5.4 等速螺线

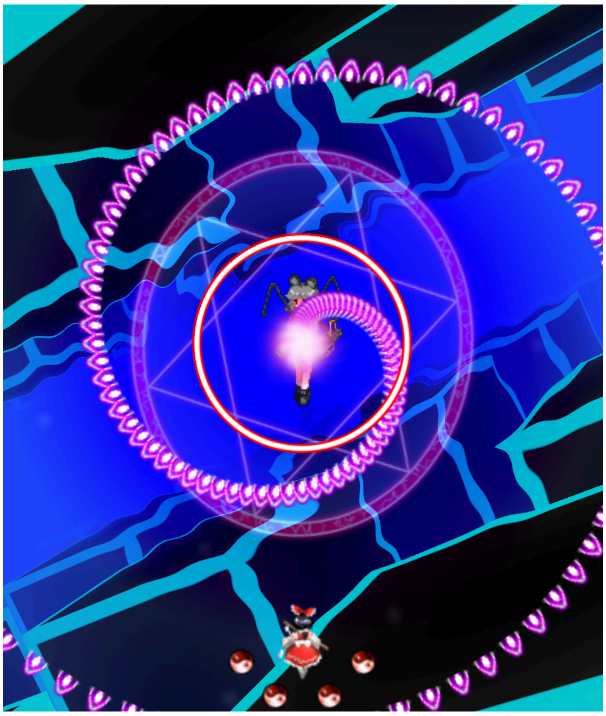
等速螺线是极坐标系上的曲线，极坐标方程为

$$r = a + b\theta$$

式中 $r \geq 0$，θ 取弧度值，a, b 为定值，$b \neq 0$。

等速螺线常见于简单风车弹，我们就以风车弹为例进行讨论。

```
local:
    angle0 = 0
    speed = 2
    omiga = 5
repeat _infinite times, (angle = angle0, increment omiga)
    Create simple bullet "arrow_big" in "COLOR_PURPLE" at (0,0), v= speed ,angle= angle, destroyable, a= 0 , accelrot= 0
    Wait 1 frame(s)
```



图示程序创建一组 1 way 风车弹，发弹点固定为原点，初始发弹方向设为 α，每帧发射弹速为 v 的子弹 (v 较小)，每次发弹角度增量设为 ω (ω 较小)。在 $t = T$ 时观察到子弹构成图示曲线。

对于 t 时刻发射的子弹 ($0 \leq t \leq T$)，发弹角度 $\theta(t) = \alpha + \omega t$，运动时间为 $T - t$，运动距离 $r(t) = v(T - t)$。于是曲线方程为

$$\begin{cases} r = v(T - t) \\ \theta = \alpha + \omega t \end{cases}$$

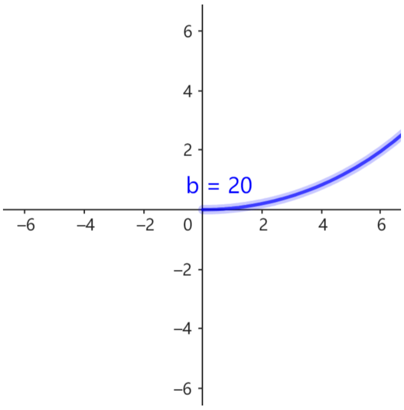
由 $\theta = \alpha + \omega t$ 有 $t = \dfrac{\theta - \alpha}{\omega}$，代入 $r(t)$ 得

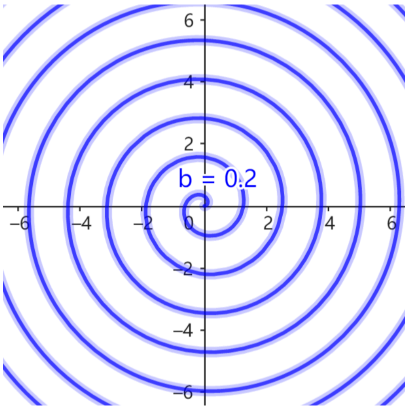
$$r = v(T - \frac{\theta - \alpha}{\omega}) = \left(-\frac{v}{\omega}\right)\theta + \left(vT + \frac{v\alpha}{\omega}\right)$$

> 设 $a = vT + \dfrac{v\alpha}{\omega}$, $b = -\dfrac{v}{\omega}$，则有 $r = a + b\theta$，符合等速螺线方程的形式。

对等速螺线 $r = a + b\theta\ (r \geq 0)$，$a$ 影响螺线的整体旋转，而不改变螺线的整体形状；b 影响螺线的疏密程度。

在一个固定尺度上观察等速螺线。如果 b (的绝对值) 非常大，那么局部上螺线的极角变化很小，看起来近似于直线；如果 b 非常小，那么局部上螺线的极角变化很大，看起来近似于一组同心圆。





为了衡量螺线的疏密程度，我们定义等速螺线的 **螺距**：以极点为端点任作一条射线，与等速螺线交于若干点，可以知道相邻两个交点的距离为定值，将该定值称为等速螺线的螺距。

我们说螺距越大，螺线越稀疏；螺距越小，螺线越密集。

> 对螺线 $r = a + b\theta$，螺距为 $2\pi|b|$。

现在我们可以分析风车弹参数对螺线形状的影响。

$b = -\dfrac{v}{\omega}$，所以弹速 v 越小、角度增量 ω 越大，螺距就越小，螺线就越密集。

$a = vT + \dfrac{v\alpha}{\omega}$ 与 T 呈线性关系，所以螺线随时间变化而不断匀速旋转。为了确定螺线的整体旋转情况，将方程写作 $r = b(\theta - \theta_0)$，其中 $\theta_0 = -\dfrac{a}{b} = \omega T - \alpha$。$\theta_0$ 对 T 的变化率为 ω，所以螺线的旋转角速度确实为 ω。

其实关于风车弹有一个很有趣的问题：当角度增量 ω 很大时，尽管对应的螺线总是变得更密集，但风车弹看起来不一定变得密集。

下图中紫色鳞弹是 $\omega = 75^\circ$ 的 `1 way` 风车，红色小弹是 $\omega = 3^\circ$ 的 `5 way` 风车。我们看到，它们的形状是一致的。很遗憾本教程暂时不会就这个问题进一步讨论，也许以后会更新？