

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Калужский филиал  
федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
**«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**Ю.Е. Гагарин**

## **ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ**

*Лабораторный практикум*

Калуга – 2019



## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 РАЗЛОЖЕНИЕ СИГНАЛОВ В РЯД ФУРЬЕ .....	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 РАЗЛОЖЕНИЕ СИГНАЛОВ .....	15
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 ПОСТРОЕНИЕ АНАЛОГОВЫХ ФИЛЬТРОВ .....	23
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 ФИЛЬТРАЦИЯ СИНУСОИДАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ .....	39
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5 ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ .....	47
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6 РАЗЛОЖЕНИЕ СИГНАЛОВ .....	52
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА .....	58
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА .....	58

## **ВВЕДЕНИЕ**

Лабораторный практикум составлен в соответствии с программой проведения лабораторных работ по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» на кафедре «Программное обеспечение ЭВМ, информационные технологии» факультета информатики и управления Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Лабораторный практикум предназначен для студентов 4-го курса направления подготовки 09.03.04 «Программная инженерия» и содержит цели и задачи лабораторных работ, основные теоретические сведения, дается описание порядка выполнения и методические указания, приведены варианты задания для лабораторных работ и контрольные вопросы.

Выполнение лабораторного практикума позволит студентам получить и закрепить знания, умения и навыки, достижения которых является результатом освоения дисциплины «Цифровая обработка сигналов».

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 РАЗЛОЖЕНИЕ СИГНАЛОВ В РЯД ФУРЬЕ

### ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЯ

Целью выполнения лабораторной работы является формирование практических навыков разложения сигналов различного вида в ряд Фурье и моделирование сигналов различной формы с заданными параметрами.

Основными задачами выполнения лабораторной работы являются:

1) Выполнить разложение сигналов в ряд Фурье. Разложению подлежат следующие сигналы: последовательность прямоугольных импульсов, меандр, пилообразный сигнал и последовательность треугольных импульсов.

2) Построить графики для промежуточных стадий суммирования.

Для каждого варианта и каждого вида сигнала заданы параметры:

- для последовательности прямоугольных импульсов – амплитуда, период повторения и длительность импульсов;
- для меандра, пилообразного сигнала и последовательности треугольных импульсов – амплитуда и период повторения импульсов;
- для всех видов сигналов задано число ненулевых гармоник.

Результатами работы являются:

- постановка задачи;
- программы для разложения последовательных прямоугольных импульсов, меандра, пилообразного сигнала и последовательности треугольных импульсов;
- результаты выполнения программ – графики промежуточных стадий суммирования;
- выводы;
- подготовленный отчет.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

### Ряд Фурье

Разложению в ряд Фурье могут подвергаться периодические сигналы. При этом они представляются в виде суммы гармонических функций либо комплексных экспонент с частотами, образующими арифметическую прогрессию.

Ряд Фурье может быть применен для представления не только периодических сигналов, но и сигналов конечной длительности. При этом оговаривается временной интервал, для которого строится ряд Фурье, а в остальные моменты времени сигнал считается равным нулю. Для расчета коэффициентов ряда такой подход фактически означает периодическое продолжение сигнала за границами рассматриваемого интервала.

### Синусно-косинусная форма

В этом варианте ряд Фурье имеет следующий вид:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t))$$

Здесь  $\omega_1 = 2\pi/T$  – круговая частота, соответствующая периоду повторения сигнала, равному  $T$ . Входящие в формулу кратные ей частоты  $k\omega_1$  называются гармониками, гармоники нумеруются в соответствии с индексом  $k$ ; частота  $\omega_k = k\omega_1$  называется  $k$ -й гармоникой сигнала. Коэффициенты ряда  $a_k$  и  $b_k$  рассчитываются по формулам:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(k\omega_1 t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(k\omega_1 t) dt$$

Константа  $a_0$  рассчитывается по общей формуле для  $a_k$ . Само же это слагаемое представляет собой среднее значение сигнала на периоде:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt$$

Если  $s(t)$  является четной функцией, то все  $b_k$  будут равны нулю и в формуле ряда Фурье будут присутствовать только косинусные слагаемые. Если  $s(t)$  является нечетной функцией, равны нулю будут, наоборот, косинусные коэффициенты  $a_k$  и в формуле останутся лишь синусные слагаемые.

## ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

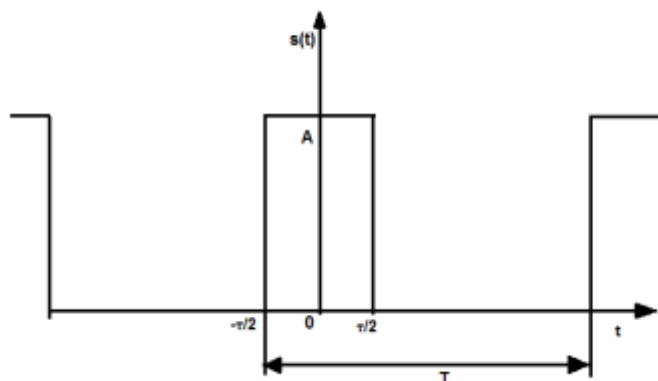


Рис. 1. Последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой  $A$ , длительностью  $\tau$  и периодом повторения  $T$ .

Данный сигнал является четной функцией, поэтому для его представления удобнее использовать синусно-косинусную форму ряда Фурье – в ней будут присутствовать только косинусные слагаемые  $a_k$ , равные

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt = \frac{2A}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k \tau}{T}\right)$$

Отношение периода к длительности импульсов называют **скважностью последовательности импульсов** и обозначают буквой

$$q: q = \frac{T}{\tau}$$

Представление последовательности прямоугольных импульсов в виде ряда Фурье:

$$s(t) = \frac{A}{q} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2A}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k}{q}\right) \cos\left(\frac{2\pi k}{T}t\right)$$

Амплитуды гармонических слагаемых ряда зависят от номера гармоники.

### МЕАНДР

Частным случаем предыдущего сигнала является *меандр* – последовательность прямоугольных импульсов со скважностью, равной двум, когда длительности импульсов и промежутков между ними становятся равными (рис.2).

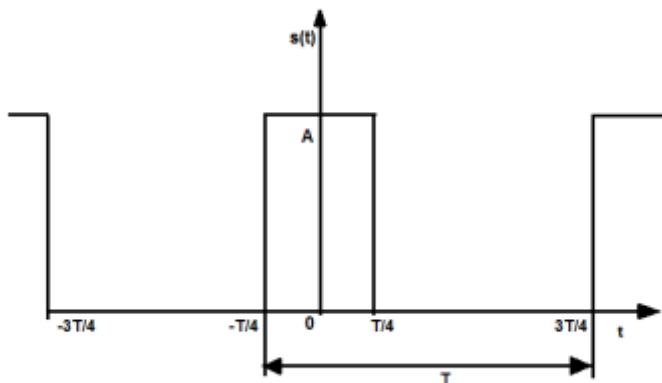


Рис. 2 Меандр

При  $q = 2$ , получим



$$a_k = A \frac{\sin(\pi k/2)}{\pi k/2} = \begin{cases} A, k = 0 \\ 0, k = 2m, m \neq 0 \\ \frac{2A}{\pi k}, k = 4m + 1 \\ -\frac{2A}{\pi k}, k = 4m - 1 \end{cases}$$

Здесь  $m$  – произвольное целое число.

При разложении в ряд Фурье четные составляющие будут отсутствовать.

$$s(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) - \frac{1}{3} \cos\left(3\frac{2\pi}{T}t\right) + \frac{1}{5} \cos\left(5\frac{2\pi}{T}t\right) - \dots \right)$$

### ПИЛООБРАЗНЫЙ СИГНАЛ

В пределах периода он описывается линейной функцией:

$$s(t) = \frac{2A}{T} (t - kT), \left(k - \frac{1}{2}\right)T < t < \left(k + \frac{1}{2}\right)T$$

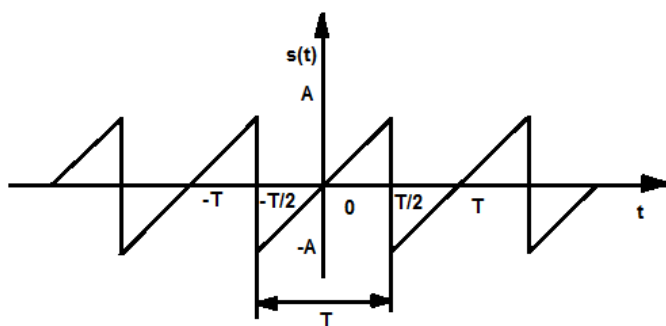


Рис. 3. пилообразный сигнал

Данный сигнал является нечетной функцией, поэтому его ряд Фурье в синусно-косинусной форме будет содержать только синусные слагаемые:

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{2A}{T} t \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt = -\frac{2A}{\pi k} (-1)^k$$

Сам ряд Фурье для пилообразного сигнала выглядит следующим образом:

$$s(t) = \frac{2A}{\pi} \left( \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) - \frac{1}{2} \sin\left(2 \frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{1}{3} \sin\left(3 \frac{2\pi}{T} t\right) - \frac{1}{4} \sin\left(4 \frac{2\pi}{T} t\right) + \dots \right)$$

### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ТРЕУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

$$s(t) = A \left( 1 - 4 \frac{|t - kT|}{T} \right), \left( k - \frac{1}{2} \right) T \leq t < \left( k + \frac{1}{2} \right) T$$

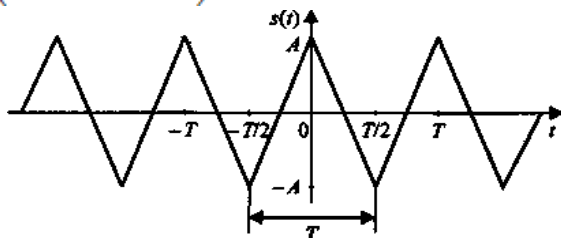


Рис.4. Последовательность треугольных импульсов

Сигнал является четной функцией, поэтому будут присутствовать косинусные составляющие.

