *Квантовые когерентные явления в джозефсоновских кубитах*. 2013.



# Экспериментальная часть

## 1 Цель работы

Как мы уже выяснили, добротность кубита можно выразить через время декогеренции. Однако имеет смысл рассматривать добротность с точки зрения конкретных процессов, типы которого были в теоретическом описании. Таким образом, главными показателями добротности в нашем случае будут характерные времена  $T_1$ ,  $T_2^*$ ,  $T_2$ ,  $T_R$ .

## 2 Ход работы

### 2.1 Двухтоновая спектроскопия

Для начала посмотрим на изменение резонансной частоты кубита в зависимости от приложенного к нему постоянного магнитного потока (Рис. 1).

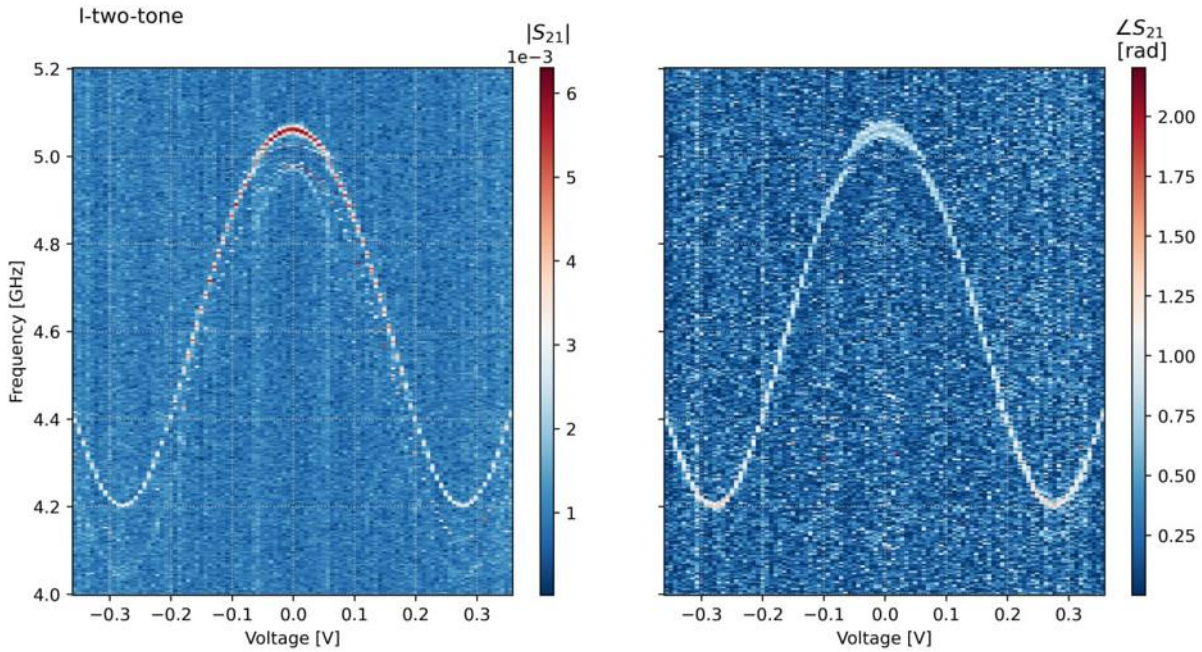


Рис. 1: Зависимость частоты кубита от прикладываемого магнитного потока. Цветом обозначено пропускание. Слева — по амплитуде, справа — по фазе.

Видим, что при изменении потока через кубит резонансная частота кубита также меняется. По графику выберем значения напряжения, определяющие значение магнитного потока и соответствующие доле  $\alpha$  периода зависимости частоты кубита. Данные приведены в Табл. 1.

Для того, чтобы найти оценочную резонансную частоту двухуровневой квантовой системы, была проведена процедура получения спектра кубита при различных значениях мощности накачки и различном прикладываемом постоянном магнитном потоке. Результаты приведены на Рис. 2—4.

$\alpha$	$V, \text{ В}$
0	0
1/8	0,07
1/4	0,14

Таблица 1: Значения напряжения, соответствующие величине магнитного поля, отвечающего заданному  $\alpha$ .

Можно видеть наличие как однофотонного перехода, так и двухфотонного (переход из основного состояния на второй возбуждённый, а не на первый). Нас будет интересовать однофотонный переход.

Анализируя полученный спектр, оценим значение частоты однофотонного перехода. Результаты приведены в Табл. 2.

