

Лабораторная работа № 4.3.6  
Саморепродукция

Пазов Тенгиз, Симухин Егор

Март 2025



# Введение

**Цель работы:** Изучение явления саморепродукции и применение его к измерению параметров периодических структур.

**В работе используются:** лазер, кассета с сетками, мира, короткофокусная линза с микрометрическим винтом, экран, линейка.

## 1 Теоретическая часть

При дифракции на предмете с периодической структурой наблюдается интересное явление: на некотором расстоянии от предмета вдоль направления распространения волны появляется изображение, которое потом периодически повторяется — репродуцируется

Этот эффект имеет простое физическое объяснение. Если на пути распространения плоской волны в плоскости  $z = 0$  расположить транспарант (например, изображение предмета на фотоплёнке или стеклянной пластинке) с функцией пропускания, отличной от константы, то на выходе из него в плоскости  $z = 0+$  волна уже перестанет быть плоской. Если при этом функция пропускания транспаранта — периодическая функция координат, периодической функцией будет и комплексная амплитуда волны на выходе из транспаранта, т. е. в плоскости  $z = 0+$ . Периодическому распределению комплексной амплитуды в плоскости  $z = 0+$  будет соответствовать дискретный набор плоских волн с кратными пространственными частотами. При этом оказывается, что существуют плоскости (при  $z > 0$ ), где все плоские волны имеют те же самые фазовые соотношения, что и в плоскости  $z = 0+$ .

Легко видеть, что в плоскости наблюдения  $z_0 = \frac{2d_2}{\lambda}$  разность фазовых набегов оказывается кратной  $2\pi$  для любых гармоник, входящих в состав суперпозиции, т. е. совпадают фазовые соотношения между колебаниями, которые создаются всеми плоскими волнами, входящими в состав суперпозиции (4) в предметной плоскости  $z = 0+$  и в плоскости изображения  $z_1 = \frac{2d_2}{\lambda}$ . Поэтому в результате интерференции этих волн мы получаем изображение, тождественное исходному периодическому объекту. Описанное явление называется эффектом саморепродукции. Световая волна сама (без каких-либо линз или зеркал) создает изображение исходного объекта. Все сказанное справедливо и для любого расстояния  $z_N$ , кратного  $z_1$ :

$$z_N = \frac{2 \cdot d^2}{\lambda} \cdot N \quad (1)$$

На опыте, вследствие ограниченности поперечного сечения светового пучка лазера, наблюдаются только несколько репродуцированных изображений решетки. Поясним этот эффект с помощью рис. 1.

На нем изображены только три продифрагировавших луча соответственно нулевого ( $n = 0$ ) и  $\pm$  первого порядка ( $n = \pm 1$ ). Там, где эти лучи перекрываются, образуется интерференционная картина с периодом, как раз равным периоду решетки  $d$ . Спроектировав картину с помощью линзы на экран, мы увидим изображения синусоидальной решетки с плавным переходом от максимумов к минимумам. Для того чтобы наблюдать более тонкие детали, необходимо, чтобы в плоскости наблюдения перекрывались лучи более высоких дифракционных порядков. На

краях, где перекрываются только два луча ( $n = 0$  и  $n = +1$  или  $n = 0$  и  $n = -1$ ), также образуется интерференционная картина с периодом  $d$ , но менее контрастная.

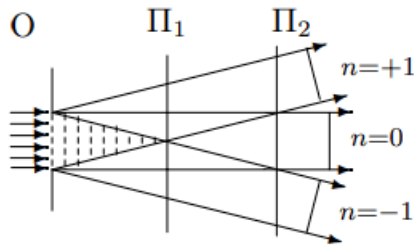


Рис. 1 — Принципиальная схема дифракции на сетке. Между сеткой 0 и плоскостью  $\Pi_1$  наблюдаются репродуцированные изображения сетки

## 2 Экспериментальная установка

Хорошим приближением к плоской волне в нашем эксперименте является излучение лазера. Луч лазера падает перпендикулярно на периодический объект О, установленный в плоскости  $P_0$  (рис. 2).

