**Модели дискретных каналов**

Подготовили: студенты группы 1413 Аверин Тимофей, Аверкин Матвей, Антонушкина Софья, Елисеева Алена, Осипова Татьяна, Тимофеев Алексей.

**Цель работы:** изучение математических моделей дискретных каналов и методов формирования последовательности ошибок, отвечающих заданной модели канала.

Для начала стоит пояснить, что же такое каналы передачи данных, с которыми в данной лабораторной велась работа.

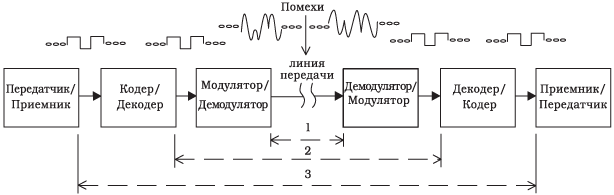
**Каналы передачи данных.**

Канал передачи данных – это средства двустороннего обмена данными, которые включают в себя линии связи и аппаратуру передачи и приема данных. Каналы передачи данных связывают между собой источники и приемники информации.

Обмен данными происходит с помощью сигналов.

Сигнал – это материальный носитель информации, используемый для передачи сообщений в системе связи.

Канал передачи данных может быть представлен в виде схемы на экране



Выделяют два вида каналов

Непрерывный канал — это совокупность технических средств, обеспечивающих передачу непрерывного сигнала.

Иными словами, сигнала, который может быть описан определенной функцией.

Дискретными называются каналы, входные и выходные сигналы которых принимают конечное число мгновенных значений. Понятие дискретного канала возникает при передаче дискретных сообщений и определяется как совокупность технических средств, включенных между кодером и декодером.

Источник дискретных сообщений – объект, формирующий дискретные последовательности из ограниченного числа элементарных сообщений.

В данной работе рассматривались именно дискретные каналы.

Также стоит описать понятия основных статистических характеристик каналов, необходимых для дальнейшего понимания процесса. Говоря в общем,

Статистические характеристики каналов — это множество параметров и системных функций, которые отражают случайные факторы, влияющие на качество передачи информации.

Каждому типу канала соответствуют свои статистические характеристики.

Первичные статистические характеристики— характеристики непрерывного канала, отражающие причины, вызывающие искажения непрерывного сигнала s(t). Это прежде всего помехи и шумы — воздействия случайного характера, вызывающие изменение формы, масштаба и частотного состава сигнала s(t) при его прохождении по каналу связи.

Вторичные статистические характеристики отражают степень искажения дискретных импульсов тока, получаемых после приема и демодуляции сигнала. В качестве обобщенной вторичной характеристики иногда используется масса искажений — суммарное искажение дискретного сигнала, определяемое по тестовой последовательности импульсов.

Наиболее полной характеристикой дискретного канала является **статистика ошибок** в последовательности переданных элементов. Статистика ошибок представляется вектором ошибок — двоичной последовательностью E ={ei}, в которой на месте искаженных символов расположены единицы, а на месте неискаженных символов – нули.

Удобным способом представления вектора ошибок является интервальное представление, заключающееся в записи подряд длин безошибочных интервалов (то есть промежутков, в которых каждый символ является нулем).

Рассмотрим пример:

Имеется вектор ошибок

Вектор ошибок: Е = 00100011001

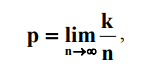
В интервальном представлении он будет выглядеть как

Интервальное представление: Λ0 = 2 3 0 2

\*Пояснить, как оно вообще получилось\*

Для описания распределения ошибок во времени поток ошибок E = {ei} рассматривается как случайный процесс с определенными вероятностными закономерностями.

Основной контролируемой характеристикой, отражающей качество передачи дискретной информации, является вероятность ошибки в символе или вероятность искажения блока:



где n — общее число переданных символов/блоков; k — число искаженных символов/блоков.

k/n является коэффициентом ошибок по символам или по блокам.