$\alpha$	$\nu, \text{ ГГц}$
0	5,06
1/8	4,97
1/4	4,693

Таблица 2: Оценочные значения резонансной частоты однофотонного перехода при различных значениях  $\alpha$

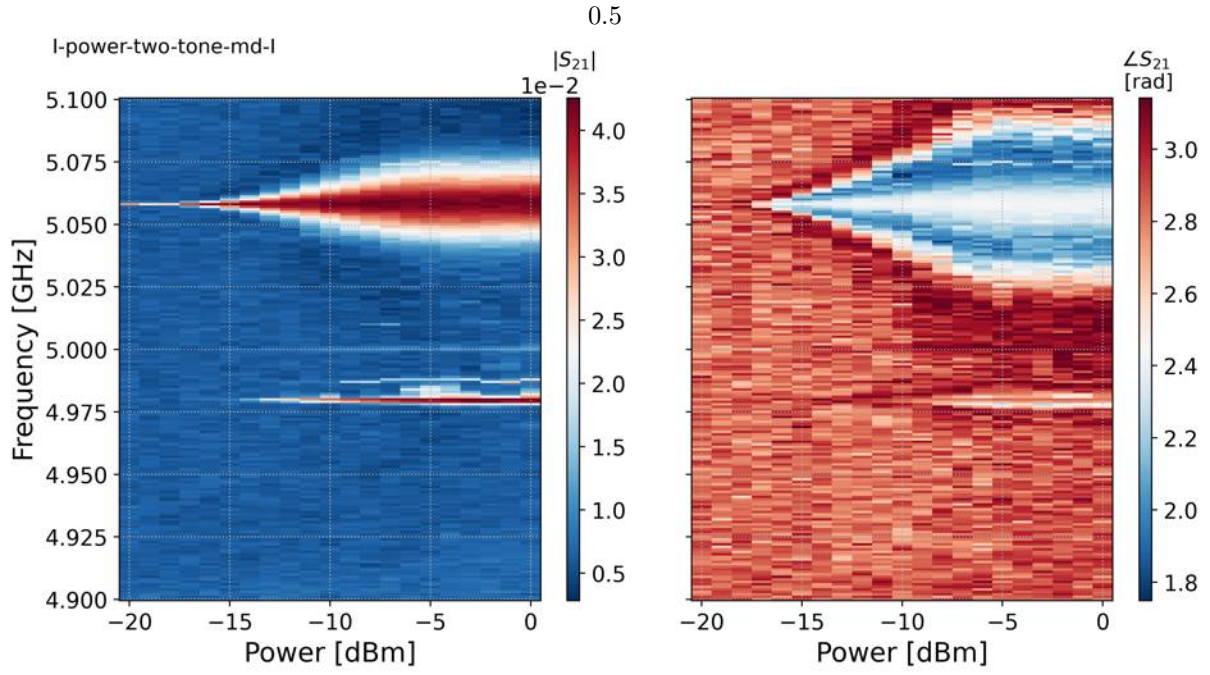


Рис. 2: Получение спектра кубита при различных значениях мощности накачки при  $\alpha = 0$ . Цветом обозначено пропускание. Слева — по амплитуде, справа — по фазе.