Вычислим коэффициенты ряда Фурье:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A \left( 1 - 4 \frac{|t|}{T} \right) \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt = \frac{4A}{(\pi k)^2} (1 - (-1)^k) = \\ &= \begin{cases} 0, k = 2m \\ \frac{8A}{(\pi k)^2}, k = 2m + 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Сам ряд Фурье имеет следующий вид:

$$s(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{1}{3^2} \cos\left(3 \frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{1}{5^2} \cos\left(5 \frac{2\pi}{T} t\right) + \dots \right)$$

Как видите, в отличие от последовательностей прямоугольных и пилообразных импульсов, для треугольного периодического сигнала амплитуды гармоник убывают пропорционально второй степени номеров гармоник  $k$ .

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

На выполнение лабораторной работы отводится 4 академических часа: 3 часа на выполнение и сдачу лабораторной работы и 1 час на подготовку отчета.

Порядок выполнения:

1. Изучить краткий теоретический материал.
2. Собрать схему электрической цепи и определить значения токов в ветвях схемы.
3. Составить уравнения для заданной электрической цепи и вычислить значения токов в ветвях схемы.
4. Оформить отчет.
5. Защитить выполненную работу у преподавателя.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### *Код программы для меандра*

```

N = 8;                                % число ненулевых
гармоник
t = -1:0.01:1;                        % вектор моментов времени
A = 1;                                % амплитуда
T = 1;                                % период
nh = (1:N)*2-1;                       % номера ненулевых
гармоник
harmonics = cos(2*pi*nh*t/T);
Am = 2/pi./nh;                        % амплитуды гармоник
Am(2:2:end) = -Am(2:2:end);           % чередование знаков
s1 = harmonics .* repmat(Am', 1, length(t));
                                     % строки-частичные суммы гармоник
s2 = cumsum(s1);
for k=1:N, subplot(4, 2, k), plot(t, s2(k,:)), end

```

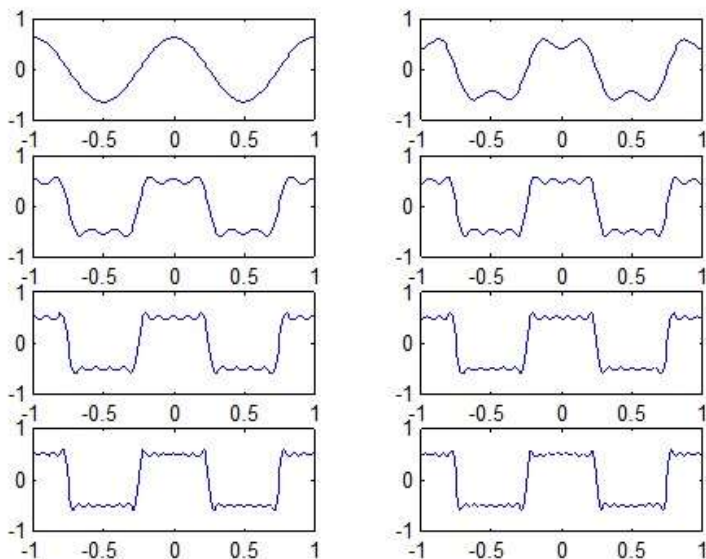
### Комментарий

**repmat** – создание блочной матрицы или многомерного блочного массива из одинаковых блоков. `repmat(Am', 1, length(t))` – матрица состоит из 1 блока по вертикали и `length(t)` блоков по горизонтали, каждый блок является матрицей `Am'`.

**Cumsum** – расчет частичных сумм элементов.

**Subplot (Rows, Cols, N)** – команда для вывода нескольких графиков. Графическое окно разбивается на клетки в виде матрицы, имеющей **Rows** – строк, **Cols** – столбцов, и **N** – клетка становится текущей.

### Результат работы программы



## ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

№ варианта	Параметры для сигналов			
	$A$ – амплитуда сигнала	$T$ – период повторения сигналов	$\tau$ – длительность сигнала	$k$ – число ненулевых гармоник
1	7	3	2	10

2	5	4	3	12
3	4	5	4	14
4	3	6	5	16
5	2	8	6	18
6	5	3	2	14
7	4	4	3	16
8	3	5	4	18
9	2	6	5	10
10	7	8	6	12
11	4	4	3	18
12	3	5	4	10
13	2	6	5	12
14	7	8	6	14
15	5	3	2	16
16	7	3	2	12
17	5	4	3	14
18	4	5	4	16
19	3	6	5	18
20	2	8	6	10
21	5	3	2	16
22	4	4	3	18
23	3	5	4	10
24	2	6	5	12
25	7	8	6	14
26	4	4	3	10
27	3	5	4	12
28	2	6	5	14
29	7	8	6	16
30	5	3	2	18

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Объясните, в каком виде представляются периодические сигналы при разложении в [ряд Фурье](#).
2. Перечислите основные [формы ряда Фурье](#).

3. Раскройте значение понятия «меандр».
4. Опишите функцию создания блочной матрицы или многомерного блочного массива из одинаковых блоков.
5. Предложите способ для вывода нескольких графиков в одном графическом окне.
6. Сформулируйте правила разложения сигналов в ряд Фурье при проведении лабораторного исследования.

### **ФОРМА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

Номер варианта студенту выдается преподавателем. Отчет на защиту предоставляется в печатном виде.

Структура отчета (на отдельном листе(-ах)):

- титульный лист;
- цели и задачи работы;
- формулировка задания согласно варианту;
- код программ для разложения последовательности прямоугольных импульсов, меандра, пилообразного сигнала и последовательности треугольных импульсов.
- результаты выполнения программ – графики промежуточных стадий суммирования.
- выводы.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2**

### **РАЗЛОЖЕНИЕ СИГНАЛОВ**

#### **ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЯ**

Целью выполнения лабораторной работы является формирование практических навыков разложения сигналов различными способами.

Основной задачей выполнения лабораторной работы является выполнение импульсного, ступенчатого, четно-нечетного и чередующегося разложений сигналов для одного периода заданного сигнала.

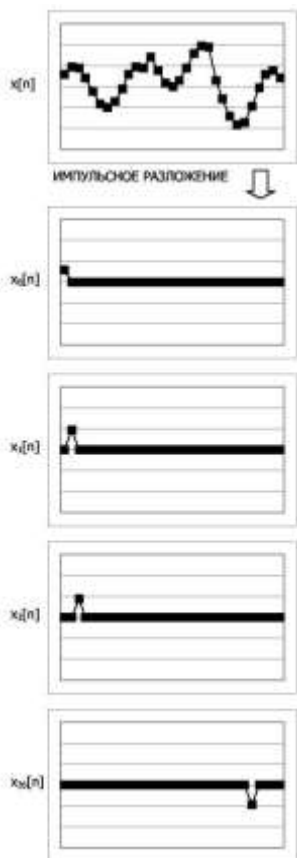
Результатами работы являются:

- уравнения, составленные при разложении сигналов различными способами;
- подготовленный отчет.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

### Импульсное разложение

Импульсное разложение делит сигнал из  $N$  выборок на  $N$  составляющих, каждая из которых содержит  $N$  выборок. Каждая составляющая сигнала содержит одну точку исходного сигнала, а остальные выборки приравнены к нулю. Единственная ненулевая точка называется импульсом. Важность импульсного разложения состоит в том, что оно позволяет рассматривать сигнал по одной точке, аналогично тому, как системы характеризуются ответом на импульсы. Зная, как система отвечает на импульс, ее выход может быть рассчитан для любого входного сигнала. Этот метод называется сверткой, и ему посвящены следующие две главы.





## Ступенчатое разложение

Ступенчатое разложение, также разбивает сигнал из  $N$  выборок на  $N$  составляющих, каждая из которых содержит  $N$  выборок. Каждая составляющая сигнала это ступень, первые выборки которой нулевые, а остальные содержат некоторое значение. Рассмотрим разложение сигнала из  $N$  выборок,  $x[n]$ , на составляющие:  $x_0[n]$ ,  $x_1[n]$ ,  $x_2[n]$ , ...,  $x_{N-1}[n]$ .  $k$ -ая составляющая сигнала,  $x_k[n]$ , состоит из первых  $k-1$  нулевых выборок, в то время как оставшиеся выборки содержат значение  $x[k] - x[k-1]$ . Например, пятая составляющая состоит из нулевых точек до четвертой выборки включительно, а оставшиеся выборки содержат значение  $x[5] - x[4]$  (разницу между значениями выборок 4 и 5 исходного сигнала). В специальном случае для  $x_0[n]$  все выборки содержат значение равно  $x[0]$ . В то время как импульсное разложение рассматривает сигналы по одной точке, ступенчатое разложение характеризует сигналы разностью между смежными выборками. Аналогично, системы характеризуются ответом на изменение во входном сигнале.



### Четно-нечетное разложение

Четно-нечетное разложение разбивает сигнал на две составляющих сигнала, одна из которых имеет четную симметрию, а другая нечетную симметрию. Говорят, что сигнал из  $N$  выборок имеет четную симметрию, если он зеркально отражается от точки  $N/2$ . Таким образом, значение в точке  $x[N/2+1]$  равно значению в точке  $x[N/2-1]$ , значение  $x[N/2+2]$  равно  $x[N/2-2]$  и т.д. Подобным образом, нечетная симметрия достигается, если значение в точке  $x[N/2+1]$  равно значению в точке  $-x[N/2-1]$ , значение  $x[N/2+2]$  равно  $-x[N/2-2]$  и т.д. Такое определение предполагает, что сигнал составлен из четного числа выборок, и индекс изменяется от 0 до  $N-1$ . Разложение рассчитывается из отношений:

$$x_e[n] = \frac{x[n] + x[N-n]}{2}$$
$$x_o[n] = \frac{x[n] - x[N-n]}{2}$$

Определение симметрии может показаться странным, поскольку настоящий центр симметрии сигнала не  $N/2$ , а  $N/2-1/2$  (между двумя выборками). Это требует дополнительного объяснения.