Процесс появления ошибок зависит от многих случайных факторов и, как показали многочисленные исследования реальных каналов, имеет сложный характер: ошибки являются зависимыми и обладают тенденцией *к* группированию/пакетированию*.*

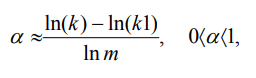
Длительность мешающих воздействий часто довольно велика и одно воздействие влияет сразу на группу единичных элементов. Возникают относительно длинные пакеты ошибок.

Группирование ошибок в реальных каналах имеет сложный многоступенчатый характер. Ошибки группируются в пакеты, а пакеты в более сложные структуры.

Пакетом называют группу ошибок, в которой искаженные элементы отстают друг от друга не более чем на r правильно принятых элементов.

Коэффициент группирования ошибок:

может быть вычислен по следующей формуле



где kl - количество искажений блоков длиной в m бит; k - общее количество ошибок во всех искаженных блоках, m – длина каждого блока.

С помощью коэффициента группирования α и вероятности ошибки в двоичном символе p может быть выражена вероятность искажения блока длиной m:



Это выражение поясняет физический смысл коэффициента α и характеризует степень возрастания вероятности искажения блока длиной m с возрастанием m.

**Описание дискретных каналов**

В общем случае описание дискретного канала задается совокупностями кодовых символов на входе и выходе канала, скоростью передачи и описанием процесса искажения символов.

Преобразования символов сводятся к следующим случайным факторам: ошибкам синхронизации — выпадения и вставки символов; аддитивным ошибкам — замены символов в отдельных позициях; ошибкам стирания — появления символов стирания.

Дискретный канал со стираниями является примером канала, в котором алфавит на выходе отличается от алфавита на входе и включает помимо символов входного алфавита дополнительный символ «стирание», который соответствует ситуации, когда принятый символ не может быть однозначно сопоставлен с каким-либо из переданных символов.

Одним из видов каналов являются симметричные каналы, которые полностью определяются заданием статистики вектора ошибок E = {ei} и зависят только от помех в непрерывном канале и от построения дискретного канала.

Важное место среди моделей симметричных каналов занимают бинарные/двоичные каналы, для которых число символов на входе и выходе равно двум, условно обозначаемым 0 и 1.

Смысл вектора ошибок в этом случае особенно прост: всякая единица означает, что в соответствующем месте передаваемой последовательности символ принят ошибочно (1 → 0 или 0 → 1), а всякий нуль означает правильный прием символа (0 → 0 или 1 → 1).

В данной работе были рассмотрены двоичные симметричные каналы без стирания.

Для их описания мы использовали различные модели потока ошибок.

**Модели потока ошибок**

Моделью потока ошибок в дискретном канале называется описание этого процесса, позволяющее оценить и рассчитать любые характеристики канала. Общими требованиями, предъявляемыми к модели, являются:

1. адекватность — соответствие закономерностей распределения ошибок данной модели действительным закономерностям, наблюдаемым в реальных каналах;
2. возможность создания на основе данной модели конструктивных методов расчета всех основных параметров процесса передачи;
3. минимальное количество параметров, используемых в модели, и простота экспериментальных измерений (оценок) этих параметров;
4. универсальность, т.е. соответствие модели большому числу каналов различного вида.

В настоящее время для описания потока ошибок предложено большое число различных математических моделей, в той или иной степени отвечающих указанным требованиям.

Существующие модели по способу описания параметров потока ошибок можно разделить на модели первой группы и модели второй группы, которые, в свою очередь делятся на подгруппы А, Б и В.

\*диаграмма\*

**Модели первой группы**

В моделях первой группы для описания потока ошибок предполагается, что расстояния между одиночными ошибками являются независимыми случайными величинами.

К моделям этой группы относятся биномиальная модель (геометрический закон распределения длин интервалов) модель Бергера-Мандельброта (закон Парето), модель Брусиловского (закон Вейбулла), Аксенова-Воронина (обобщенный экспоненциальный закон).

Эти модели имеют ограниченное применение, так как для большинства реальных каналов предположение о независимости длин интервалов между ошибками противоречит экспериментальным данным.