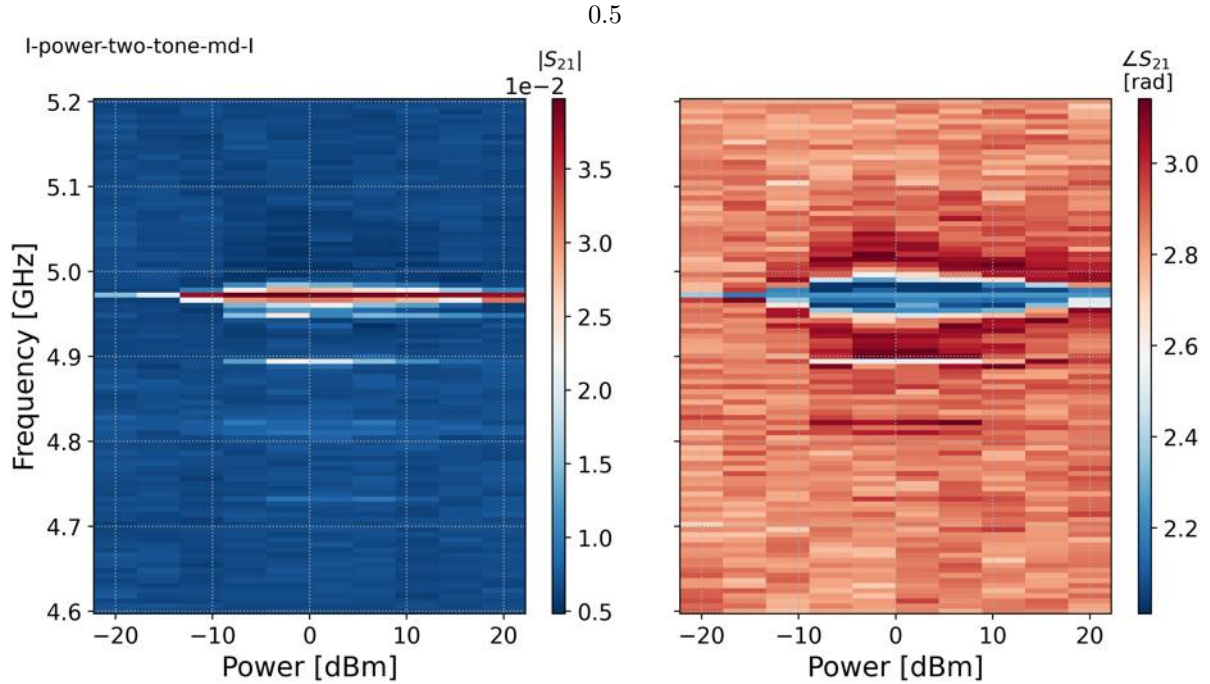


Рис. 3: Получение спектра кубита при различных значениях мощности накачки при  $\alpha = 1/8$ . Цветом обозначено пропускание. Слева — по амплитуде, справа — по фазе.

## 2.2 Уточнение частоты однофотонного перехода

Проведём подробно процедуру уточнения частоты перехода для одного значения магнитного потока, при котором  $\alpha = \pi/4$ .

Для начала необходимо при оценочной частоте перехода определить продолжительность  $\pi$ -импульса. В этом нам поможет эксперимент по наблюдению осцилляций Раби. Итак, первая итера-

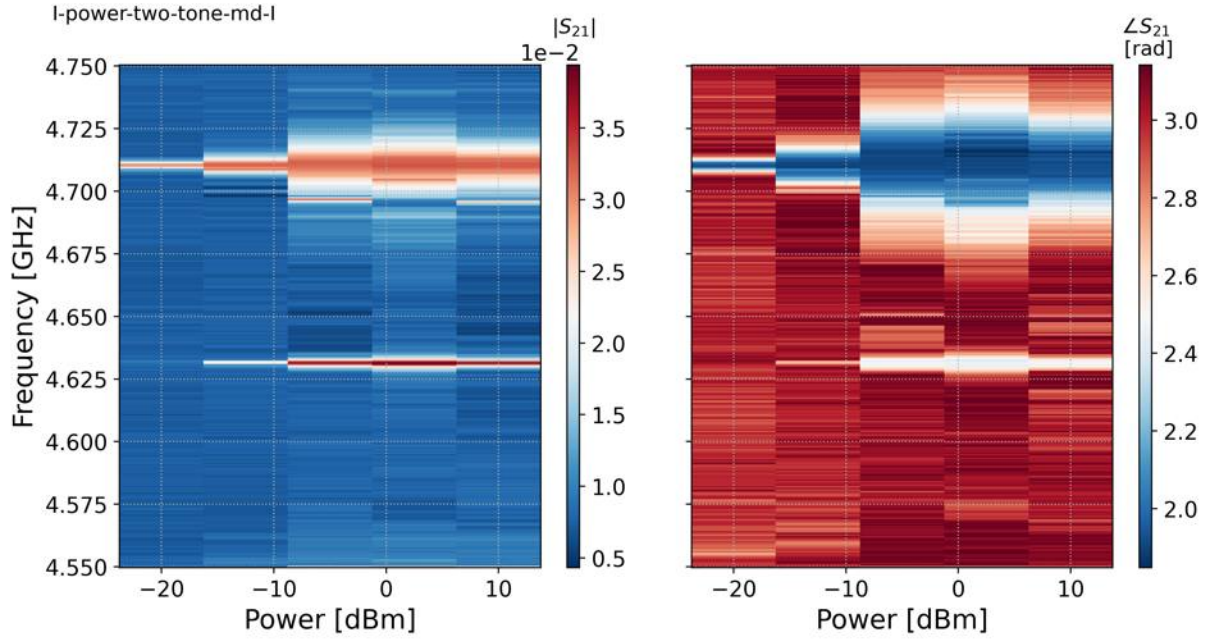


Рис. 4: Получение спектра кубита при различных значениях мощности накачки при  $\alpha = 1/4$ . Цветом обозначено пропускание. Слева — по амплитуде, справа — по фазе.