Такое разложение является важной частью концепции ЦОС, называемой круговой симметрией. Она базируется на том, что конец рассматриваемого сигнала соединен с его началом. Как точка  $x[5]$  следует за точкой  $x[4]$ , так за точкой  $x[N-1]$  следует точка  $x[0]$ . Это похоже на картину змеи, кусающей свой хвост. Когда четные и нечетные сигналы рассматриваются в данном ключе, реально существуют две точки симметрии:  $x[N/2]$  и  $x[0]$ . Например, в четном сигнале симметрия вокруг  $x[0]$  означает, что значение в точке  $x[1]$  равно значению в точке  $x[N-1]$ , точка  $x[2]$  равна точке  $x[N-2]$  и т.д. В нечетном сигнале точка 0 и  $N/2$  равны соответствующим точкам в исходном сигнале.



### Чередующееся разложение

Чередующееся разложение разделяет сигнал на две составляющих, четные выборки сигнала и нечетные выборки сигнала (не путайте с четной и нечетной симметрией). Для нахождения сигнала четных выборок, возьмите начальный сигнал и установите значения всех нечетных выборок в ноль. Чтобы найти сигнал нечетных выборок, возьмите исходный сигнал и установите в ноль значения всех четных выборок. Это достаточно просто.

На первый взгляд это разложение выглядит тривиальным и неинтересным. Однако чередующееся разложение является основой очень важного алгоритма ЦОС – быстрого преобразования Фурье (БПФ). Процедура расчета разложения Фурье была известна еще несколько сотен лет назад. К сожалению, она очень медленна, и для ее расчета требуется от нескольких минут до нескольких часов. БПФ представляет собой семейство алгоритмов, разработанных в 60-х годах для уменьшения времени расчета этого разложения. Эта стратегия является изящным примером ЦОС: разбить сигнал на элементарные составляющие повторяя применение чередующегося разложения; вычислить разложение Фурье для каждой составляющей; объединить

результаты в итоговый ответ. Такой метод уменьшает время вычисления в сотни и тысячи раз!



## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

На выполнение лабораторной работы отводится 4 академических часа: 3 часа на выполнение и сдачу лабораторной работы и 1 час на подготовку отчета.

Порядок выполнения:

1. Изучить теоретический материал.
2. Провести дискретизацию и выполнить указанные разложения.
3. Оформить отчет.
4. Защитить выполненную работу у преподавателя.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для определенного сигнала провести дискретизацию и выполнить указанные разложения.

## ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

№ варианта	Сигнал	Количество отсчетов
1	$5\sin 6t$	28
2	$10\cos 4t$	20
3	$15\sin 3t$	24
4	$15\cos 6t$	32
5	$8\sin 7t$	34
6	$14\cos 5t$	26
7	$3\sin 4t$	38
8	$12\cos 5t$	28
9	$14\sin 9t$	22
10	$10\cos 3t$	30
11	$9\sin 9t$	28
12	$3\cos 8t$	20
13	$7\sin 7t$	24
14	$8\cos 5t$	32
15	$13\sin 3t$	34
16	$10\cos 9t$	26
17	$5\sin 5t$	38
18	$7\cos 9t$	28
19	$9\sin 6t$	22
20	$3\cos 7t$	30

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Перечислите основные способы разложения сигнала.

2. Объясните алгоритм [импульсного разложения](#).
3. Объясните сущность [ступенчатого разложения](#).
4. Объясните алгоритм [четно-нечетного разложения](#).
5. Раскройте механизм [чередующееся разложения](#).

### **ФОРМА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

Номер варианта студенту выдается преподавателем. Отчет на защиту предоставляется в печатном виде.

Структура отчета (на отдельном листе(-ах)):

- титульный лист;
- цели и задачи работы;
- формулировка задания согласно варианту;
- дискретизация и указанные разложения;
- выводы.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3**

### **ПОСТРОЕНИЕ АНАЛОГОВЫХ ФИЛЬТРОВ**

#### **ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЯ**

Целью выполнения лабораторной работы является формирование практических навыков построения аналоговых фильтров.

Основными задачами выполнения лабораторной работы являются:

1. построить АЧХ аналоговых фильтров с заданными параметрами: фильтр Баттерворта; фильтр Чебышева 1 рода; фильтр Чебышева 2 рода; эллиптический фильтр; фильтр Бесселя;
2. осуществить преобразование фильтров – прототипов (два вида преобразования).

Результатами работы являются:

- код программ;
- результаты выполнения программ – АЧХ;
- подготовленный отчет.

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

## 1. Дифференциальное уравнение

Связь между входным и выходным сигналами линейной цепи с сосредоточенными параметрами может быть выражена в виде дифференциального уравнения (ДУ) вида

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + a_{n-2} \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = \\ = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + b_{m-2} \frac{d^{m-2} x}{dt^{m-2}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned}$$

Здесь  $x(t)$  – входной сигнал,  $y(t)$  – выходной сигнал,  $a_i$  и  $b_i$  – постоянные коэффициенты. Таким образом, цепь описывается наборами коэффициентов  $\{a_i\}$  и  $\{b_i\}$ .

## 2. Функция передачи

Если применить к обеим частям приведенного в предыдущем разделе ДУ (2.8) преобразование Лапласа, получится выражение для операторного коэффициента передачи, или функции передачи цепи (transfer function):

$$H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0}$$

Здесь  $a_i$  и  $b_i$  – те же постоянные коэффициенты, что и в приведенном ранее ДУ.

## 3. Нули и полюсы

Разложив числитель и знаменатель функции передачи (2.9) на множители, мы получим функцию передачи в следующем виде:

$$H(s) = k \frac{(s - z_m)(s - z_{m-1})(s - z_{m-2}) \dots (s - z_1)}{(s - p_n)(s - p_{n-1})(s - p_{n-2}) \dots (s - p_1)}$$



Здесь  $k = b_m/a_n$  – коэффициент усиления (gain),  $z_i$  – нули функции передачи (zero),  $p_i$  – полюсы функции передачи (pole). В точках нулей  $H(z_i) = 0$ , а в точках полюсов  $H(p_i) \rightarrow \infty$ .

В данном случае цепь описывается набором параметров  $\{z_i\}$ ,  $\{p_i\}$ ,  $k$ .

#### 4. Полюсы и вычеты

Еще одним способом преобразования дробно-рациональной функции передачи (2.9) является ее представление в виде суммы простых дробей. При отсутствии кратных корней у знаменателя такое представление имеет следующий вид:

$$H(s) = \frac{r_n}{s - p_n} + \frac{r_{n-1}}{s - p_{n-1}} + \frac{r_{n-2}}{s - p_{n-2}} + \dots + \frac{r_1}{s - p_1} + C_0$$

Здесь  $p_i$  – полюсы функции передачи, а числа  $r_i$  называются вычетами.  $C_0$  – целая часть функции передачи, отличная от нуля только в случае равенства степеней полиномов числителя и знаменателя.

В данном случае цепь описывается набором параметров  $\{r_i\}$ ,  $\{p_i\}$ ,  $C_0$ .

#### 5. Пространство состояний

Еще одним способом описания линейной цепи является ее представление в пространстве состояний (state space). При этом состояние цепи описывается вектором состояния  $s(t)$ , а собственные колебания цепи и ее реакция на входной сигнал  $x(t)$  характеризуются следующим образом:

$$\begin{aligned} s'(t) &= As(t) + B(x)t, \\ y(t) &= Cs(t) + Dx(t). \end{aligned}$$

Если размерность вектора состояния  $s(t)$  равна  $N$  ( $s(t)$  – вектор-столбец), а входной  $x(t)$  и выходной  $y(t)$  сигналы являются скалярными, то размерность параметров в этих формулах будет следующей:  $A$  – матрица  $N \times N$ ,  $B$  – столбец  $N \times 1$ ,  $C$  – строка  $1 \times N$ ,  $D$  – скаляр. Если входной и/или выходной сигналы являются векторными, размерность параметров соответствующим образом изменяется.

Описанием цепи в данном случае является набор параметров  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ .

## АЧХ АНАЛОГОВОГО ФИЛЬТРА – FREQS

Фильтры, как и многие линейные цепи, описываются передаточными характеристиками в операторной форме следующего вида

$$H(s) = \frac{b_1 s^{nb} + b_2 s^{nb-1} + \dots + b_{nb+1}}{a_1 s^{na} + a_2 s^{na-1} + \dots + a_{na+1}}$$

Здесь  $na$  и  $nb$  – степени полиномов знаменателя и числителя,  $s$  – комплексная переменная. Функция `freqs` реализует расчет комплексных АЧХ в ряде вариантов:

- `h=freqs(b, a, w)` – по заданным в векторах  $a$  и  $b$  коэффициентам передаточной характеристики фильтра  $H(s)$  вычисляет вектор  $h$  АЧХ аналогового фильтра, соответствующий вектору частот  $w$ ;

- `[h, w]=freqs(b, a)` – вычисляет векторы  $h$  АЧХ и частот  $w$ , автоматически определяя диапазон частот ее представления;

- `[h, w]=freqs(b, a[, n])` – вычисляет векторы  $h$  АЧХ и частот  $w$  для  $n$  точек АЧХ. Если  $n$  не задано, оно выбирается по умолчанию равным 200;

- `freqs(b, a)` – вычисляет АЧХ и выводит графики АЧХ и ФЧХ.

Для вывода АЧХ и ФЧХ для частот, выраженных в герцах, надо использовать следующие выражения:  $f=w/(2\pi)$ .

