



UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA
VICERRECTORADO ACADÉMICO
ÁREA DE MATEMÁTICA

Nombre de la(s) asignatura(s): Estadística Aplicada (746)
Cód. de Carrera: 610-612-613
Fecha: 09/11/2024.

Valeria león
27536109
Lenv3972@gmail.com

PREGUNTAS

P: 1, O: II.1 La información a continuación, es referente al tiempo de fermentación de un nuevo tipo de yogurt y a la cantidad de levadura con que se intenta reducir este tiempo.

RESULTADOS DE LAS PRUEBAS REALIZADAS

Levadura (en grs.)	Tiempo de Fermentación (en días.)
0	12
1	11
2	9,6
3	10,8
4	8,5
5	7,0
6	6,0
7	5,5
8	4,8

- a) Estime los coeficientes a y b .
- b) Presente la ecuación de regresión ajustada.
- c) Interprete la ecuación obtenida.
- d) Calcule e interprete el coeficiente de determinación, r^2 .
- e) Calcule e interprete el coeficiente de correlación r .

C.R.: Para el logro del objetivo II.1., usted deberá responder correctamente todos los incisos de la pregunta, siguiendo las siguientes indicaciones:

1. El procedimiento debe estar bien desarrollado y completo (justificado detalladamente).
2. El resultado final debe estar correcto y simplificado si es posible.
3. Debe trabajar ordenadamente y secuencialmente.

4. Las preguntas teóricas deben ser respondidas con precisión y buen uso de nuestro idioma.

Respuesta:

Para resolver este problema, seguiremos un enfoque de regresión lineal, pues buscamos relacionar la cantidad de levadura (en gramos) con el tiempo de fermentación (en días). Supongamos la forma general de la relación entre ambas variables es una ecuación de regresión lineal simple, $y = a + bx$, donde:

- y : Tiempo de fermentación.
- x : Cantidad de levadura.
- a : Intercepto (tiempo estimado de fermentación sin levadura).
- b : Pendiente (efecto de cada gramo adicional de levadura en el tiempo de fermentación).

a) Estimación de los coeficientes a y b

Para estimar los coeficientes a y b , utilizaremos las fórmulas de regresión lineal:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Calculemos cada término necesario:

1. \bar{x} : promedio de x (cantidad de levadura).
2. \bar{y} : promedio de y (tiempo de fermentación).
3. $\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$: covarianza entre x e y .

4. $\sum(x_i - \bar{x})^2$: varianza de x.

Procedamos a realizar los cálculos para cada uno de estos términos utilizando los datos proporcionados.

b) Ecuación de regresión ajustada

Una vez obtenidos a y b, podremos construir la ecuación de regresión ajustada en la forma:

$$y = a + bx$$

c) Interpretación de la ecuación obtenida

Analizaremos lo que significan los valores de a y b en el contexto del problema. En particular:

- a: Tiempo estimado de fermentación cuando no se utiliza levadura.
- b: Cambio en el tiempo de fermentación por cada gramo adicional de levadura.

d) Cálculo e interpretación del coeficiente de determinación r^2

El coeficiente de determinación r^2 indica la proporción de la varianza en y explicada por x. Lo calcularemos mediante la fórmula:

$$r^2 = \frac{\sum(y_{predicho} - \bar{y})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

donde $y_{predicho}$ representa los valores predichos por la ecuación de regresión.

e) Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación r

El coeficiente de correlación r mide la fuerza y dirección de la relación entre x e y . Se obtiene mediante la raíz cuadrada de r^2 , con su signo dependiendo de b (si b es negativo, r también lo será).

Procederé a realizar los cálculos necesarios y resolver cada inciso secuencialmente.