**Модели второй группы**

Модели второй группы в определенной степени отражают физические явления, происходящие в канале, и, в отличие от моделей первой группы, описывают механизмы, приводящие к группированию (пакетированию) ошибок.

По способу описания этих механизмов модели данной группы в свою очередь можно разделить на три подгруппы.

В моделях подгруппы А вводится понятие состояний канала. Предполагается, что ошибки в канале группируются в периоды, когда канал находится в «возмущенном» состоянии, а когда канал находится в «невозмущенном» состоянии, вероятность появления ошибки очень мала.

Для описания процесса смены состояний канала используется аппарат цепей Маркова.

В основу моделей подгруппы Б положено понятие пакетов ошибок, механизм образования которых описывается тем или иным образом в явном виде.

В моделях подгруппы В в целях улучшения согласования с экспериментальными данными, наряду с понятием пакета ошибок вводится понятие цепочки пакетов ошибок.

Это более сложные многопараметрические модели.

В данной работе были использованы:

* модель Аксенова-Воронина (обобщенный экспоненциальный закон);
* модель Гильберта;
* модель Пуртова.

Модель Аксенова-Воронина относится к моделям первой группы, модель Гильберта – к моделям второй группы подгруппы А, а модель Пуртова является способом частичного описания потока ошибок, который позволяет рассчитать пусть и не все, но наиболее важные характеристики канала.

**Модель Аксенова-Воронина**

Модель Аксенова-Воронина основывается на процессах с мгновенным восстановлением. При рассмотрении таких процессов предполагается, что каждое повреждение устраняется *(то есть система восстанавливается)* мгновенно, и две смежные единицы означают два различных повреждения, а случайные величины λ0 длин безошибочных интервалов между единицами независимы и имеют одинаковое распределение P(λ0), *то есть вероятность того или иного промежутка времени до следующего повреждения не зависит от предыстории*. При описании статистики ошибок E = {ei} процессом с мгновенным восстановлением она полностью определяется распределением P(λ0) – длин интервалов между ошибками.

Представление потока ошибок в виде процесса восстановления позволяет соответствующим подбором P(λ0) учесть достаточно большую вероятность появления малых интервалов, характерных для пакетов ошибок, и больших интервалов, характерных для промежутков λ между пакетами, т.е. отобразить в какой-то мере процесс появления пакетов ошибок.

В основе модели Аксенова-Воронина лежит экспоненциальный закон. Распределение P(λ0):

где λ – параметр экспоненциального распределения.

Массив длин безошибочных интервалов будет формироваться при помощи формулы:

где zi – случайная величина от 0 до 1.

Однако лежащее в основе этой модели предположение о независимости длин интервалов между ошибками противоречит экспериментальным данным. Несколько лучше с реальными данными согласуются модели, использующие цепи Маркова. Такой моделью является модель Гильберта.

**Модель Гильберта**

Модель является исторически первой моделью канала с памятью.

Согласно этой модели канал может находиться в одном из двух состояний: S0 — «хорошем», когда ошибки невозможны, и S1 – «плохом», когда возникают независимые ошибки с вероятностью ε. Последовательность состояний S = {si} образует простую цепь Маркова.

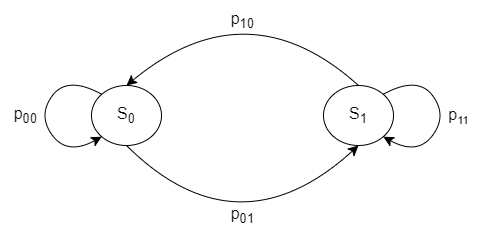
То есть вероятность нахождения канала в конкретном состоянии в конкретный момент времени определяется только его предыдущим состоянием.

Статистика состояний определяется заданием матрицы переходов:

Поскольку p00+p01=1 и p10+p11=1, то достаточно задать любую пару вероятностей, расположенных в разных строках.

Граф переходов состояний для модели Гильберта

представлен на экране \*кратенько пояснить, что к чему\*



Начальные вероятности:

определяются по формулам, представленным на экране

P0 – вероятность того, что начальным состоянием канала будет состояние S0, P1 – вероятность того, что начальным состоянием канала будет состояние S1.