За плоскостью  $P_0$  (в плоскостях  $P_1-P_N$ ) периодически по  $z$  возникают изображения объекта, которые с помощью линзы Л можно поочерёдно проецировать на экран, установленный в плоскости Э. Если убрать линзу, то на экране наблюдается картина дифракции луча лазера на периодическом объекте.

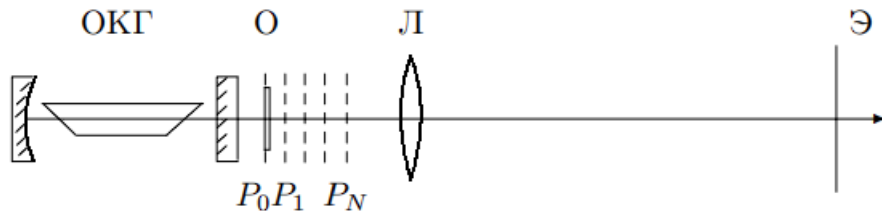


Рис. 2 — Схема установки: ОКГ - гелий-неоновый лазер, О - двумерная решётка,  $P_N$  - плоскости, где наблюдаются репродуцированные изображения, Л - короткофокусная линза, Э - экран для наблюдения изображения объекта

Экран устанавливается достаточно далеко от объекта, так что продифрагировавшие лучи, соответствующие различным порядкам дифракции ( $\sin \varphi_n = \frac{n\lambda}{d}$ ), разделяются.

Измерив расстояние между дифракционными максимумами и расстояние от объекта до экрана, мы определим  $\sin \varphi_n$  и  $d$ .

В нашей работе в качестве периодических объектов применяется мира — набор различным образом ориентированных одномерных решеток разного периода (рис. 4), а также двумерная

решетка-сетка. Сетку можно рассматривать как две взаимно перпендикулярные решетки. Узкий пучок монохроматического света, пройдя через первую решетку с вертикальными штрихами, должен дать совокупность максимумов, расположенных вдоль горизонтальной линии.

Световой пучок, соответствующий каждому максимуму, проходя через вторую решетку, распадается на новую совокупность пучков, дающих максимумы вдоль вертикальной линии. В результате главные максимумы возникают тогда, когда одновременно выполняются условия

$$d \sin \varphi_x = n_x \lambda, d \sin \varphi_y = n_y \lambda \quad (2)$$

где  $n_x$  и  $n_y$  — два целых числа, характеризующих порядки дифракционных максимумов,  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  — направления на главные дифракционные максимумы в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно (рис. 3). Максимумы показаны кружками, размеры которых характеризуют интенсивность.

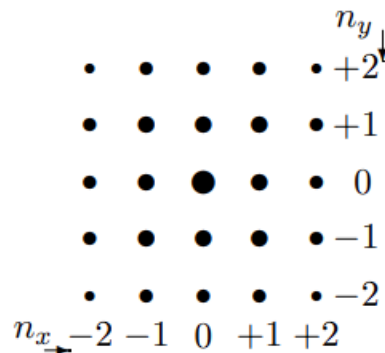


Рис. 3 — Спектр решётки

### 3 Ход работы

#### Определение периода решёток по их пространственному спектру

Для начала установим вблизи лазера кассету с двумерными решётками(сетками). Затем для каждой из сеток(в нашем случае их было 5), измерим расстояние  $x$  между двумя соседними дифракционными максимумами на экране. Также измерим расстояние  $L$  от кассеты до экрана. Оно получилось равным  $1337 \pm 1$  мм. Длина волны зелёного лазера  $\lambda = 532$  нм. Зная  $x$  и  $L$ , вычислим период решётки по формуле (2), считая  $\sin \varphi \approx \varphi \approx \frac{x}{L}$ .  $X$  - расстояние между максимумами  $\sigma_X = 1$  мм,  $m$  - количество промежутков между этими максимумами.