ция этого эксперимента приведена на Рис. 5

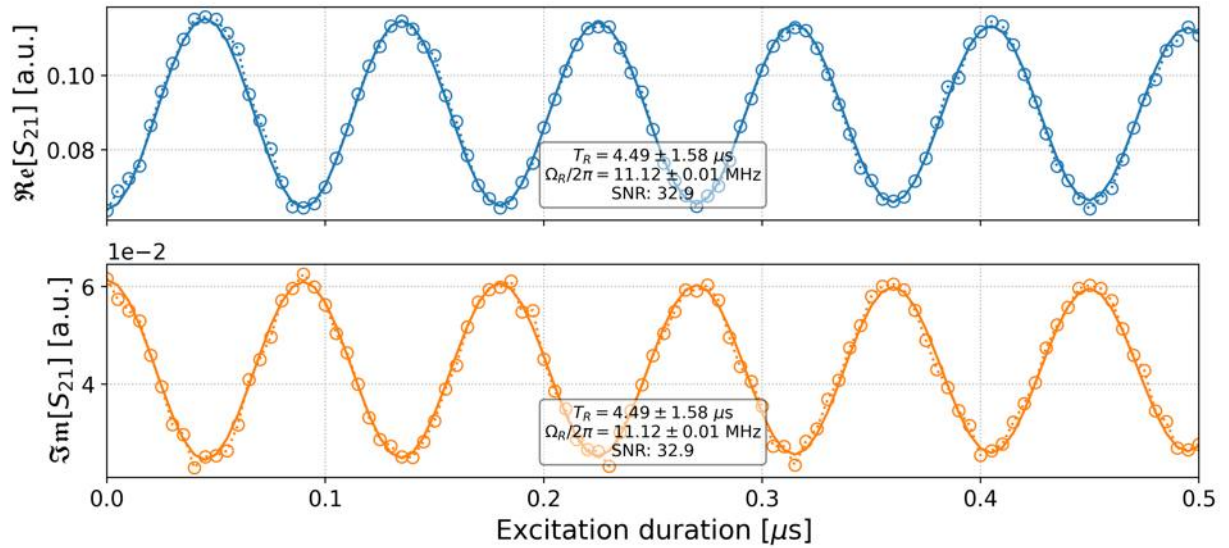


Рис. 5: Раби осцилляции при частоте перехода, равной 4,7 ГГц.

На основании полученного результата можно определить продолжительность  $\pi$ -импульса как значение абсциссы точки, при которой амплитуда населенности возбужденного уровня достигает первого экстремума. В программе есть соответствующий код для этого.

Теперь, зная продолжительность  $\pi$ -импульса, который должен переводить кубит в возбужденное состояние, мы можем проверить, как точно определена частота перехода с помощью метода Рамзи. Выбрав отстройку частоты Рамзи, равной 10 МГц и проделав эксперимент, мы должны получить частоту дефазирования, равную 10 МГц в идеальном случае. Результат приведен на Рис. 6.

Можно видеть, что частота сильно отличается от 10 МГц. В таком случае мы должны прибавить либо  $\delta = 5,6$  МГц, либо  $\delta = 10 - 5,6 = 3,4$  МГц к частоте перехода, в зависимости от знака  $\Delta\omega$ . Это



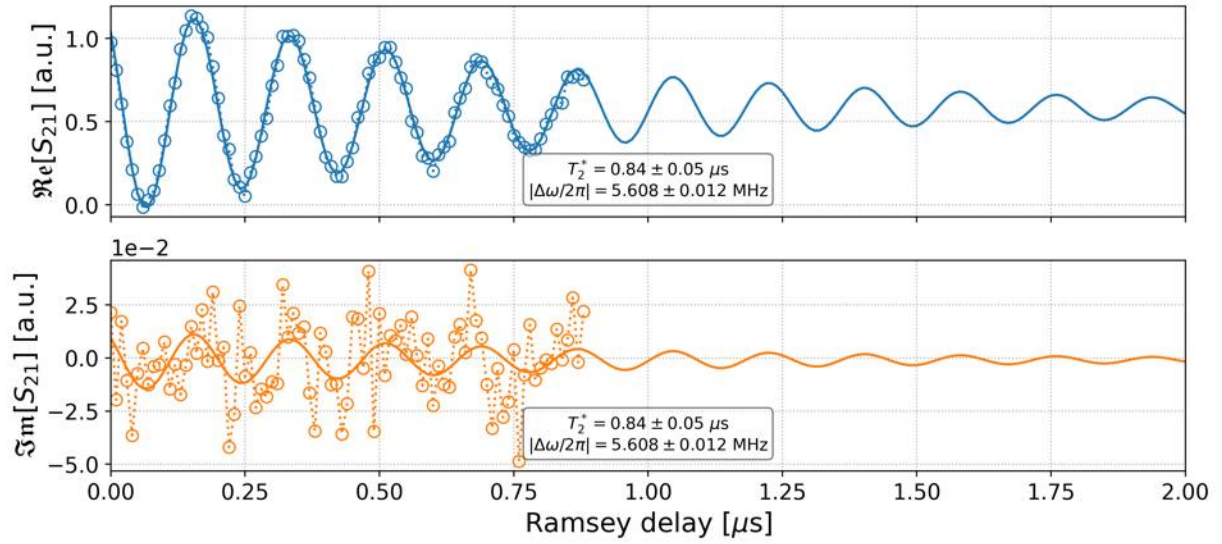


Рис. 6: Эксперимент Рамзи по уточнению частоты перехода (4,7 ГГц) с отстройкой 10 МГц по частоте.

