

5.2 圆

圆的方程主要基于圆的几何定义：平面上与定点 $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$ 的距离为定值 $R > 0$ 的所有点组成一个圆。

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2 \quad (x_0, y_0, R \text{ 为定值})$$

由定义得 $\text{Dist}(x, y, x_0, y_0) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = R$ ，稍做整理即得该方程。

该方程常用于判断点与圆的位置关系。对平面上一点 (x, y) ，若 $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 < R^2$ ，则该点在圆内。其他情况同理。

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \langle R, t \rangle \quad (\vec{r}_0, R \text{ 为定值})$$

$$\text{坐标形式: } \begin{cases} x = x_0 + R \cos(t) \\ y = y_0 + R \sin(t) \end{cases}$$

该参数方程经常用于生成圆上的点。参数 t 为对应点对圆心的方位角。

$$r = 2R \cos(\theta - \alpha) \quad (R, \alpha \text{ 为定值})$$

这是一个很特别的圆方程。该方程描述了一个半径为 R ，圆心为 $\langle R, \alpha \rangle$ 的圆，这样的圆必定经过原点。

值得注意的是，对于该圆上等距分布的一组点，极角 θ 也是等距分布的。