Вычислим АЧХ и ФЧХ линейной системы второго порядка с передаточной характеристикой

$$H(s) = \frac{0.35s^2 + 0.5s + 1}{s^2 + 0.5s + 1}$$

$$a=[1 \ 0.5 \ 1]; \ b=[0.35 \ 0.5 \ 1];$$

$$h=freqs(b,a,w); \ mag=abs(h); \ phase=angle(h);$$

Здесь функция `freqs` задана с выходным параметром  $h$ . Поэтому она сама уже не строит графики АЧХ и ФЧХ, а лишь создает вектор комплексных значений АЧХ. Для построения графиков используются обычные графические команды MATLAB.

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СПОСОБОВ ОПИСАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ

Формы описания цепей в именах функций обозначаются следующим образом:

- $tf$  – коэффициенты полиномов числителя и знаменателя функций передачи (transfer function);
- $zp$  – нули и полюсы (zeros and poles);
- $ss$  – описание в пространстве состояний (state-space).

Необходимость в преобразовании описаний часто возникает из-за того, что функции расчета цепей (такие как рассматриваемые далее функции расчета фильтров-прототипов) дают результат в одной форме, а функция, например, построения частотной характеристики требует задания входных параметров в другой форме.

Для входных и выходных параметров используются следующие обозначения:

функция передачи:

- $b$  – вектор-строка коэффициентов (в порядке убывания степеней) числителя функции передачи;
- $a$  – вектор-строка коэффициентов (в порядке убывания степеней) знаменателя функции передачи;

нули и полюсы:

- $z$  – вектор нулей (столбец.);
- $p$  – вектор полюсов (столбец);
- $k$  – коэффициент усиления (скаляр);

пространство состояний:

- $A$  – квадратная матрица связи вектора состояния и его производной;
- $B$  – вектор-столбец связи входного сигнала и производной вектора состояния;
- $C$  – вектор-строка связи выходного сигнала и вектора состояния;
- $D$  – скалярный коэффициент связи выходного и входного сигналов.

### **Функция $tf2zp$**

Функция  $tf2zp$  преобразует наборы коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции передачи в векторы нулей и полюсов, рассчитывая также значение общего коэффициента усиления:

$$[z, p, k] = \text{tf2zp}(b, a);$$

Преобразование производится путем вычисления корней полиномов числителя и знаменателя функции передачи с помощью функции `roots`. Коэффициент усиления  $k$  рассчитывается как отношение  $b(1)/a(1)$ .

### **Функция `zp2tf`**

Функция `zp2tf` является обратной по отношению к функции `tf2zp`: она осуществляет преобразование коэффициента усиления, а также векторов нулей и полюсов функции передачи в коэффициенты полиномов ее числителя и знаменателя:

$$[b, a] = \text{zp2tf}(z, p, k);$$

### **Функция `tf2ss`**

Функция `tf2ss` преобразует наборы коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции передачи в параметры представления цепи в пространстве состояний:

$$[A, B, C, D] = \text{tf2ss}(b, a);$$

### **Функция `ss2tf`**

Функция `ss2tf` является обратной по отношению к функции `tf2ss`: она преобразует параметры пространства состояний в коэффициенты полиномов функции передачи цепи:

$$[b, a] = \text{ss2tf}(A, B, C, D);$$

### **Функция `zp2ss`**

Функция `zp2ss` преобразует нули, полюсы и коэффициент усиления цепи в ее параметры пространства состояний:

$$[A, B, C, D] = \text{zp2ss}(z, p, k);$$

### **Функция `ss2zp`**

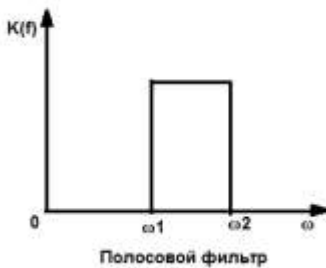
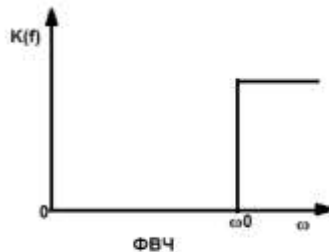
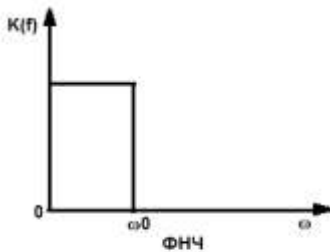
Функция `ss2zp` является обратной по отношению к функции `zp2ss`, преобразуя параметры пространства состояний в нули, полюсы и коэффициент усиления цепи:

$$[z, p, k] = \text{ss2zp}(A, B, C, D);$$

## РАЗНОВИДНОСТИ ФИЛЬТРОВ

Фильтры необходимы для пропускания сигналов в определенной полосе частот и задерживающих остальные частоты. При этом различают:

- **фильтры нижних частот (ФНЧ)**, пропускающие частоты, меньшие некоторой частоты среза  $\omega_0$ ;
- **фильтры верхних частот (ФВЧ)**, пропускающие частоты, большие некоторой частоты среза  $\omega_0$ ;
- **полосовые фильтры (ПФ)**, пропускающие частоты в некотором диапазоне  $\omega_1 \dots \omega_2$ ;
- **режекторные фильтры**, пропускающие на выход *все* частоты, кроме лежащих в некотором диапазоне  $\omega_1 \dots \omega_2$ .



Расчет аналогового фильтра начинается с расчета так называемого **фильтра-прототипа**, представляющего собой ФНЧ с частотой среза, равной 1 рад/с. Все функции MATLAB для расчета аналоговых прототипов возвращают векторы-столбцы нулей и полюсов функции передачи, а также значение коэффициента усиления. Частота среза для разных фильтров определяется по разному.

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФИЛЬТРОВ-ПРОТОТИПОВ

Для преобразования фильтров-прототипов заданного вида с требуемыми частотами среза используются приведенные ниже четыре функции MATLAB. Принцип составления их имен следующий: сначала идет сокращение lp, означающее, что исходным фильтром является ФНЧ (low-pass), потом следует символ преобразования 2 и в конце стоит обозначение типа результирующего фильтра:

- lp2lp – изменение частоты среза ФНЧ (low-pass);
- lp2hp – преобразование ФНЧ в ФВЧ (high-pass);
- lp2bp – преобразование ФНЧ в полосовой фильтр (band-pass);
- lp2bs – преобразование ФНЧ в режекторный фильтр (band-stop).

Возвращаемый результат – пересчитанные параметры фильтра.

### ИЗМЕНЕНИЕ ЧАСТОТЫ СРЕЗА ФНЧ

Изменение частоты среза ФНЧ-прототипа сводится к простому масштабированию частотной оси и выполняется путем следующей замены переменной  $s$  в выражении для функции передачи:

$$s \rightarrow \frac{s}{\omega_0}$$

где  $\omega_0$  – требуемая частота среза ФНЧ. Такое преобразование производится функцией lp2lp:

$$[b1, a1] = \text{lp2lp}(b, a, w0)$$

$$[A1, B1, C1, D1] = \text{lp2lp}(A, B, C, D, w0)$$

Входными параметрами функции являются описание фильтра (в виде коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции передачи –  $b, a$ , или в пространстве состояний –  $A, B, C, D$ ) и требуемая частота среза  $w_0$ .

### ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФНЧ В ФВЧ

Преобразование ФНЧ-прототипа в ФВЧ требует инверсии частотной оси и выполняется путем следующей замены переменной  $s$  в выражении для функции передачи:

$$s \rightarrow \frac{s}{\omega_0}$$

где  $\omega_0$  - требуемая частота среза ФВЧ. Такое преобразование производится функцией lp2hp:

$$[b1, a1] = \text{lp2hp}(b, a, w0)$$

$$[A1, B1, C1, D1] = \text{lp2hp}(A, B, C, D, w0)$$

Входными параметрами функции являются описание фильтра (в виде коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции передачи –  $b, a$  или в пространстве состояний –  $A, B, C, D$ ) и требуемая частота среза  $\omega_0$ .

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФНЧ В ПОЛОСОВОЙ ФИЛЬТР

Преобразование ФНЧ-прототипа в полосовой фильтр требует более сложной трансформации частотной оси, чем в предыдущих случаях. Так, нулевая и бесконечная частоты должны преобразовываться в бесконечное значение на частотной оси ФНЧ-прототипа (там, где его коэффициент передачи стремится к нулю). Частоты, соответствующие краям требуемой полосы пропускания, должны после преобразования давать значения  $\pm 1$ , равные частоте среза ФНЧ-прототипа. Наконец, преобразование должно выполняться с помощью дробно-рациональной функции, чтобы сохранить дробнорациональную структуру функции передачи.

$$s \rightarrow Q \frac{(s/\omega_0)^2 + 1}{s/\omega_0}$$

Перечисленным требованиям удовлетворяет следующая замена переменной  $s$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - соответственно нижняя и верхняя границы полосы пропускания фильтра.

Такое преобразование выполняется функцией lp2bp:

$$[b1, a1] = \text{lp2bp}(b, a, w0, Bw)$$

$$[A1, B1, C1, D1] = \text{lp2bp}(A, B, C, D, w0, Bw)$$

Входными параметрами функции являются описание фильтра (в виде коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции

передачи –  $b$ , а или в пространстве состояний –  $A, B, C, D$ ), средняя частота  $\omega_0$  и ширина  $B\omega$  полосы пропускания фильтра (в радианах в секунду).

