5.1 直线

直线是十分常见的一类图形，它的构造方法很多，在应用中可以根据实际问题针对性构造直线方程。

$x=x_0$ 和 $y=y_0$ (x_0,y_0 为定值)

这两个方程描述了垂直于坐标轴的直线。$x=x_0$ 是垂直于 x 轴的直线，其上所有点的横坐标都为 x_0，$y=y_0$ 同理。

$y=kx+b$ (k,b 为定值)

对任意不垂直于 x 轴的直线，点的横纵坐标有函数关系，因此可以用函数表示。式中 k 称为直线的 **斜率**，反映了直线的倾斜程度；b 称为直线的 **截距**，反映了直线的整体位置。

具体来说，若直线的倾斜角为 α，则斜率 $k=\tan(\alpha)$；直线与 y 轴的交点为 $(0,b)$。

可以结合匀速直线运动 $x(t)=vt+x_0$ 的图象理解。

$ax+by+c=0$ (a,b 不同时为 0)

这是直线的一般方程，可以描述平面上任意一条直线，并且符合该形式的曲线一定是直线，但它在弹幕中的应用很少。

$\vec{r}=\vec{r}_0+\vec{v}t$ ($\vec{r}_0,\vec{v}$ 为定值)

坐标形式：$\begin{cases} x=x_0+v_xt \\ y=y_0+v_yt \end{cases}$

这是由平面上的匀速直线运动抽象而得的参数方程。方程中 $\vec{r}_0=(x_0,y_0)$ 为直线上一点，$\vec{v}=(v_x,v_y)$ 确定了直线的朝向，将 $\vec{v}$ 称为直线的 **方向向量**。

对参数 t 的范围加以限制，可以构造直线的一部分。比如限制 $t\geq 0$，可以得到以 $\vec{r}_0$ 为端点的射线。

$\vec{r}=\vec{r}_0+\langle t,\alpha\rangle$ ($\vec{r}_0,\alpha$ 为定值)

坐标形式：$\begin{cases} x=x_0+t\cos(\alpha) \\ y=y_0+t\sin(\alpha) \end{cases}$

该方程描述了经过点 $\vec{r}_0=(x_0,y_0)$，倾斜角为 α 的直线。参数 t 的绝对值为对应点到 $\vec{r}_0$ 的距离。

$\vec{r}=\vec{r}_1t+\vec{r}_2(1-t)$ ($\vec{r}_1,\vec{r}_2$ 为定值)

坐标形式：$\begin{cases}x=x_1t+x_2(1-t)\\y=y_1t+y_2(1-t)\end{cases}$

该方程描述了经过两点 $\vec{r}_1=(x_1,y_1)$，$\vec{r}_2=(x_2,y_2)$ 的直线。

如果限制 $0\le t\le 1$，可以得到以 $\vec{r}_1,\vec{r}_2$ 为端点的线段。