Статистика ошибок E = {ei} определяется заданием матрицы переходов и вероятности ошибки в плохом состоянии ε, *т.е. заданием трех параметров: переходных вероятностей, например p01, p10 и вероятности ε*. Отображение группирования ошибок в пакеты обусловливается соответствующим выбором переходных вероятностей p01 < p00 и p10 < p11, обеспечивающих сравнительную устойчивость каждого состояния.

Частный случай модели Гильберта при ε = 1 представляет собой последовательность ошибок E = {ei}, описываемую простой цепью Маркова *(в этом случае статистика ошибок совпадает со статистикой состояний)* и определяемую заданием двух переходных вероятностей (например, p01 и p10).

В данной работе был рассмотрен именно такой частный случай.

**Модель Пуртова**

Модель представляет собой наиболее часто используемый в инженерных расчетах способ частичного описания потока ошибок с помощью двух параметров: p – вероятности ошибки в двоичном символе и α – показателя/коэффициента группирования ошибок, отражающего среднюю плотность ошибок ν(m) на интервале/в блоке фиксированной длины m, содержащем одну или более ошибок.

Экспериментально установлено, что для большинства реальных каналов может быть рассчитан коэффициент группирования.

Для расчета коэффициента группирования используется формула, уже приведенная выше:

где kl - количество искажений блоков длиной в m бит; k - общее количество ошибок во всех искаженных блоках, m – длина каждого блока.

Особая ценность этого подхода состоит в достаточно полном экспериментальном обосновании возможности единообразного описания каналов разного вида.

То есть модель Пуртова наилучшим образом удовлетворяет требованию универсальности.

**Программная реализация**

В программе были реализованы следующие функции:

1. Создание вектора ошибок Е = {ei} с использованием модели Аксенова-Воронина (обобщенный экспоненциальный закон распределения).
2. Получение интервального представления вектора ошибок.
3. Расчет коэффициента ошибок и коэффициента их группирования.
4. Преобразование вектора ошибок в последовательность искаженных блоков.
5. Получение интервального представления вектора ошибок по блокам.
6. Расчет коэффициента ошибок по блокам.
7. Моделирование канала с использованием модели Гильберта (модели второго уровня).
8. Определение экспериментальных оценок параметров с использованием модели Пуртова.

**Создание вектора ошибок и расчет основных коэффициентов.**

С помощью описанной выше модели Аксенова-Воронина был создан вектор безошибочных интервалов Λ0={λ0}, по которому был построен вектор ошибок E={ei}. Далее были рассчитаны основные коэффициенты, такие как коэффициент ошибок и коэффициент группирования, которые описывались ранее.

**Результат выполнения**

Интервальное представление последовательности ошибок: [2 1 1 3 5 2 6 0 0 5 10 0 0 0]

Вектор ошибок: [0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1]

Последовательность ошибок, разбитая на блоки: [[0, 0, 1], [0, 1, 0], [1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 0], [0, 0, 1], [1, 1, 0], [0, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 0], [0, 0, 0], [0, 0, 0], [1, 1, 1], [1]]

Коэффициент ошибок: 0.2857142857142857

Коэффициент группирования: 0.2195151640887413

Коэффициент ошибок по блокам: 0.6470588235294118

\*Пояснить, что к чему\*

**Реализация**

def generate\_lambda\_by\_normal(z, lb):

l = -1 / lb \* np.log(z)

xMax = np.amax(l)

l /= xMax

l \*= 10

l = l.astype(int)

return l

n = 14

lb = 1.2

z = np.random.uniform(low=0.01, high=1, size=n)

l = generate\_lambda\_by\_normal(z, lb)

#создание вектора ошибок

e = np.array([i for el in [[0] \* int(e) + [1] for e in l] for i in el])

#вычисление коэффициента ошибок

def get\_error\_coefficient(e):

return sum(e) / len(e)