**Внимание:**

Обратите внимание на то, что средняя частота полосы пропускания – это среднее геометрическое, а не среднее арифметическое частот среза:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

. Полоса пропускания рассчитывается без особенностей:

$$B_\omega = \omega_2 - \omega_1$$

### ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФНЧ В РЕЖЕКТОРНЫЙ ФИЛЬТР

Для преобразования ФНЧ-прототипа в режекторный фильтр трансформация частотной оси должна быть обратной по отношению к предыдущему случаю. Нулевая и бесконечная частоты должны преобразовываться в нулевое значение на частотной оси ФНЧ-прототипа (там, где коэффициент передачи велик). Частоты, соответствующие краям требуемой полосы задерживания, должны после преобразования давать значения  $\pm 1$ , равные частоте среза ФНЧ-прототипа. Кроме того, некоторое значение частоты в полосе задерживания должно преобразовываться в бесконечность (там, где коэффициент передачи ФНЧ-прототипа стремится к нулю). Наконец, преобразование должно выполняться с помощью дробно-рациональной функции, чтобы сохранить дробно-рациональную структуру функции передачи.

$$s \rightarrow \frac{s/\omega_0}{Q((s/\omega_0)^2 + 1)}$$

Перечисленным требованиям удовлетворяет следующая замена переменной  $s$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$



Где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – соответственно нижняя и верхняя границы полосы задерживания фильтра.

Такое преобразование выполняется функцией `lp2bs`:

$$[b1, a1] = \text{lp2bs}(b, a, w0, Bw)$$

$$[A1, B1, C1, D1] = \text{lp2bs}(A, B, C, D, w0, Bw)$$

Входными параметрами функции являются описание фильтра (в виде коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции передачи –  $b, a$  или в пространстве состояний –  $A, B, C, D$ ), средняя частота  $\omega_0$  и ширина  $Bw$  полосы задерживания фильтра (в радианах в секунду).

### РАСЧЕТ АНАЛОГОВОГО ФИЛЬТРА

Для расчета аналогового фильтра необходимо выполнить две основные операции: рассчитать ФНЧ-прототип и преобразовать его к нужному типу фильтра с заданными частотами среза. Требуемая последовательность действий оформлена в виде следующих функций MATLAB:

- `butter(n, w0, type, 's')` – расчет фильтров Баттерворта;
- `cheby1(n, Rp, w0, type, 's')` – расчет фильтров Чебышева первого рода;
- `cheby2(n, Rs, w0, type, 's')` – расчет фильтров Чебышева второго рода;
- `ellip(n, Rp, Rs, w0, type, 's')` – расчет эллиптических фильтров;
- `besself(n, w0, type)` – расчет фильтров Бесселя.

Параметры  $n, Rp, Rs$  (их состав зависит от типа фильтра) – это параметры фильтра-прототипа:  $n$  – порядок фильтра,  $Rp$  – уровень пульсаций в полосе пропускания (в децибелах),  $Rs$  – уровень пульсаций в полосе задерживания (в децибелах).

Параметры  $w0$  и `type` используются совместно для задания типа фильтра и значений его частот среза (в радианах в секунду):

- ФНЧ:  $w0$  – скаляр, параметр `type` отсутствует;
- ФВЧ:  $w0$  – скаляр, `type='high'`;

- полосовой фильтр:  $w_0$  – двухэлементный вектор частот среза  $[w_1 \ w_2]$ , параметр `type` отсутствует;
- режекторный фильтр:  $w_0$  – двухэлементный вектор частот среза  $[w_1 \ w_2]$ , `type='stop'`.

Таким образом, функции расчета фильтров требуют задания в качестве входных параметров порядка фильтра и его частоты среза. Однако исходными данными при разработке фильтров, как правило, являются другие параметры: частотные границы полос пропускания ( $\omega_p$ ) и задерживания ( $\omega_s$ ), а также допустимая неравномерность АЧХ в полосе пропускания ( $R_p$ ) и минимально необходимое затухание в полосе задерживания ( $R_s$ ). Поэтому необходимо произвести операцию выбора порядка фильтра.

Выбрать минимально необходимый порядок фильтра позволяют следующие однотипные функции пакета `Signal Processing`:

`[n, Wn] = buttord(Wp, Ws, Rp, Rs, 's')`

`[n, Wn] = cheb1ord (Wp, Ws, Rp, Rs, 's')`

`[n, Wn] = cheb2ord (Wp, Ws, Rp, Rs, 's')`

`[n, Wn] = ellipord (Wp, Ws, Rp, Rs, 's')`

Входной параметр  $R_p$  – допустимый уровень пульсаций в полосе пропускания (в децибелах),  $R_s$  – минимально необходимое затухание в полосе задерживания (в децибелах). Параметры  $W_p$  и  $W_s$  задают границы полос пропускания и задерживания, способ задания этих параметров зависит от типа проектируемого фильтра:

- ФНЧ:  $W_p$  и  $W_s$  – числа, при этом должно выполняться неравенство  $W_p < W_s$ ;
- ФВЧ:  $W_p$  и  $W_s$  – числа, при этом должно выполняться неравенство  $W_p > W_s$ ;
- полосовой фильтр:  $W_p$  и  $W_s$  – двухэлементные векторы, при этом должны выполняться неравенства  $W_s(1) < W_p(1) < W_p(2) < W_s(2)$ ;
- режекторный фильтр:  $W_p$  и  $W_s$  – двухэлементные векторы, при этом должны выполняться неравенства  $W_p(1) < W_s(1) < W_s(2) < W_p(2)$ .

Выходными параметрами являются минимально необходимый для выполнения заданных требований порядок фильтра  $n$  и частота среза фильтра  $W_n$ . Эти параметры должны затем использоваться при вызове функции расчета фильтра. Возврат значения  $W_n$  избавляет

пользователя от забот, связанных с тем, что при расчете разных фильтров понятие частоты среза имеет разный смысл. Для эллиптических фильтров и фильтров Чебышева первого рода  $W_n = W_p$ , для фильтров Чебышева второго рода  $W_n = W_s$ , а для фильтров Баттерворта значение  $W_n$  (напомним, что оно определяет частоту среза по уровню 3 дБ) зависит от заданного уровня пульсаций.

В зависимости от того, сколько выходных параметров указано при вызове, функции могут возвращать результаты расчета в виде коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции передачи (два выходных параметра), нулей и полюсов (три выходных параметра) либо параметров пространства состояний (четыре выходных параметра):

$[b, a] = \dots$

$[z, p, k] = \dots$

$[A, B, C, D] = \dots$

## **ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

На выполнение лабораторной работы отводится 6 академических часа: 5 часов на выполнение и сдачу лабораторной работы и 1 час на подготовку отчета.

Порядок выполнения:

1. Изучить краткий теоретический материал.
2. Задать параметры фильтров.
3. Построить АЧХ аналоговых фильтров с заданными параметрами: фильтр Баттерворта; фильтр Чебышева 1 рода; фильтр Чебышева 2 рода; эллиптический фильтр; фильтр Бесселя;
4. Выполнить преобразование фильтров – прототипов.
5. Оформить отчет.
6. Защитить выполненную работу у преподавателя.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### Пример расчета полосового фильтра

Рассчитаем в качестве примера полосовой фильтр Чебышева первого рода 5-го порядка с полосой пропускания от 1 кГц до 9 кГц и уровнем пульсаций в полосе пропускания 3 дБ:

```

» [z, p, k] = cheb1ap(5, 3);    % ФНЧ-прототип
» [b, a] = zp2tf(z, p, k);     % функция передачи
» f1 = 1e3;                    % нижняя частота среза
» f2 = 9e3;                    % верхняя частота среза
» w0 = 2 * pi * sqrt(f1 * f2); % средняя частота
» Bw = 2 * pi * (f2 - f1);     % полоса пропускания
» [b, a] = lp2bp(b, a, w0, Bw); % полосовой фильтр
» f = 0:1:20e3;                % вектор частот для расчета
» h = freqs(b, a, 2*pi*f);     % частотная характеристика
» plot(f/1000, abs(h)),        % график АЧХ
    
```

### ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

№	$n$ – порядок фильтра	$R_p$	$R_s$	Осуществить преобразование в фильтр
1	3	2	30	ФНЧ, полосовой
2	4	3	20	ФВЧ, режекторный
3	5	4	40	Полосовой, режекторный
4	2	5	45	ФВЧ, ФНЧ
5	6	6	25	ФНЧ, режекторный
6	3	4	35	ФВЧ, полосовой
7	4	5	65	ФНЧ, полосовой
8	5	6	15	ФВЧ, режекторный
9	2	2	10	Полосовой, режекторный
10	6	3	55	ФВЧ, ФНЧ
11	3	5	30	ФНЧ, режекторный
12	4	6	20	ФВЧ, полосовой
13	5	2	40	ФНЧ, полосовой

14	2	3	45	ФВЧ, режекторный
15	6	4	25	Полосовой, режекторный
16	3	6	35	ФВЧ, ФНЧ
17	4	2	65	ФНЧ, режекторный
18	5	3	15	ФВЧ, полосовой
19	2	4	10	ФНЧ, полосовой
20	6	5	55	ФВЧ, режекторный
21	3	2	30	Полосовой, режекторный
22	4	3	20	ФВЧ, ФНЧ
23	5	4	40	ФНЧ, режекторный
24	2	5	45	ФВЧ, полосовой
25	6	6	25	ФНЧ, полосовой
26	3	3	35	ФВЧ, режекторный
27	4	2	65	Полосовой, режекторный
28	5	6	15	ФВЧ, ФНЧ
29	2	5	10	ФНЧ, режекторный
30	6	4	55	ФВЧ, полосовой

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Укажите способы описания линейных систем.
2. Приведите классификацию аналоговых фильтров, используемых при проведении лабораторного исследования.
3. Раскройте методику построения аналоговых фильтров.
4. Опишите принцип действия фильтра нижних частот.
5. Укажите полосу пропускания фильтра верхних частот.
6. Сравните принцип действия полосового и режекторного фильтров.
7. Объясните АЧХ фильтров, реализованных в ходе выполнения лабораторных исследований.

## ФОРМА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Номер варианта студенту выдается преподавателем. Отчет на защиту предоставляется в печатном виде.