№ сетки	$X$ , мм	$m$	$x$ , мм	$d_{\text{сп}}$ , мкм	$\sigma_{d_{\text{сп}}}$ , мкм
1	144	4	36	19,7	0,7
2	145	6	24,1	29,5	1,3
3	156	13	12	59,3	5,3
4	96	16	6	118,5	11,2
5	150	33	4,54	156,7	13,1

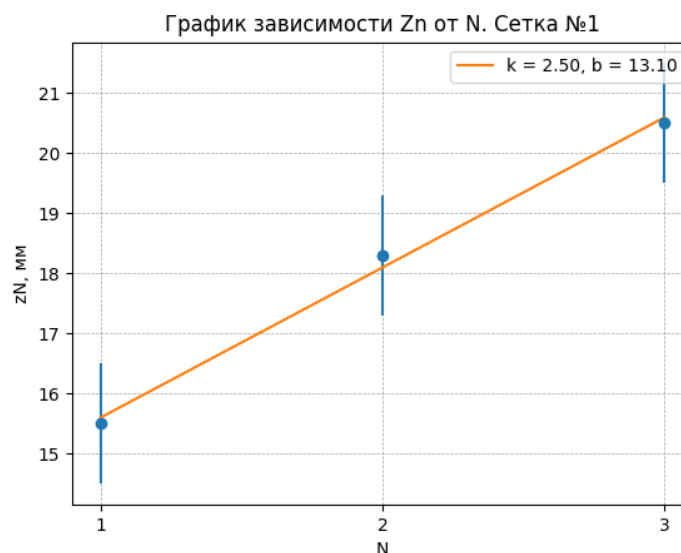
## Определение периода решёток по изображению, увеличенному с помощью линзы

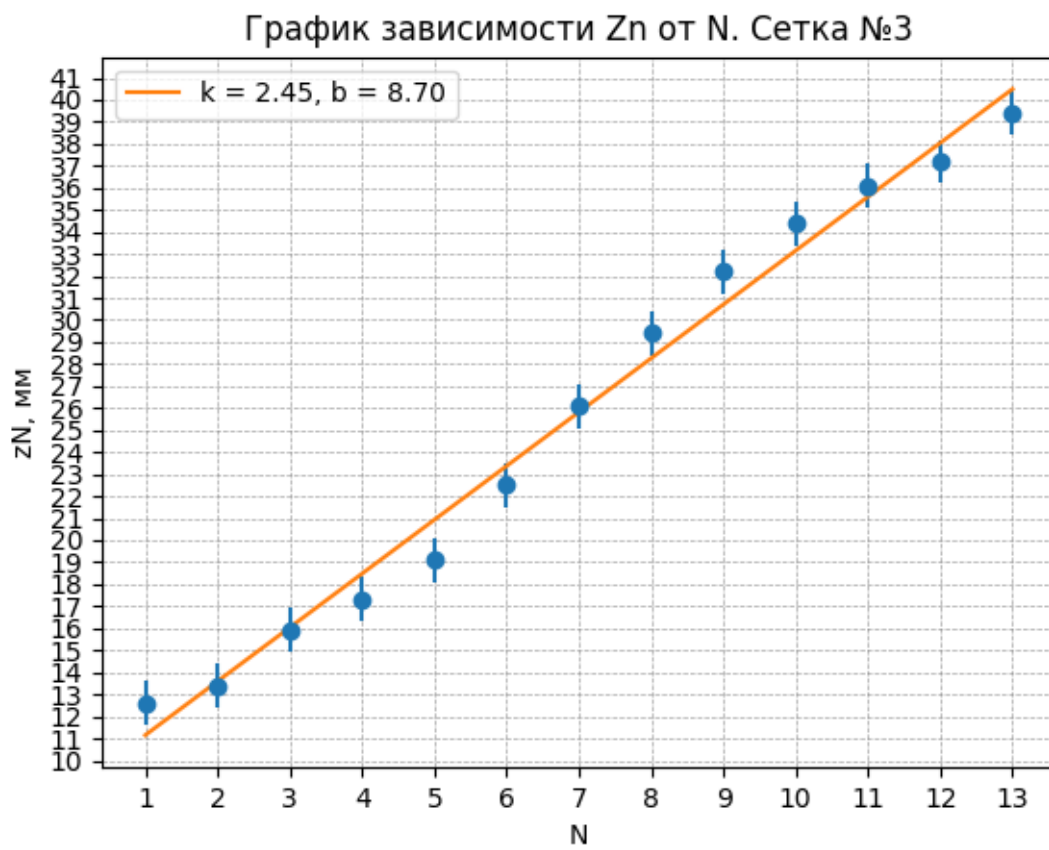
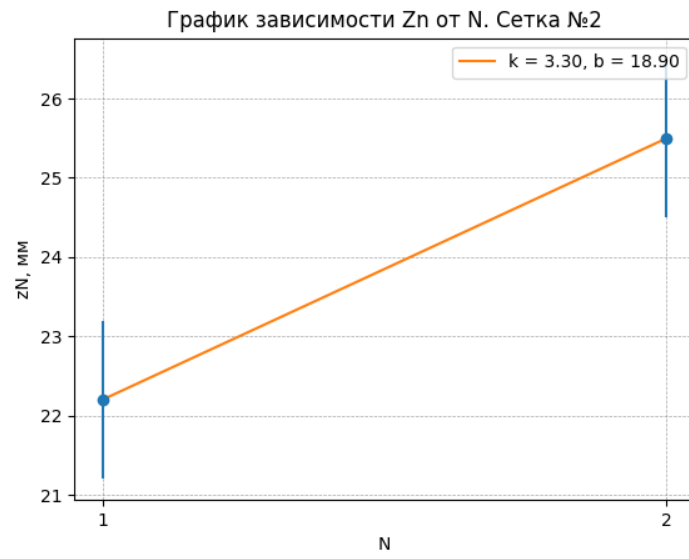
Теперь установим короткофокусную линзу на небольшом расстоянии от лазера, между ней и лазером установим кассету с сетками, настроим систему так, чтобы было видно резкое изображение проволоочки (т.е. непериодического объекта). Определим размеры  $D$  клеток на экране для всех сеток, для которых это возможно. Также измерим расстояния от линзы до сетки (а) и до экрана (b).  $a = 50 \pm 1$  мм,  $b = 1300 \pm 1$  мм. По этим измерениям по формуле  $d_{\text{л}} = \frac{Da}{b}$  рассчитаем периоды сеток.