учитывается при вычислении в коде программы. В данном случае мы имеем уточнённое значение частоты перехода:

$$\nu = (4,693 + 5,6 \cdot 10^{-3}) \pm 0,012 \cdot 10^{-3} \text{ ГГц} = 4,6986 \pm 0,012 \cdot 10^{-3} \text{ ГГц}.$$

Теперь следует обновить продолжительность  $\pi$ -импульса. Выполняем эксперимент по наблюдению Раби осцилляций. Результат на Рис. 7.

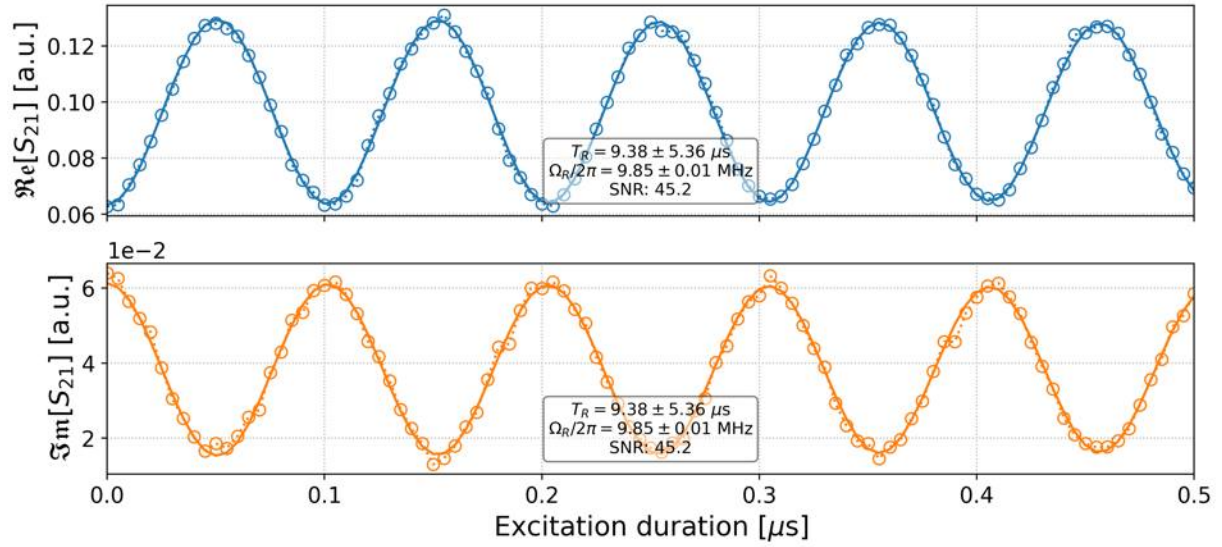


Рис. 7: Эксперимент по наблюдению Раби-осцилляций на частоте перехода  $4,6986 \pm 0,012 \cdot 10^{-3}$  ГГц.

Проверим, как хорошо мы уточнили частоту перехода, проведя эксперимент Рамзи, предварительно уменьшив отстройку частоты в этом эксперименте до 1 МГц (ранее было 10 МГц). Результат на Рис. 8

Видим, что частота Рамзи совпадает с отстроенной, значит итоговая частота перехода получена достаточно точно.