Структура отчета (на отдельном листе(-ах)):

- титульный лист;
- цели и задачи работы;
- формулировка задания (вариант);
- код программы согласно варианту;
- выводы.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4**

### **ФИЛЬТРАЦИЯ СИНУСОИДАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ**

#### **ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЯ**

Целью выполнения лабораторной работы является формирование практических навыков выполнения фильтрации синусоидальных сигналов с различными значениями параметров.

Основными задачами выполнения лабораторной работы являются:

1. задать параметры синусоидальных сигнала;
2. выполнить фильтрацию трех синусоидальных сигналов с разными частотами, используя четыре вида фильтров (Баттерворта, [Чебышева 1 рода](#), [Чебышева 2 рода](#), [эллиптического](#)).

Результатами работы являются:

- коды программ;
- графики составляющих исходного сигнала;
- графики АЧХ фильтров;
- графики отфильтрованных сигналов;
- подготовленный отчет.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ РАЗНОВИДНОСТИ ФИЛЬТРОВ ФИЛЬТР БАТТЕРВОРТА

Функция передачи фильтра-прототипа Баттерворта не имеет нулей, а ее полюсы равномерно расположены на  $s$ -плоскости в левой половине окружности единичного радиуса. Формула для АЧХ фильтра Баттерворта:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}}}$$

где  $\omega_0$  - частота среза (для фильтра-прототипа она равна 1 рад/с),  $n$  — порядок фильтра.

В MATLAB расчет аналогового фильтра-прототипа Баттерворта производится с помощью функции `butter`:

`[z, p, k] = butter(n);` где  $n$  — это порядок фильтра.

## ФИЛЬТР ЧЕБЫШЕВА ПЕРВОГО РОДА

АЧХ фильтра Чебышева первого рода описывается следующим образом:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega/\omega_0)}}$$

Где  $\omega_0$  — частота среза,  $T_n(x)$  — полином Чебышева  $n$ -го порядка,  $n$  — порядок фильтра,  $\varepsilon$  — параметр, определяющий величину пульсаций АЧХ в полосе пропускания.

В MATLAB фильтр-прототип Чебышева первого рода рассчитывается с помощью функции `cheblap`:

`[z, p, k] = cheblap(n, Rp)`

Здесь  $n$  — порядок фильтра,  $R_p$  — уровень пульсаций в полосе пропускания.



## ФИЛЬР ЧЕБЫШЕВА ВТОРОГО РОДА

Фильтры Чебышева второго рода называют инверсными фильтрами Чебышева. АЧХ фильтра Чебышева второго рода описывается следующим образом:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2}{T_n^2(\omega/\omega_0)}}$$

Здесь  $\omega_0$  - частота среза,  $T_n(x)$  — полином Чебышева  $n$ -го порядка,  $n$  — порядок фильтра,  $\varepsilon$  — параметр, определяющий величину пульсаций АЧХ в полосе задерживания.

В MATLAB фильтр-прототип Чебышева второго рода рассчитывается с помощью функции `cheb2ap`

$$[z, p, k] = \text{cheb2ap}(n, R_s)$$

Здесь  $n$  — порядок фильтра,  $R_s$  — уровень пульсаций в полосе задерживания (в децибелах).

## ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ФИЛЬТР

Эллиптические фильтры (фильтры Кауэра; английские термины — elliptic filter, Cauer filter) в некотором смысле объединяют в себе свойства фильтров Чебышева первого и второго рода, поскольку АЧХ эллиптического фильтра имеет пульсации заданной величины как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания. За счет этого удастся обеспечить максимально возможную (при фиксированном порядке фильтра) крутизну ската АЧХ, то есть переходной зоны между полосами пропускания и задерживания.

АЧХ эллиптического фильтра описывается следующей формулой:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 R_n^2(\omega/\omega_0, L)}}$$

Здесь  $\omega_0$  — частота среза,  $n$  — порядок фильтра,  $R_n(\dots)$  — рациональная функция Чебышева  $n$ -го порядка,  $\varepsilon$  и  $L$  — параметры, определяющие величину пульсаций в полосах пропускания и задерживания.

В MATLAB эллиптический фильтр-прототип рассчитывается с помощью функции `ellipap`:

`[z, p, k] = ellipap(n, Rp, Rs)`

Здесь  $n$  — порядок фильтра,  $R_p$  — уровень пульсаций в полосе пропускания,  $R_s$  — уровень пульсаций в полосе задерживания. Уровни пульсации указываются в децибелах.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

На выполнение лабораторной работы отводится 6 академических часа: 5 часов на выполнение и сдачу лабораторной работы и 1 час на подготовку отчета.

Порядок выполнения:

1. Изучить краткий теоретический материал.
2. Задать три синусоидальных сигнала ( $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ) с разными частотами (частота каждого сигнала задана в таблице вариантов).
3. Используя четыре вида фильтров (Баттерворта, Чебышева 1 рода, Чебышева 2 рода, эллиптический) осуществить фильтрацию сигналов  $S_1 + S_2$  и  $S_1 + S_2 + S_3$ . Вид АЧХ фильтра и номер составляющих, подлежащих фильтрации, приведены в таблице вариантов.
4. Построить графики в одном графическом окне: каждую составляющую исходного сигнала ( $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ), полный сигнал ( $S_1 + S_2$  или  $S_1 + S_2 + S_3$ ), АЧХ фильтра, отфильтрованный сигнал.
5. Оформить отчет.
6. Защитить выполненную работу у преподавателя.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для параметров фильтров следует принимать **приблизительно** следующие значения:

1.  $n$  (порядок фильтра)  $\geq 4$ ;

2.  $R_p$  (уровень пульсаций в полосе пропускания)  $\leq 0,1$  ;
3.  $R_s$  (уровень пульсаций в полосе задерживания)  $\geq 40$  .

### ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

№	Значения частот			Вид фильтра и составляющие сигнала, подлежащие фильтрации для двух видов сигналов (верхняя строка для сигнала $S_1 + S_2$ , нижняя строка для $S_1 + S_2 + S_3$ )			
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Баттерворта	Чебышева 1 рода	Чебышева 2 рода	Эллиптический
1	25	40	60	ФНЧ, $S_1$	ФВЧ, $S_2$	ПФ, $S_1$	РФ, $S_2$
				ПФ, $S_1 + S_2$	РФ, $S_1$	ФНЧ, $S_1$	ФВЧ, $S_3$
2	15	25	45	РФ, $S_1$	ФНЧ, $S_1$	ФВЧ, $S_2$	ПФ, $S_2$
				ФВЧ, $S_2 + S_3$	ПФ, $S_2 + S_3$	РФ, $S_1 + S_2$	ФНЧ, $S_1$
3	50	70	90	ПФ, $S_2$	РФ, $S_1$	ФНЧ, $S_1$	ФВЧ, $S_2$
				ФНЧ, $S_1 + S_2$	ФВЧ, $S_3$	ПФ, $S_2 + S_3$	РФ, $S_1$
4	100	120	140	ФВЧ, $S_2$	ПФ, $S_2$	РФ, $S_1$	ФНЧ, $S_1$
				РФ, $S_1$	ФНЧ, $S_1 + S_2$	ФВЧ, $S_2 + S_3$	ПФ, $S_2$
5	30	50	70	ФНЧ, $S_1$	ПФ, $S_1$	ФВЧ, $S_3$	РФ, $S_1$
				РФ, $S_1 + S_3$	ФВЧ, $S_3$	ПФ, $S_2$	ФНЧ, $S_1 + S_2$
6	20	50	60	РФ, $S_1$	ФНЧ, $S_1$	ПФ, $S_1$	ФВЧ, $S_2$
				ФНЧ, $S_1$	РФ, $S_1 + S_3$	ФВЧ, $S_2 + S_3$	ПФ, $S_1 + S_2$
7	25	40	60	ФВЧ, $S_2$	РФ, $S_1$	ФНЧ, $S_1$	ПФ, $S_2$

				$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1 + S_2$	$\text{P}\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi\text{B}\Psi, S_3$
8	15	25	45	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$	$\text{P}\Phi, S_1$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$
				$\Phi\text{B}\Psi, S_3$	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1 + S_2$	$\text{P}\Phi, S_1$
9	30	50	70	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$	$\Pi\Phi, S_1$	$\text{P}\Phi, S_2$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$
				$\text{P}\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi\text{B}\Psi, S_3$	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1 + S_2$
10	20	50	60	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$	$\Pi\Phi, S_2$	$\text{P}\Phi, S_2$
				$\Phi\text{H}\Psi, S_1 + S_2$	$\text{P}\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi\text{B}\Psi, S_3$	$\Pi\Phi, S_1 + S_2$
11	50	70	90	$\text{P}\Phi, S_2$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$	$\Pi\Phi, S_2$
				$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1 + S_2$	$\text{P}\Phi, S_1$	$\Phi\text{B}\Psi, S_3$
12	100	120	140	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$	$\text{P}\Phi, S_2$	$\Pi\Phi, S_1$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$
				$\Phi\text{H}\Psi, S_1 + S_2$	$\Pi\Phi, S_1 + S_2$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2 + S_3$	$\text{P}\Phi, S_1 + S_3$
13	30	50	70	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$	$\Pi\Phi, S_1$	$\text{P}\Phi, S_2$
				$\Pi\Phi, S_1 + S_2$	$\text{P}\Phi, S_1$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$	$\Phi\text{B}\Psi, S_3$
14	20	50	60	$\text{P}\Phi, S_1$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$	$\Pi\Phi, S_2$
				$\Phi\text{B}\Psi, S_2 + S_3$	$\Pi\Phi, S_2 + S_3$	$\text{P}\Phi, S_1 + S_2$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$
15	25	40	60	$\Pi\Phi, S_2$	$\text{P}\Phi, S_1$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$
				$\Phi\text{H}\Psi, S_1 + S_2$	$\Phi\text{B}\Psi, S_3$	$\Pi\Phi, S_2 + S_3$	$\text{P}\Phi, S_1$
16	15	25	45	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$	$\Pi\Phi, S_2$	$\text{P}\Phi, S_1$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$
				$\text{P}\Phi, S_1$	$\Phi\text{H}\Psi, S_1 + S_2$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2 + S_3$	$\Pi\Phi, S_2$
17	50	70	90	$\Phi\text{H}\Psi, S_1$	$\Pi\Phi, S_1$	$\Phi\text{B}\Psi, S_2$	$\text{P}\Phi, S_1$