#вычисление коэффициента группирования

def get\_grouping\_coefficient(e\_k):

kl = 0

m = len(e\_k[0])

k = sum([sum(el) for el in e\_k])

for el in e\_k:

if sum(el) != 0:

kl = kl + 1

return (np.log(k) - np.log(kl)) / np.log(m)

**Реализация модели Гильберта и определение экспериментальных оценок параметров заданной модели с использованием модели Пуртова**

При решении ряда задач, связанных с исследованием вероятностных характеристик каналов, целесообразно двухуровневое описание дискретного канала. Модель первого уровня описывает вектор ошибок по символам E = {ei} и применяется для оценивания и расчета параметров модели второго уровня, которая оперирует уже блоками информации Em = {ek}m. Переход от статистики ошибок к статистике искаженных блоков позволяет выявить закономерности, упрощающие математическое описание всей системы в целом.

Используя параметры модели Пуртова, мы можем рассчитать переходные вероятности, которые применяются в модели Гильберта.

Переходные вероятности:

могут быть рассчитаны по следующим формулам

В программной реализации вначале с помощью модели Гильберта был сформирован вектор ошибок, после чего с использованием модели Пуртова и приведенных выше формул были рассчитаны оценки переходных вероятностей, а также был вычислен коэффициент ошибок. α – коэффициент группирования.

**Результат выполнения**

Последовательность ошибок: [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1]

Последовательность ошибок блочных(пакетных): [[0, 1, 0], [0, 1, 1], [0, 0, 0], [0, 0, 0], [0, 0, 0], [0, 0, 0], [0, 0, 0], [0, 0, 0], [1, 0, 0], [1, 1, 1]]

Коэффициент ошибок: 0.23333333333333334

Коэффициент группирования: 0.5093842420185073

Идеальные параметры второго уровня:

p\_00 = 0.8

p\_11 = 0.7

p\_01 = 0.19999999999999996

p\_10 = 0.30000000000000004

Оценка параметров второго уровня:

p\_00 = 0.7299703759519435

p\_11 = 0.5949555639279154

p\_01 = 0.2700296240480565

p\_10 = 0.4050444360720846

\*Пояснить что к чему\*

**Реализация**

def generate\_error\_by\_markov(p\_00, p\_11, n):

result = []

p\_01 = 1 - p\_00

p\_10 = 1 - p\_11

P\_0 = p\_10 / (p\_01 + p\_10)

P\_1 = p\_01 / (p\_01 + p\_10)

P\_curr = 0

if P\_0 < P\_1:

P\_curr = 1

for i in range(n):

random\_p = random.random()

if P\_curr == 1:

result.append(1)

if random\_p < p\_10:

P\_curr = 0

else:

result.append(0)

if random\_p < p\_01:

P\_curr = 1

return result

p\_00 = 0.8

p\_11 = 0.7

n = 30

e = generate\_error\_by\_markov(p\_00, p\_11, n)

print("Последовательность ошибок: ", e)

e\_k = get\_error\_sequence\_by\_block(e, m)

print("Последовательность ошибок блочных(пакетных): ", e\_k)

error\_koefficient = get\_error\_coefficient(e)

print("Коэффициент ошибок: ", error\_koefficient)

grouping\_coefficient = get\_grouping\_coefficient(e\_k)

print("Коэффициент группирования: ", grouping\_coefficient)

print("Идеальные параметры второго уровня:", "\n", "p\_00 = ", p\_00, "\n", "p\_11 = ", p\_11, "\n", "p\_01 = ", 1 - p\_00,

"\n", "p\_10 = ", 1 - p\_11)

p\_11 = 2 - 2 \*\* (1 - grouping\_coefficient)

p\_00 = (1 - (2 \* m) \*\* (1 - grouping\_coefficient) \* error\_koefficient) / (1 - m \*\* (1 - grouping\_coefficient) \* error\_koefficient)

print("Оценка параметров второго уровня:", "\n", "p\_00 = ", p\_00, "\n", "p\_11 = ", p\_11, "\n", "p\_01 = ", 1 - p\_00,

"\n", "p\_10 = ", 1 - p\_11)