4.2 函数

`Tips`：若感到本章难以阅读，可尝试直接阅读下一章。

此处讨论的是数学上的函数，不是编程的。

4.2.1 函数的定义

函数描述了变量间的某种特殊关系：

对于两个变量 x, y，如果按照规则 f，对一定范围内的任意 x 值，存在唯一 y 值与之对应，则称 x, y 之间有 **函数关系** $y = f(x)$。

f 称为函数名，x 称为函数的 **自变量**，其取值范围称为函数的 **定义域**，y 称为函数的 **因变量**，其取值范围称为函数的 **值域**。

直线运动中，位置 x 与时间 t 就满足函数关系，所以我们在运动学用 $x = x(t)$ 来表示运动情况。

4.2.2 函数的表示

函数的表示方法主要有列表法、图象法、表达式法。

列表法

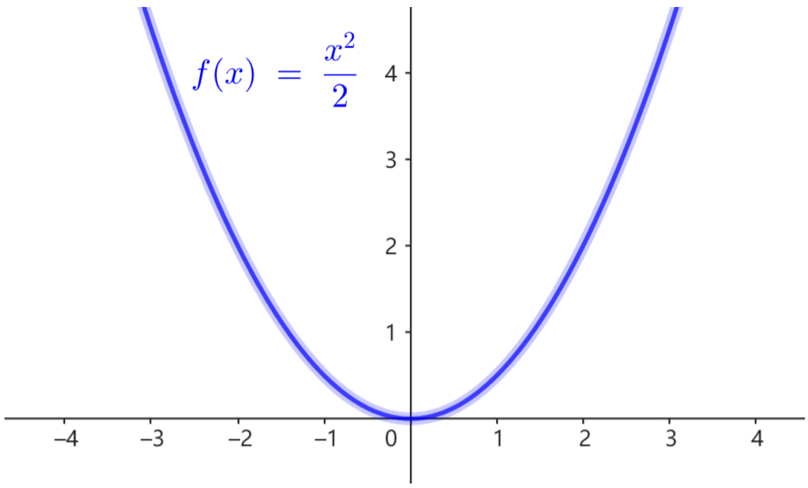
列表法将所有的自变量取值和对应的因变量取值列在表格中。这种方法适用于自变量只取有限多个值的函数。

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	1	4	9	16	25	36

通常我们讨论的函数都是连续取值的，很少使用列表法。

图象法

将所有的 (x, y) 取值对绘制到平面直角坐标系上，组成的曲线称为函数的 **图象**。



表达式法

用只与自变量 x 相关的数学表达式表示 $y = f(x)$，称为函数的 **表达式**。如上图中 $f(x) = \dfrac{x^2}{2}$ 就是函数 f 的表达式。

4.2.3 分段函数

分段函数是将函数的定义域分为几段，在不同段使用不同表达式的函数表示方法。例如

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x > -1 \\ 2x, & x \le -1 \end{cases}$$

对大于 -1 的自变量 x，按照 $f(x) = 3x + 1$ 计算因变量的值，否则按照 $f(x) = 2x$ 计算因变量的值。

4.2.4 向量函数

通常我们所讨论的函数是单自变量、单因变量的。广义上，我们也使用一些多自变量、多因变量的函数，比如 `Dist`, `Angle`。

对定义域内的一组自变量 $(x_1, \cdots, x_n)$，按照规则 f，在值域内有唯一确定的一组因变量 $(y_1, \cdot, y_m)$ 对应，则 f 为函数关系，记作

$$(y_1, \cdots, y_m) = f(x_1, \cdots, x_n)$$

或向量形式

$$\vec{y} = f(\vec{x})$$