Solución:

a) Estimación de los coeficientes a y b

Los valores estimados de los coeficientes son:

- $a = 12.11$: este valor representa el tiempo de fermentación esperado cuando no se añade levadura.
- $b = -0.94$: este valor indica que, por cada gramo adicional de levadura, el tiempo de fermentación se reduce en aproximadamente 0.94 días.

b) Ecuación de regresión ajustada

La ecuación de regresión ajustada es:

$$y = 12.11 - 0.94x$$

donde y es el tiempo de fermentación (en días) y x es la cantidad de levadura (en gramos).

c) Interpretación de la ecuación obtenida

- Intercepto a : Sin levadura (cuando $x=0$), el tiempo de fermentación es aproximadamente 12.11 días.
- Pendiente b : Cada gramo de levadura agregado reduce el tiempo de fermentación en 0.94 días. Esto sugiere una relación inversa entre la cantidad de levadura y el tiempo de fermentación.

d) Cálculo e interpretación del coeficiente de determinación r^2

El coeficiente de determinación r^2 es 0.943, lo que indica que el 94.3% de la variación en el tiempo de fermentación se explica por la cantidad de levadura. Esto sugiere un buen ajuste del modelo de regresión a los datos.

e) Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación r

El coeficiente de correlación r es -0.971. Esto indica una fuerte relación negativa entre la cantidad de levadura y el tiempo de fermentación: a medida que aumenta la cantidad de levadura, el tiempo de fermentación disminuye significativamente.

P: 2, O: II.2. Calcule el coeficiente de determinación múltiple corregido de un modelo estadístico evaluado durante 15 meses, si el coeficiente que mide la fuerza de la relación entre Y y las variables independientes es 0,953. Grados de libertad: 2.

C.R.: Para el logro del objetivo II.2., Ud. debe responder correctamente la pregunta, siguiendo las siguientes indicaciones:

1. El procedimiento debe estar bien desarrollado y completo (justificado detalladamente).
2. El resultado final debe estar correcto y simplificado si es posible.
3. Debe trabajar ordenadamente y secuencialmente.

Respuesta:

Para calcular el coeficiente de determinación múltiple corregido $R^2_{\text{Rajustado}}$ de un modelo estadístico, se usa la fórmula:

$$R^2_{\text{Rajustado}} = 1 - \left(\frac{1 - R^2}{n - 1} \right) \times \frac{n - 1}{n - k - 1}$$

donde:

R^2 : coeficiente de determinación múltiple, que mide la fuerza de la relación entre Y y las variables independientes (en este caso, se proporciona el coeficiente $r = 0.953$, por lo que $R^2 = r^2 = (0.953)^2$).

n: número de observaciones (en este caso, $n = 15$ meses).

k: número de grados de libertad para las variables independientes (aquí, $k = 2$).

Paso a Paso

Calculemos R^2 usando $r = 0.953$.

Sustituyamos en la fórmula de R^2_{ajustado} los valores de R^2 , $n = 15$ y $k = 2$.

Procedo a realizar estos cálculos.

El coeficiente de determinación múltiple corregido R^2_{ajustado} es aproximadamente 0.893.

Interpretación:

Este valor indica que, después de ajustar por el número de variables independientes, el modelo explica alrededor del 89.3% de la variabilidad en la variable dependiente Y

P: 3, O: III. I. En los cuatro últimos años, se recopiló la siguiente información con respecto al egreso de estudiantes en una de determinada carrera en una universidad nacional,

AÑO Y TRIMESTRE	EGRESADOS
2019 - 1	25
2019 - 2	27
2019 - 3	32
2019 - 4	29
2021 - 1	28
2021 - 2	32
2021 - 3	34
2021 - 4	38

2022 - 1	35
2022- 2	37
2022- 3	37
2022 - 4	39
2023 - 1	38
2023- 2	42
2023 - 3	44
2023 - 4	45

a) Utilizando un análisis de tendencia lineal, calcule la proyección de egresados para el primer y segundo trimestre de 2025.

C.R.: Para el logro del objetivo III.1, Ud. debe responder correctamente la pregunta, siguiendo las siguientes indicaciones:

1. El procedimiento debe estar bien desarrollado y completo (justificado detalladamente).
2. El resultado final debe estar correcto y simplificado si es posible.
3. Debe trabajar ordenadamente y secuencialmente.

Respuesta:

Para realizar una proyección del número de egresados para el primer y segundo trimestre de 2025 usando un análisis de tendencia lineal, podemos asumir que el número de egresados sigue una tendencia lineal a lo largo del tiempo. Esto significa que utilizaremos una regresión lineal simple en la forma:

$$y = a + bx$$

donde:

y: Número de egresados.

x: Trimestre en el tiempo, que numeraremos secuencialmente para simplificar el cálculo.

a: Intercepto (número de egresados al inicio de la tendencia).

b: Pendiente (cambio en el número de egresados por cada trimestre).

