Лабораторная работа № 6

Задача об эпидемии

Сухарев Кирилл

Содержание

List of Tables

List of Figures

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция (изолированная) из N особей подразделяется на 3 группы. Первая - восприимчивые к болезни здоровые особи, обозначим их S(t). Вторая - число инфицированных распространителей болезни, обозначим их I(t). Третья - здоровые люди с иммунитетом, обозначим R(t).

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда же $I(t) \leq I^*$, тогда инфицированные заражают здоровых. Тогда скорость изменения числа S(t) изменяется по закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболеваем, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялись однозначно, необходимо задать начальные условия, которые будут заданы в ходе решения задачи.

Задание

Вариант 39

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=12 800 в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=180, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=58. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0) = N - I(0) - R(0).

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(t) \leq I^*$,
2. $I(t) > I^*$.

Выполнение лабораторной работы

1. Для начала напишем код для первого случая. Здесь число здоровых людей без иммунитета не будет меняться, а все зараженные постепенно излечатся и приобретут иммунитет (Figure 0.1).

```julia
using DifferentialEquations

alpha = 0.02
beta = 0.01

function f(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = - beta * u[2]
    du[3] = beta * u[2]
end

u0 = [12562, 180, 58]
tspan = (0.0, 700.0)

problem = ODEProblem(f, u0, tspan)
solution = solve(problem)

using Plots

plot(solution, label="")
```

Figure 0.1: Код для первого случая

2. В результате получили график, где видно, что, действительно, число здоровых людей без иммунитета не меняется, а число заболевших перетекает в число людей с иммунитетом (Figure 0.1).