№ сетки	D, мм	$\sigma_D$ , мм	$d_{\text{л}}$ , мкм	$\sigma_{d_{\text{л}}}$ , мкм
2	0,9	0,1	34,6	2.7
3	1,8	0,1	69,2	5.3
4	3	0,1	115,4	8.9
5	4	0,1	153,8	11.8

## Исследование эффекта саморепродукции с помощью сеток

Далее получим на экране геометрическое изображение сетки. Затем, перемещая линзу с помощью микровинта, определим по нониусной шкале координаты  $z_N$  плоскостей саморепродукции, соответствующих чёткому изображению сетки на экране. По полученным данным построим графики зависимости  $z_N = f(N)$ , при помощи которых по наклону прямых рассчитаем периоды сеток  $d_{\text{реп}}$  по формуле (1).





№ сетки	$d_{\text{реп}}, \text{ мм}$	$\sigma_{d_{\text{реп}}}, \text{ МКМ}$
1	25,8	0,1
2	29,6	nan
3	25,5	0,1
4	37,9	0,4
5	52,8	0,5

№ сетки	$d_{\text{сп}}, \text{ МКМ}$	$d_{\text{л}}, \text{ МКМ}$	$d_{\text{реп}}, \text{ МКМ}$
1	19,7	—	25,8
2	29,5	34,6	29,6
3	59,3	69,2	25,5
4	118,5	115,4	37,9
5	156,7	153,8	52,8a