Paso 1: Asignar números secuenciales a cada trimestre

Asignaremos a cada trimestre un valor de x que sea consecutivo desde el primer trimestre de 2019 ($x=1$) hasta el cuarto trimestre de 2023 ($x=20$).

Paso 2: Estimar los coeficientes a y b

Utilizaremos las fórmulas de regresión lineal para calcular los coeficientes a y b con el siguiente procedimiento:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Paso 3: Proyección para el primer y segundo trimestre de 2025

Para proyectar el número de egresados en 2025, consideramos:

- Primer trimestre de 2025: Esto corresponde al trimestre $x=25$.
- Segundo trimestre de 2025: Esto corresponde al trimestre $x=26$.

Ahora, calcularemos los valores de a y b y usaremos la ecuación de regresión para obtener la proyección de egresados en 2025.

Parece que hubo un error debido a un desajuste en la longitud de los datos. Esto ocurrió porque, aunque los trimestres van de 1 a 20, los datos de egresados contienen solo 16 valores.

Voy a corregir el rango de los trimestres para que coincida con el número de datos de egresados (de 1 a 16). Después de ajustar esto, continuaré con el cálculo de la regresión y la proyección para el primer y segundo trimestre de 2025.

Solución:

Ecuación de la tendencia lineal

La ecuación de regresión lineal estimada es:

$$y = 24.47 + 1.01x$$

donde:

y: Número de egresados.

x: Trimestre (número secuencial desde el primer trimestre de 2019).

Proyecciones para 2025

Primer trimestre de 2025 ($x = 25$): La proyección es de aproximadamente 49.84 egresados.

Segundo trimestre de 2025 ($x = 26$): La proyección es de aproximadamente 50.86 egresados.

Interpretación:

De acuerdo con el modelo, el número de egresados seguirá aumentando en promedio en 1.01 egresados por trimestre, y se espera que en los primeros dos trimestres de 2025 haya entre 49 y 51 egresados por trimestre en esta carrera

P: 4, O: III. 2. Una empresa vende tres tipos de láminas de acero A, B, C. Los precios por unidad y cantidades vendidas, para el tercer trimestre de 2024, son los siguientes:

TIPO	MES	PRECIO POR LÁMINAS	LAMINAS VENDIDAS
A	JULIO	US\$ 3,00	250
	AGOSTO	US\$ 3,30	320
	SEPTIEMBRE	US\$ 4,00	350
B	JULIO	US\$ 2,00	150
	AGOSTO	US\$ 2,10	200
	SEPTIEMBRE	US\$ 2,10	225
C	JULIO	US\$ 4,00	80
	AGOSTO	US\$ 4,50	90
	SEPTIEMBRE	US\$ 3,64	70

- a) Calcule el índice de precios agregativo que es más utilizado por los expertos, con el mes de julio como base. Justifique su respuesta.

C.R.: Para el logro del objetivo III. 2., Ud. debe responder todos los incisos de la pregunta, siguiendo las siguientes indicaciones:

1. El procedimiento debe estar bien desarrollado y completo (justificado detalladamente).
2. El resultado final debe estar correcto y simplificado si es posible.
3. Debe trabajar ordenadamente y secuencialmente.
4. Las preguntas teóricas deben ser respondidas con precisión y buen uso de nuestro idioma.

Respuesta:

Para calcular el **índice de precios agregativo** (que es el índice más utilizado en análisis de precios para comparar cambios en el tiempo), se considera el cambio en los precios entre un periodo de comparación (en este caso, agosto y septiembre) y el mes base (julio).

La fórmula general del índice de precios agregativo simple es:

$$I_p = \frac{\sum(P_0 \cdot Q_0)}{\sum(P_1 \cdot Q_0)} \times 100$$

donde:

- P_0 : Precio de cada tipo de lámina en el mes base (julio).

- $P1P_1P1$: Precio de cada tipo de lámina en el mes de comparación (agosto o septiembre).
- $Q0Q_0Q0$: Cantidad vendida de cada tipo de lámina en el mes base (julio).