				$P\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi B\Upsilon, S_3$	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$
18	100	120	140	$P\Phi, S_1$	$\Phi H\Upsilon, S_1$	$\Pi\Phi, S_1$	$\Phi B\Upsilon, S_2$
				$\Phi H\Upsilon, S_1$	$P\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi B\Upsilon, S_2 + S_3$	$\Pi\Phi, S_1 + S_2$
19	25	40	60	$\Phi B\Upsilon, S_2$	$P\Phi, S_1$	$\Phi H\Upsilon, S_1$	$\Pi\Phi, S_2$
				$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$	$P\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi B\Upsilon, S_3$
20	15	25	45	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi B\Upsilon, S_2$	$P\Phi, S_1$	$\Phi H\Upsilon, S_1$
				$\Phi B\Upsilon, S_3$	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$	$P\Phi, S_1$
21	50	70	90	$\Phi H\Upsilon, S_1$	$\Pi\Phi, S_1$	$P\Phi, S_2$	$\Phi B\Upsilon, S_2$
				$P\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi B\Upsilon, S_3$	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$
22	100	120	140	$\Phi B\Upsilon, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1$	$\Pi\Phi, S_2$	$P\Phi, S_2$
				$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$	$P\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi B\Upsilon, S_3$	$\Pi\Phi, S_1 + S_2$
23	30	50	70	$P\Phi, S_2$	$\Phi B\Upsilon, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1$	$\Pi\Phi, S_2$
				$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$	$P\Phi, S_1$	$\Phi B\Upsilon, S_3$
24	20	50	60	$\Phi B\Upsilon, S_2$	$P\Phi, S_2$	$\Pi\Phi, S_1$	$\Phi H\Upsilon, S_1$
				$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$	$\Pi\Phi, S_1 + S_2$	$\Phi B\Upsilon, S_2 + S_3$	$P\Phi, S_1 + S_3$
25	25	40	60	$\Phi B\Upsilon, S_2$	$P\Phi, S_1$	$\Phi H\Upsilon, S_1$	$\Pi\Phi, S_2$
				$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$	$P\Phi, S_1 + S_3$	$\Phi B\Upsilon, S_3$
26	15	25	45	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi B\Upsilon, S_2$	$P\Phi, S_1$	$\Phi H\Upsilon, S_1$
				$\Phi B\Upsilon, S_3$	$\Pi\Phi, S_2$	$\Phi H\Upsilon, S_1 + S_2$	$P\Phi, S_1$
27	30	50	70	$\Phi H\Upsilon, S_1$	$\Pi\Phi, S_1$	$P\Phi, S_2$	$\Phi B\Upsilon, S_2$

				РФ, $S_1 + S_3$	ФВЧ, $S_3$	ПФ, $S_2$	ФНЧ, $S_1 + S_2$
28	20	50	60	ФВЧ, $S_2$	ФНЧ, $S_1$	ПФ, $S_2$	РФ, $S_2$
				ФНЧ, $S_1 + S_2$	РФ, $S_1 + S_3$	ФВЧ, $S_3$	ПФ, $S_1 + S_2$
29	50	70	90	РФ, $S_2$	ФВЧ, $S_2$	ФНЧ, $S_1$	ПФ, $S_2$
				ПФ, $S_2$	ФНЧ, $S_1 + S_2$	РФ, $S_1$	ФВЧ, $S_3$
30	100	120	140	ПФ, $S_2$	РФ, $S_1$	ФНЧ, $S_1$	ФВЧ, $S_2$
				ФНЧ, $S_1 + S_2$	ФВЧ, $S_3$	ПФ, $S_2 + S_3$	РФ, $S_1$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Перечислите параметры, которыми определяется [фильтр Чебышева первого рода](#).
2. Опишите параметры, которыми характеризуется [фильтр Чебышева второго рода](#).
3. Охарактеризуйте параметры [эллиптического фильтра](#).
4. Составьте алгоритм построения фильтров, реализованных в ходе выполнения лабораторного исследования.

## ФОРМА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Номер варианта студенту выдается преподавателем. Отчет на защиту предоставляется в печатном виде.

Структура отчета (на отдельном листе(-ах)):

- титульный лист;
- цели и задачи работы;
- формулировка задания (вариант);
- код программы согласно заданию;
- графики согласно заданию;
- выводы.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5**

### **ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ**

#### **ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЯ**

Целью выполнения лабораторной работы является формирование практических навыков анализа спектра дискретных сигналов с помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

Основными задачами выполнения лабораторной работы являются:

- 1) используя ДПФ построить АЧХ сигналов: заданного и отфильтрованного;
- 2) с помощью АЧХ проверить правильность процедуры фильтрации, при необходимости скорректировать параметры фильтра.

Результатами работы являются:

- коды программ;
- график исходного сигнала;
- график результата фильтрации;
- спектр исходного сигнала;
- спектр отфильтрованного сигнала;
- подготовленный отчет.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для выполнения прямого и обратного ДПФ в MATLAB служат функции `fft` и `ifft`:

- $y = \text{fft}(x)$  — вычисляет прямое ДПФ для вектора  $x$ ; если  $x$  — матрица, преобразование производится для каждого ее столбца по отдельности;
- $y = \text{fft}(x, N)$  — предварительно приводит исходные данные к размеру  $N$ , урезая их или дополняя нулями;
- $x = \text{ifft}(y)$  и  $x = \text{ifft}(y, N)$  — аналогичные варианты вызова для функции обратного ДПФ.

Функции `fft` и `ifft` входят в базовую библиотеку MATLAB. Вычисления организованы так, что реализуется максимально возможное для каждой длины исходного вектора ускорение вычислений: длина вектора (число строк в матрице)  $x$  раскладывается на простые множители, число этих множителей соответствует количеству ступеней БПФ, а сами множители определяют коэффициенты прореживания на разных ступенях БПФ.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

На выполнение лабораторной работы отводится 6 академических часа: 5 часов на выполнение и сдачу лабораторной работы и 1 час на подготовку отчета.

Порядок выполнения:

1. Изучить краткий теоретический материал.
2. Произвести для соответствующих данных дискретные преобразования Фурье и построить спектр сигналов.
3. Проверить с помощью АЧХ спектра правильности процедуры фильтрации. При необходимости скорректировать параметры фильтра.
4. В одном графическом окне отобразить:
  - полный сигнал ( $S_1 + S_2$  или  $S_1 + S_2 + S_3$ );
  - отфильтрованный сигнал;
  - спектр полного сигнала;
  - спектр полного сигнала и спектр отфильтрованного сигнала.



5. Оформить отчет.
6. Защитить выполненную работу у преподавателя.

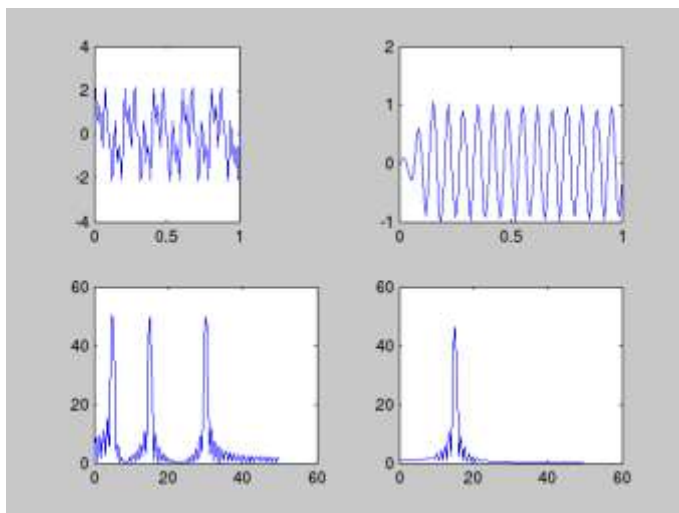
### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Построим в качестве примера для сигнала  $S_1 + S_2 + S_3$  полосовой эллиптический фильтр, осуществляющий фильтрацию компонент  $S_2$ .

Известны частоты каждой из компонент сигнала:

- $S_1 - 5$  Гц;
- $S_2 - 15$  Гц;
- $S_3 - 30$  Гц.

```
fs=100;
t=(1:100)/fs;
s1=sin(2*pi*t*5);
s2=sin(2*pi*t*15);
s3=sin(2*pi*t*30);
s=s1+s2+s3;
subplot (2,3,1);
plot(t,s);
[b,a]=ellip(4,0.1,40,[10 20]*2/fs);
[h,w]=freqs(b,a,512);
sf=filter(b,a,s);
subplot (2,2,2);
plot(t,sf);
s=fft(s,512);
w=(0:255)/256*(fs/2);
subplot (2,2,3);
plot(w,abs(s(1:256)));
sf1=fft(sf,512);
subplot (2,2,4);
plot(w,abs(sf1(1:256)));
```



Результат работы программы: на графике 3 получен спектр исходного сигнала, на графике 4 спектр отфильтрованной составляющей  $S_2$ .

## ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Варианты заданий соответствуют вариантам заданий лабораторной работы №4.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Раскройте алгоритм прямого преобразования Фурье.
2. Изложите механизм обратного преобразования Фурье.
3. Опишите параметры функций прямого и обратного [преобразования Фурье](#).
4. Раскройте алгоритм быстрого преобразования Фурье.
5. Перечислите и опишите виды прореживания, используемые в алгоритмах быстрого преобразования Фурье.