## Исследование решёток миры

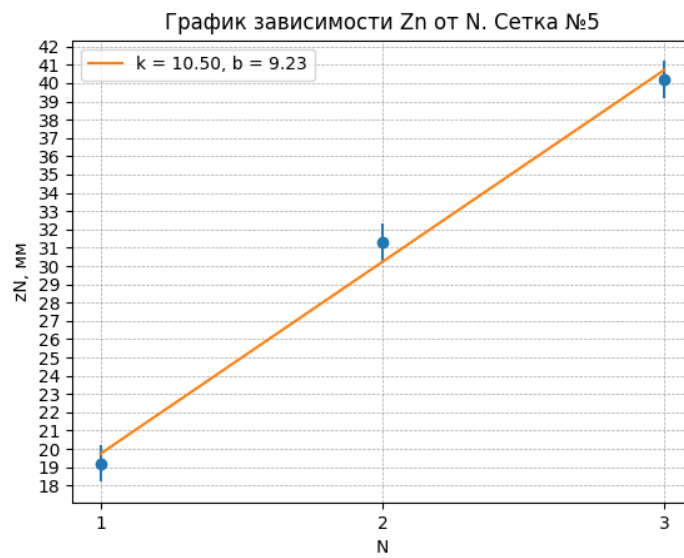
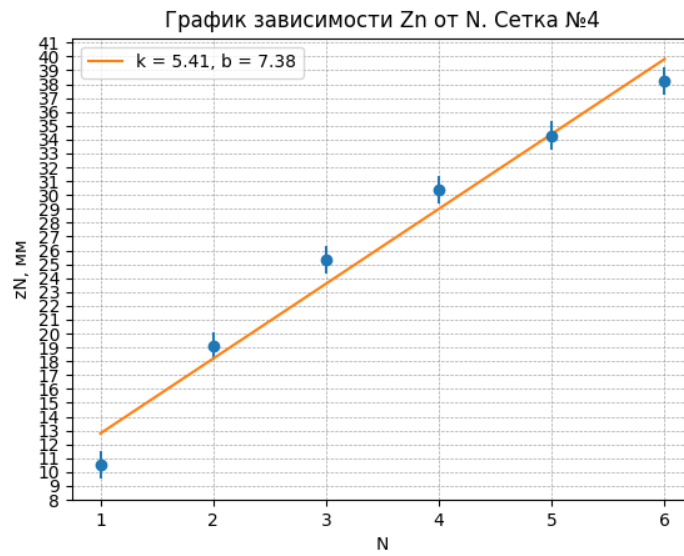
Теперь установим миру на место кассеты. Вычисления будут произведены для элементов миры под номером 20 и 25.

Измерим период миры теми же способами, что использовались до этого. Расстояние от линзы до миры  $a = 50 \pm 1 \text{ мм}$ . Расстояние от линзы до экрана  $b = 1260 \pm 1 \text{ мм}$ . Соответственно расстояние от миры до экрана равно  $L = 1347 \pm 1 \text{ мм}$ .

Определим по нониусной шкале координату плоскости, соответствующей изображению миры на экране по законам геометрической оптики (нет рассеяния, чёткая картина).  $z_{25} = -10,4 \pm 0,1 \text{ мм}$ ,  $z_{20} = -14,0 \pm 0,1 \text{ мм}$ . На этих координатах, вычислив значение  $D$ , получим значение  $d_{\text{л}}$ .

Также построим график зависимости  $z_N = f(N)$ , где  $z_N$  - координаты на нониусной шкале плоскостей саморепродукции.

И в конце, убрав линзу и вычислив расстояние между максимумами, определим  $d_{\text{сп}}$ .