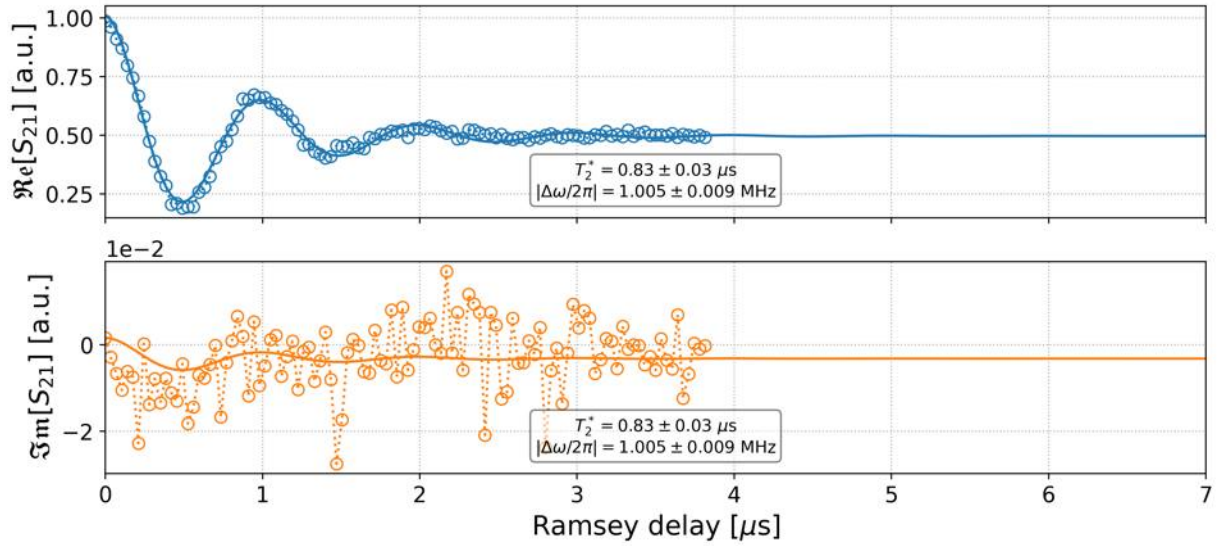


Рис. 8: Эксперимент Рамзи на частоте перехода  $4,6986 \pm 0,012 \cdot 10^{-3}$  ГГц с отстройкой 1 МГц по частоте.

### 2.3 Измерение $T_1$ , $T_\phi$ , $T_R$

Достаточно точно определив частоту перехода и продолжительность  $\pi$ -импульса, чтобы перевести кубит в возбужденное состояние, теперь мы можем определить времена  $T_1$  (релаксации),  $T_\phi$  (чистого дефазирования), а также время затухания Раби осцилляций  $T_R$ .  $T_1$ , как было сказано ранее определяется экспоненциальной зависимостью вероятности нахождения кубита в возбужденном состоянии спустя некоторый промежуток времени после его возбуждения  $\pi$ -импульсом. Результат приведен на Рис. 9

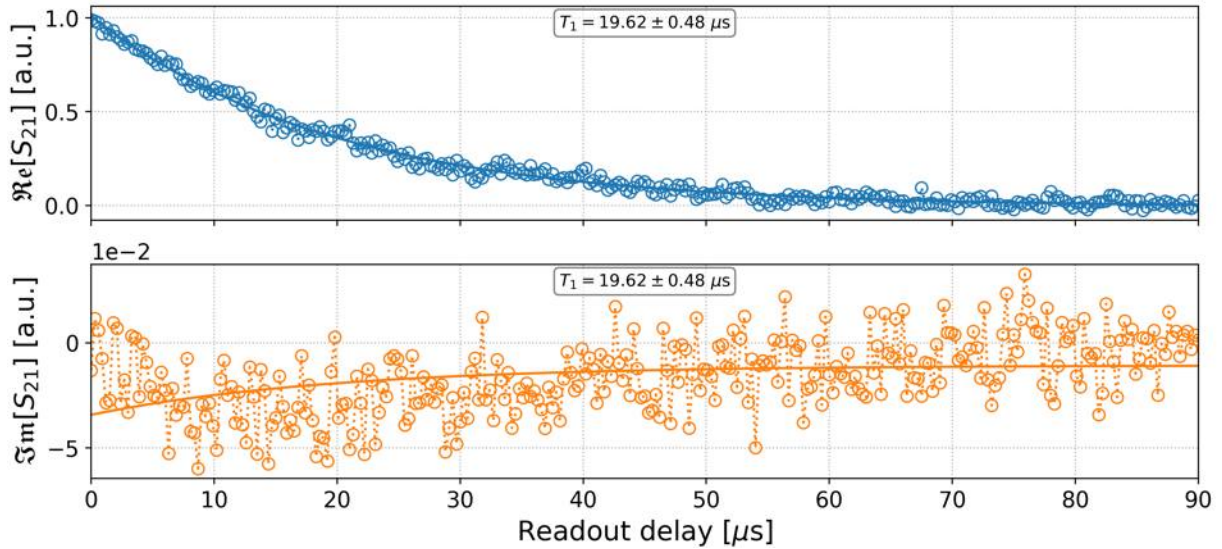


Рис. 9: Определение времени релаксации  $T_1$  кубита при магнитном потоке, отвечающему  $\alpha = 1/4$ .

Теперь определим время дефазирования  $T_\phi$ . Как описывалось ранее, мы не можем отдельно измерить это значение, однако для оценки можем воспользоваться спиновым эхо и измерить время  $T_{2E}$ . Результат приведен на Рис. 10