## ФОРМА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Номер варианта студенту выдается преподавателем. Отчет на защиту предоставляется в печатном виде.

Структура отчета (на отдельном листе(-ах)):

- титульный лист;
- цели и задачи работы;
- формулировка задания (вариант);
- код программ;
- Визуальное представление результатов. В одном графическом окне отобразить:

1. полный сигнал ( $S_1 + S_2$  или  $S_1 + S_2 + S_3$ );
  2. отфильтрованный сигнал;
  3. спектр полного сигнала;
  4. спектр полного сигнала и спектр отфильтрованного сигнала.
- выводы.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6**

### **РАЗЛОЖЕНИЕ СИГНАЛОВ**

#### **ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЯ**

Целью выполнения лабораторной работы является формирование практических навыков разложения сигналов с использованием дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

Основными задачами выполнения лабораторной работы являются:

- 1) с помощью ДПФ построить АЧХ гармонического сигнала;
- 2) из спектра сигнала определить частоты основных гармоник сигнала и осуществить фильтрацию этих гармоник с помощью фильтров любого типа, подобрав соответствующие параметры фильтров;
- 3) в спектральной плоскости отобразить составляющую сигнала;
- 4) над каждой выделенной составляющей сигнала произвести обратное ДПФ;
- 5) построить графики полученных сигналов.

Результатами работы являются:

- коды программ;
- график исходного сигнала;
- графики составляющих исходного сигнала;
- спектр исходного сигнала;
- спектры выделенных составляющих исходного сигнала;
- подготовленный отчет.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

На выполнение лабораторной работы отводится 8 академических часов: 6 часов на выполнение и сдачу лабораторной работы и 2 час на подготовку отчета.

Порядок выполнения:

1. С помощью ДПФ построить АЧХ гармонического сигнала.
2. Из спектра сигнала определить частоты основных гармоник сигнала и осуществить фильтрацию этих гармоник с помощью фильтров любого типа, подобрав соответствующие параметры фильтров.
3. Над каждой выделенной составляющей сигнала произвести обратное ДПФ.
4. В одном графическом окне отобразить:
  - сигнал  $S$ ;
  - АЧХ спектра сигнала  $S$ ;
  - спектры выделенных составляющих сигнала  $S$ ;
5. Оформить отчет.
6. Защитить выполненную работу у преподавателя.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Для соответствующих данных:  $A_1, A_2, A_3, A_4, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ , значения которых приведены в таблице 1, получить сигнал  $S$ , вид которого приведен в таблице 2. Составляющие сигнала  $S$  имеют вид:  $S_i = A_i \sin(2\pi\omega_i + \varphi_i)$ . Построить график сигнала  $S$ .

2. С использованием ДПФ, построить АЧХ спектра полученного сигнала  $S$ .

3. Из спектра сигнала **автоматически** (например, путем нахождения локальных максимумов спектральной функции) определить частоты основных гармоник сигнала и осуществить фильтрацию этих гармоник с помощью фильтров любого типа, путем подбора соответствующих параметров фильтров. В спектральной

плоскости необходимо отобразить спектр каждой выделенной составляющей сигнала  $S$ .

4. Выполнить обратное ДПФ над каждой выделенной составляющей спектра сигнала  $S$ . Построить графики полученных сигналов.

## ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Таблица 1

№	$S_1$			$S_2$			$S_3$			$S_4$		
	$A_1$	$\omega_1$	$\varphi_1$	$A_2$	$\omega_2$	$\varphi_2$	$A_3$	$\omega_3$	$\varphi_3$	$A_4$	$\omega_4$	$\varphi_4$
1	1	18	0	0,7	30	-60	0,45	60	40	0,2	120	100
2	2	45	40	1	20	0	5	100	-50	1,5	150	90
3	1,5	60	-80	3	15	30	0,7	90	120	4	120	0
4	3	15	30	4	60	-20	1,4	100	50	0,5	45	-80
5	0,5	90	0	2	75	30	1,7	30	-60	2,5	150	60
6	0,2	120	100	1	18	0	0,7	30	-60	0,45	60	40
7	1	20	0	0,7	90	120	1,5	60	-80	2	45	40
8	3	15	30	1,5	60	-80	4	120	0	0,5	90	0
9	0,2	120	100	1	18	0	0,7	30	-60	0,45	60	40
10	0,5	90	0	2	75	30	1,7	30	-60	2,5	150	60
11	0,45	60	40	0,2	120	100	1	18	0	0,7	30	-60
12	1,5	60	-80	0,7	90	120	1	20	0	2	45	40
13	0,5	90	0	3	15	30	4	120	0	2,5	150	60
14	0,2	120	100	1	18	0	0,7	30	-60	0,45	60	40
15	0,5	90	0	2	75	30	1,7	30	-60	2,5	150	60
16	0,7	30	-60	0,45	60	40	0,2	120	100	1	18	0
17	2	45	40	1,5	60	-80	0,7	90	120	1	20	0
18	2,5	150	60	0,5	90	0	3	15	30	4	120	0
19	0,5	90	0	2	75	30	1,7	30	-60	2,5	150	60
20	1,5	60	-80	3	15	30	0,7	90	120	4	120	0
21	1	18	0	0,7	30	-60	0,45	60	40	0,2	120	100
22	2	45	40	1	20	0	5	100	-50	1,5	150	90
23	1,5	60	-80	3	15	30	0,7	90	120	4	120	0
24	3	15	30	4	60	-20	1,4	100	50	0,5	45	-80
25	0,5	90	0	2	75	30	1,7	30	-60	2,5	150	60
26	0,2	120	100	1	18	0	0,7	30	-60	0,45	60	40

27	1	20	0	0,7	90	120	1,5	60	-80	2	45	40
28	3	15	30	1,5	60	-80	4	120	0	0,5	90	0
29	0,2	120	100	1	18	0	0,7	30	-60	0,45	60	40
30	0,5	90	0	2	75	30	1,7	30	-60	2,5	150	60

Таблица 2

№	$S$
1	$S = (S_1 + S_2 + S_3) * S_4$
2	$S = S_1 * (S_2 + S_3) * S_4$
3	$S = S_1 * (S_2 + S_3 + S_4)$
4	$S = S_1 * S_2 * (S_3 + S_4)$
5	$S = S_1 * S_3 * (S_2 + S_4)$
6	$S = S_1 * S_2 * S_3 * S_4$
7	$S = (S_1 + S_2 + S_3) * S_4$
8	$S = S_1 * (S_2 + S_3) * S_4$
9	$S = S_1 * (S_2 + S_3 + S_4)$
10	$S = S_1 * S_2 * (S_3 + S_4)$
11	$S = S_1 * S_3 * (S_2 + S_4)$
12	$S = S_1 * S_2 * S_3 * S_4$
13	$S = (S_1 + S_2 + S_3) * S_4$
14	$S = S_1 * (S_2 + S_3) * S_4$
15	$S = S_1 * (S_2 + S_3 + S_4)$
16	$S = S_1 * S_2 * (S_3 + S_4)$
17	$S = S_1 * S_3 * (S_2 + S_4)$

18	$S = S_1 * S_2 * S_3 * S_4$
19	$S = (S_1 + S_2 + S_3) * S_4$
20	$S = S_1 * (S_2 + S_3) * S_4$
21	$S = S_1 * (S_2 + S_3 + S_4)$
22	$S = S_1 * S_2 * (S_3 + S_4)$
23	$S = S_1 * S_3 * (S_2 + S_4)$
24	$S = S_1 * S_2 * S_3 * S_4$
25	$S = (S_1 + S_2 + S_3) * S_4$
26	$S = S_1 * (S_2 + S_3) * S_4$
27	$S = S_1 * (S_2 + S_3 + S_4)$
28	$S = S_1 * S_2 * (S_3 + S_4)$
29	$S = S_1 * S_3 * (S_2 + S_4)$
30	$S = S_1 * S_2 * S_3 * S_4$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Дайте определение прямого дискретного преобразования Фурье.
2. Опишите алгоритм обратного дискретного преобразования Фурье.
3. Раскройте алгоритм прямого преобразования Фурье.
4. Выполните анализ и интерпретируйте результаты выполненных лабораторных исследований.

## ФОРМА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Номер варианта студенту выдается преподавателем. Отчет на защиту предоставляется в печатном виде.



Структура отчета (на отдельном листе(-ах)):

- 1) Постановка задачи.
- 2) Код программы.
- 3) Визуальное представление результатов. В одном графическом окне отобразить:
  - сигнал  $S$ ;
  - АЧХ спектра сигнала  $S$ ;
  - спектры выделенных составляющих сигнала  $S$ ;
  - полученные сигналы.
- 4) Выводы.

## ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Оппенгейм, А. Цифровая обработка сигналов [Электронный ресурс] / А. Оппенгейм, Р. Шафер.— М.: Техносфера, 2012.— 1048 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26906>.
2. Гадзиковский, В.И. Цифровая обработка сигналов [Электронный ресурс] / В.И. Гадзиковский.— М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2015.— 766 с.—URL: <http://www.iprbookshop.ru/53863.html>.
3. Калачиков, А.А. Математические основы цифровой обработки сигналов [Электронный ресурс]: методические указания к практическим занятиям / А.А. Калачиков.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2014.— 67 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55481>.
4. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений [Электронный ресурс] / Р. Гонсалес, Р. Вудс.— М.: Техносфера, 2012.— 1104 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26905>.

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Борисова, И.В. Цифровые методы обработки информации [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.В. Борисова.— Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014.— 139 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45061>.
2. Вадутов, О.С. Математические основы обработки сигналов. Практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие / О.С. Вадутов.— Томск: Томский политехнический университет, 2014.— 102 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/34676>.
3. Макаренко, А. А. Практикум по цифровой обработке сигналов [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Макаренко. — СПб. : Университет ИТМО, 2014. — 51 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67568.html>.