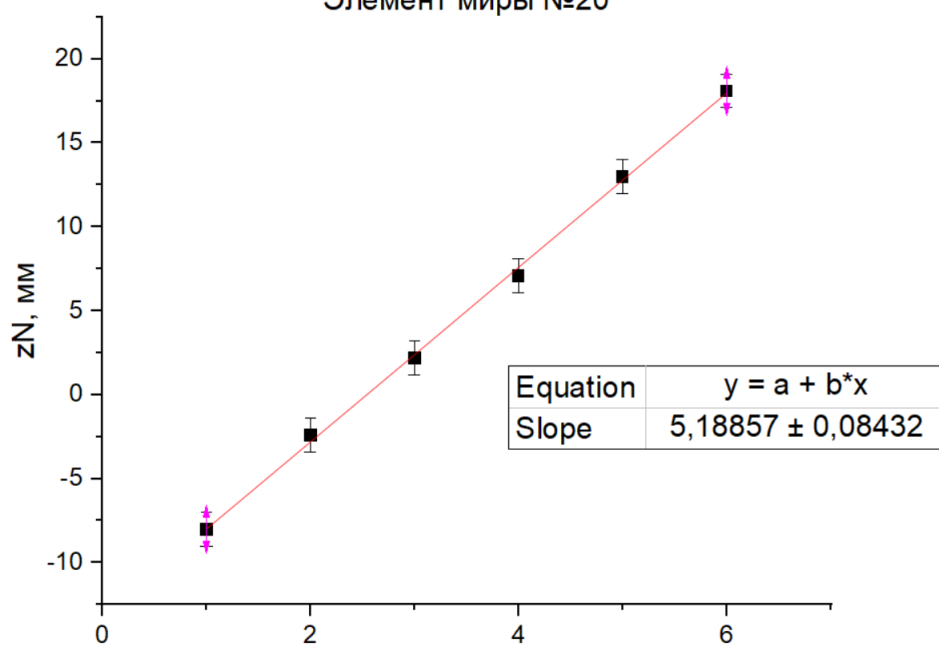


Полученные результаты приведены в таблице.

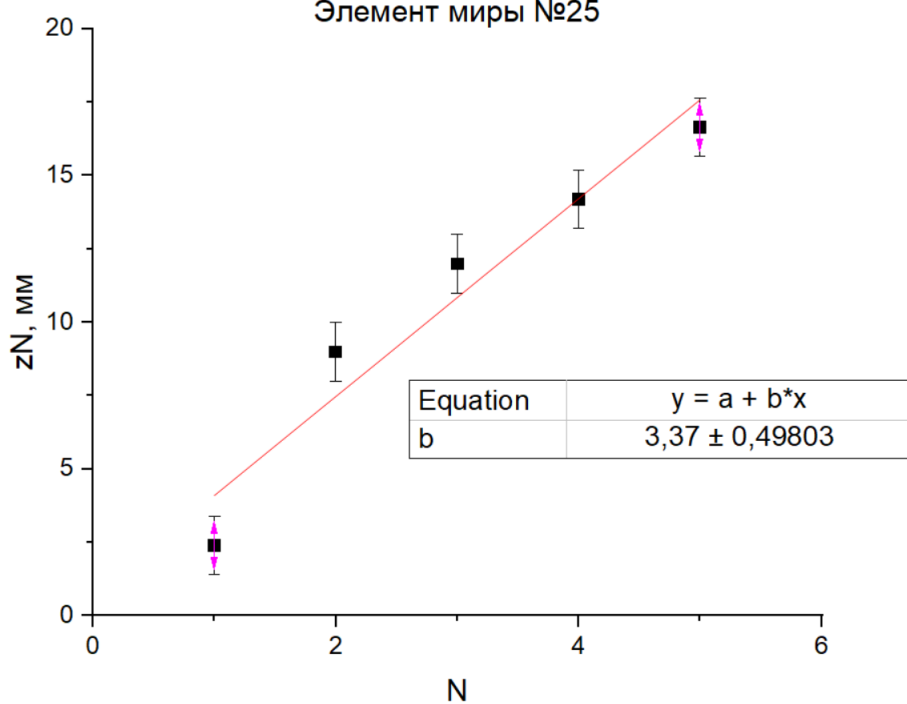
№ элемента миры	$d_{\text{сп}}, \text{МКМ}$	$\sigma_{d_{\text{сп}}}, \text{МКМ}$	$d_{\text{л}}, \text{МКМ}$	$\sigma_{d_{\text{л}}}, \text{МКМ}$	$d_{\text{реп}}, \text{МКМ}$	$\sigma_{d_{\text{реп}}}, \text{МКМ}$
25	38,76	0,18	40,1	0,2	29,9	0,8
20	51,7	0,2	53,5	0,3	37,2	0,4



График зависимости  $zN$  от  $N$ .  
Элемент мира №20



Элемент мира №25



## 4 Вывод

В ходе данной работы было изучено явления саморепродукции. Также данное явление было использовано для измерения параметров периодических структур. Так, в процессе работы был

измерен период решётки тремя различными способами, одним из которых и было применение саморепродукции. В результате этих измерений было получено, что значения, измеренные первыми двумя способами, в отличие от 3ого способа находятся достаточно близко друг к другу(результаты были приведены в таблице), что говорит о работе данного метода по измерению параметров периодических структур. Это также было продемонстрировано на работе с решётками миры.