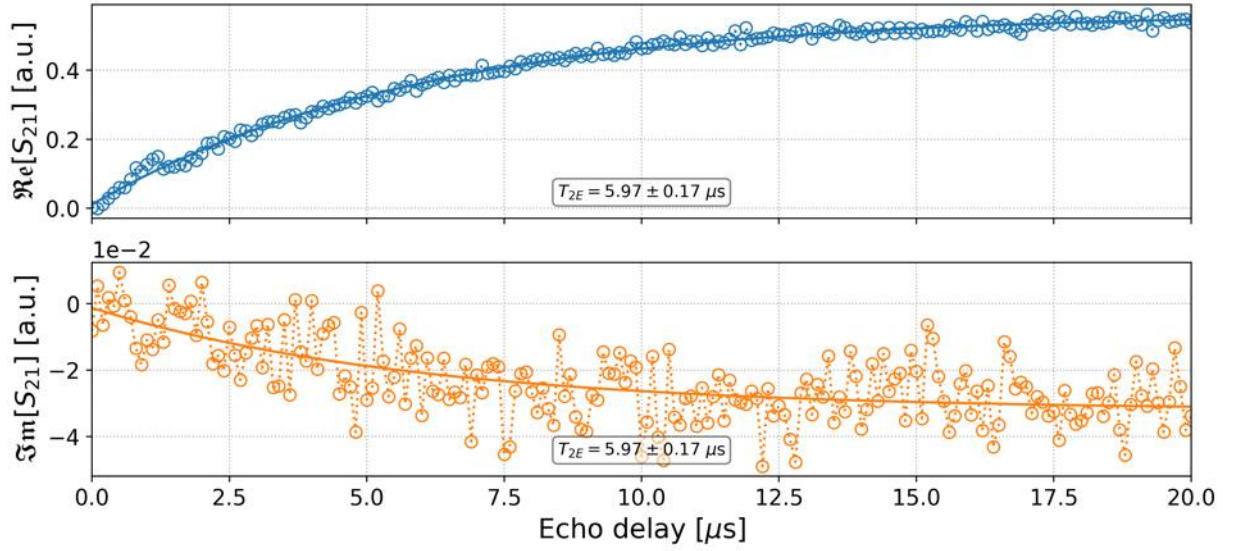


Рис. 10: Определение времени чистого дефазирования  $T_{2E}$  кубита при магнитном потоке, отвечающему  $\alpha = 1/4$ .

Также посмотрим на картину затухания Раби осцилляций, найдём их характерное время затухания,  $T_R$ , и частоту,  $\Omega_R$ . Результат приведён на Рис. 11.

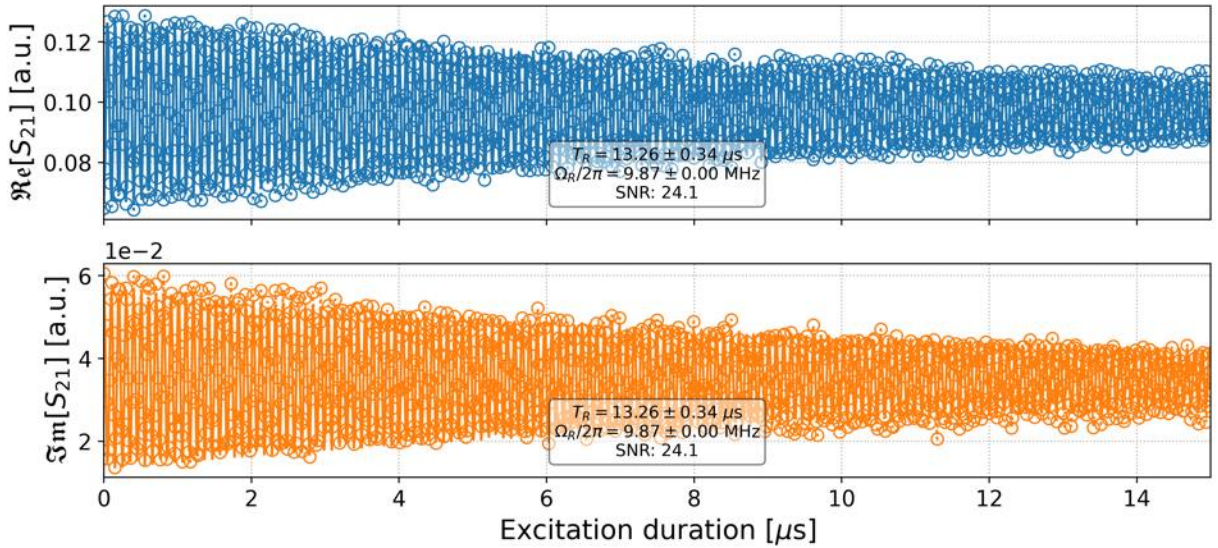


Рис. 11: Картина затуханий Раби осцилляций при магнитном потоке, отвечающему  $\alpha = 1/4$ .

Для остальных же значений постоянного, пропускаемого через кубит магнитного потока проводится та же самая процедура. В итоге свведём параметры кубита в Табл. 3, где  $\nu$  — резонансная частота однофотонного перехода кубита.

Погрешность в полученных значениях частоты раби-осцилляций имеет первую значащую цифру лишь в третьем порядке.

### 3 Выводы

Для каждого значения постоянного, пропускаемого через кубит постоянного магнитного потока получены характеристики образца, являющиеся удобными показателями при количественном анализе и сравнении с другими кубитами.