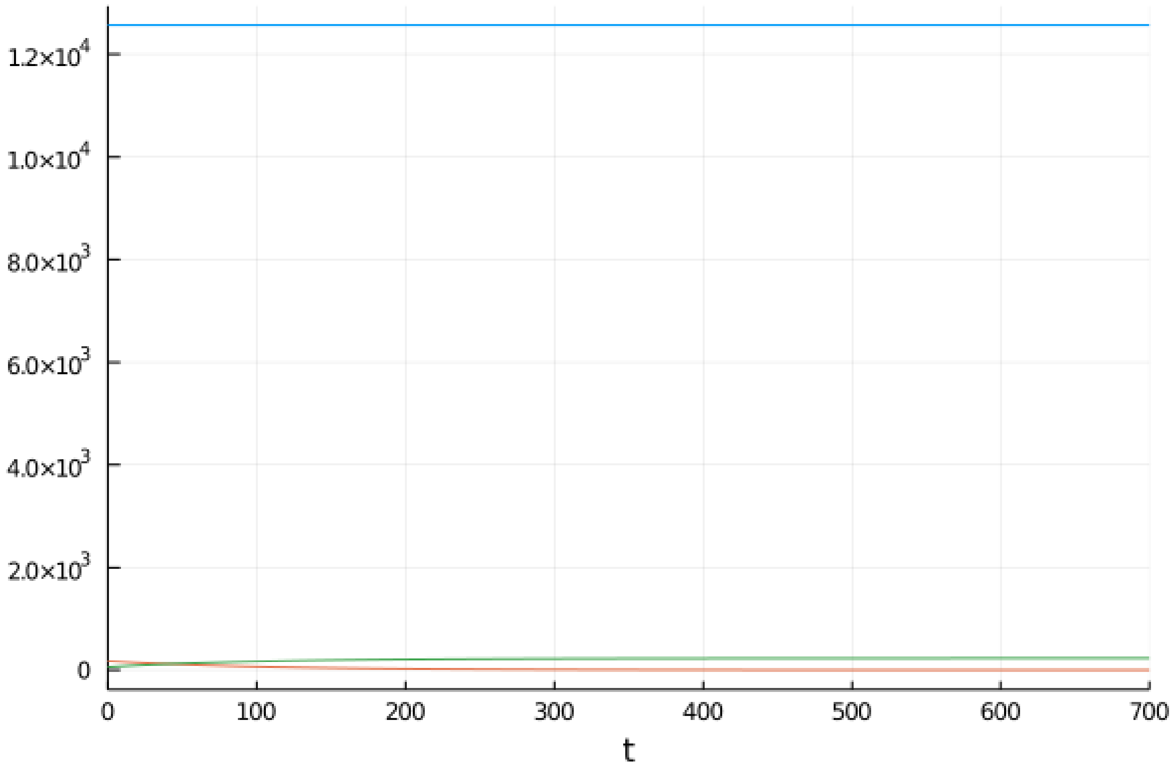

Figure 0.2: График для первого случая

3. Теперь изменим тело функции f, добавив заражение ранее изолированных людей (Figure 0.1).

```julia
using DifferentialEquations

alpha = 0.02
beta = 0.01

function f(du, u, p, t)
    du[1] = - alpha * u[1]
    du[2] = alpha * u[1] - beta * u[2]
    du[3] = beta * u[2]
end

u0 = [12562, 180, 58]
tspan = (0.0, 700.0)

problem = ODEProblem(f, u0, tspan)
solution = solve(problem)

using Plots

plot(solution, label="")
```

Figure 0.3: Код для второго случая

4. Построим график, на котором прекрасно видно, что здоровые люди заражаются и вылечиваются, из-за чего число людей с иммунитетом растет, а остальных - падает (Figure 0.1).

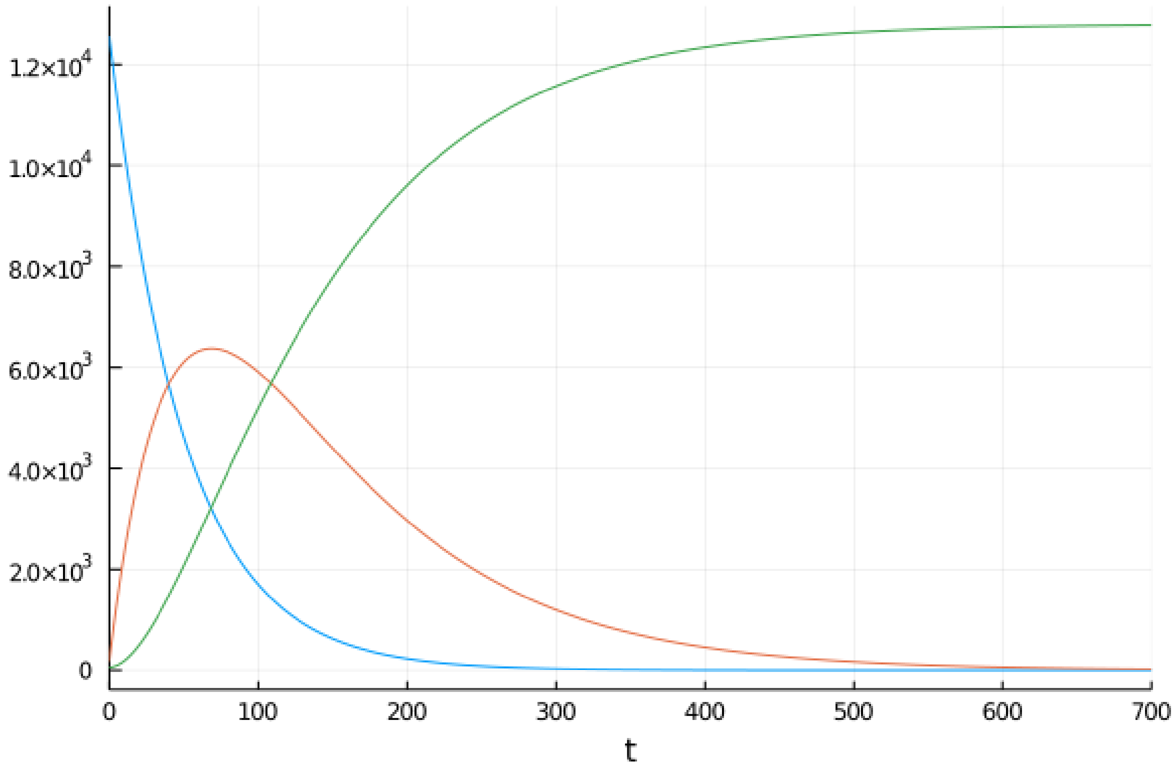

Figure 0.4: График для второго случая