$\alpha$	$\nu$ , ГГц	$T_1$ , мкс	$T_{2E}$ , мкс	$T_2^*$ , мкс	$T_R$ , мкс	$\Omega_R$ , МГц
0	$5,058 \pm 0,016 \cdot 10^{-3}$	$15,93 \pm 0,65$	$4,8 \pm 0,4$	$4,12 \pm 0,26$	$10,70 \pm 0,37$	$4,10 \pm 0,00$
1/8	$4,964 \pm 0,032 \cdot 10^{-3}$	$17,22 \pm 0,35$	$7,02 \pm 0,16$	$1,39 \pm 0,05$	$16,84 \pm 0,49$	$8,67 \pm 0,00$
1/4	$4,698 \pm 0,012 \cdot 10^{-3}$	$19,62 \pm 0,48$	$5,97 \pm 0,17$	$0,83 \pm 0,03$	$13,26 \pm 0,34$	$9,87 \pm 0,00$

Таблица 3: Параметры кубита при различных значениях прикладываемого магнитного потока

Исходя из экспериментов Рамзи можно сделать вывод, что частота кубита довольно стабильна и мало меняется со временем, при этом с увеличением магнитного потока  $T_2^*$  уменьшается в связи с тем, что начинают всё большую роль играть неоднородности поля (его градиент). Поскольку  $T_2^*$  включает в себя статические неоднородности окружающего пространства, и, следовательно, медленные по сравнению с временем усреднения флуктуации, то понятно, почему  $T_2^*$  меньше, чем  $T_{2E} \approx T_\phi = T_2$ .

При подсчете времени затухания Раби осцилляций по формуле

$$T_R = \left( \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{2T_{2E}} \right)^{-1}. \quad (1)$$

для трёх случаев имеем результаты (Табл. 4).

$\alpha$	$T_R$ , мкс (теор.)	$T_R$ , мкс (эксп.)
0	$7,38 \pm 0,29$	$10,70 \pm 0,37$
1/8	$9,97 \pm 0,09$	$16,84 \pm 0,49$
1/4	$9,15 \pm 0,10$	$13,26 \pm 0,34$

Таблица 4: Вычисление  $T_R$  при помощи формулы (1).

Можем видеть, что время отличается от экспериментального на несколько мкс. Всё дело в том, что время  $T_{2E}$  всё же является оценкой для времени  $T_2$ , и, строго говоря, следует писать  $T_{2E} \approx T_2$ , и поэтому для более точных результатов мы должны были бы получить более высокое значение  $T_{2E}$ . При этом в эксперименте по наблюдению осцилляций Раби происходит учёт различного рода шумов, которые обрабатываются в коде программы. Если бы этого не было, то время  $T_R$  могло быть еще меньше, чем по формуле (1). С другой стороны, эксперимент демонстрирует довольно высокое время жизни кубита  $T_1$  от 15 до 20 мкс. Для сравнения, образцы других команд демонстрируют примерно тот же уровень: 29 мкс [2],  $\sim 20$  мкс [3],  $\sim 30$  мкс [1].

Поскольку именно  $\Gamma_1 = 1/T_1$  является декрементом затухания по энергии, то мы можем выразить добротность следующим образом:

$$Q_1 = \frac{2\pi\nu}{\Gamma_1} \quad (2)$$

Имеем результаты, представленные в Табл. 5.

$\alpha$	$\nu$ , ГГц	$T_1$ , мкс	$\Gamma_1$ , $10^4$ с $^{-1}$	$Q_1$ , $10^4$
0	$5,058 \pm 0,016 \cdot 10^{-3}$	$15,93 \pm 0,6$	$6,28 \pm 0,26$	$50,61 \pm 2,10$
1/8	$4,964 \pm 0,032 \cdot 10^{-3}$	$17,22 \pm 0,35$	$5,81 \pm 0,12$	$53,68 \pm 1,10$
1/4	$4,698 \pm 0,012 \cdot 10^{-3}$	$19,62 \pm 0,48$	$5,09 \pm 0,12$	$57,99 \pm 1,37$

Таблица 5: Вычисление добротности кубита при различных  $\alpha$

Можно наблюдать рост добротности с уменьшением резонансной частоты перехода.

Таким образом, времена декогерентности кубита являются конкурентоспособными, что выражается в довольно высокой относительно других образцов добротности кубита.

## Список литературы

- [1] MD Hutchings и др. «Tunable superconducting qubits with flux-independent coherence». В: *Physical Review Applied* 8.4 (2017), с. 044003.
- [2] Julian Kelly и др. «State preservation by repetitive error detection in a superconducting quantum circuit». В: *Nature* 519.7541 (2015), с. 66—69.
- [3] MA Rol и др. «Restless tuneup of high-fidelity qubit gates». В: *Physical Review Applied* 7.4 (2017), с. 041001.