Realizaremos el cálculo del índice de precios agregativo para agosto y septiembre con respecto a julio.

Paso 1: Datos organizados

Tipo	Mes	Precio por lámina (P)	Láminas vendidas (Q)
A	Julio	US\$ 3.00	250
A	Agosto	US\$ 3.30	320
A	Septiembre	US\$ 4.00	350
B	Julio	US\$ 2.00	150
B	Agosto	US\$ 2.10	200
B	Septiembre	US\$ 2.10	225
C	Julio	US\$ 4.00	80
C	Agosto	US\$ 4.50	90
C	Septiembre	US\$ 3.64	70

Paso 2: Cálculo del índice de precios agregativo para agosto y septiembre con respecto a julio

1. **Calcular $\sum(P_1 \times Q_0)$** : Multiplicamos el precio del mes de comparación (agosto o septiembre) por la cantidad vendida en julio, para cada tipo de lámina.
2. **Calcular $\sum(P_0 \times Q_0)$** : Multiplicamos el precio de julio por la cantidad vendida en julio, para cada tipo de lámina.

Ahora, vamos a calcular el índice de precios para agosto y septiembre.

Paso 2.1: Calcular $\sum(P_0 \cdot Q_0)$

Para el mes de **julio**, el valor de $\sum(P_0 \cdot Q_0)$ se calcula multiplicando el precio de cada tipo de lámina en julio por la cantidad vendida en julio y luego sumando estos valores:

$$\sum(P_0 \cdot Q_0) = (3.00 \times 250) + (2.00 \times 150) + (4.00 \times 80)$$

Paso 2.2: Calcular $\sum(P_1 \cdot Q_0)$ para agosto y septiembre

- Para **agosto**: $\sum(P_1 \cdot Q_0) = (3.30 \times 250) + (2.10 \times 150) + (4.50 \times 80)$
- Para **septiembre**: $\sum(P_1 \cdot Q_0) = (4.00 \times 250) + (2.10 \times 150) + (3.64 \times 80)$

Paso 2.3: Calcular el índice de precios agregativo para agosto y septiembre

El índice de precios agregativo para agosto y septiembre, con respecto a julio, se calcula usando la fórmula:

$$I_p = \frac{\sum(P_1 \times Q_0)}{\sum(P_0 \times Q_0)} \times 100$$

Ahora, procederé con estos cálculos.

Vamos a realizar los cálculos paso a paso.

Paso 2.1: Calcular $\sum(P_0 \times Q_0)$

Para julio, tenemos:

$$\sum(P_0 \times Q_0) = (3.00 \times 250) + (2.00 \times 150) + (4.00 \times 80)$$

Calculamos cada término:

- $3.00 \times 250 = 750.00$
- $2.00 \times 150 = 300.00$

- $4.00 \times 80 = 320.00$

Sumamos estos valores:

$$\Sigma(P_0 \times Q_0) = 750.00 + 300.00 + 320.00 = 1370.00$$

Paso 2.2: Calcular $\Sigma(P_1 \times Q_0)$

Para Agosto:

$$\Sigma(P_1 \times Q_0) = (3.30 \times 250) + (2.10 \times 150) + (4.50 \times 80)$$

Calculamos cada término:

- $3.30 \times 250 = 825.00$
- $2.10 \times 150 = 315.00$
- $4.50 \times 80 = 360.00$

Sumamos estos valores:

$$\Sigma(P_1 \times Q_0) = 825.00 + 315.00 + 360.00 = 1500.00$$

Para septiembre:

$$\Sigma(P_1 \times Q_0) = (4.00 \times 250) + (2.10 \times 150) + (3.64 \times 80)$$

Calculamos cada término:

- $4.00 \times 250 = 1000.00$
- $2.10 \times 150 = 315.00$
- $3.64 \times 80 = 291.20$

Sumamos estos valores:

$$\Sigma(P_1 \times Q_0) = 1000.00 + 315.00 + 291.20 = 1606.20$$

Paso 2.3: Calcular el índice de precios agregativo

Usamos la fórmula:

$$I_p = \frac{\Sigma(P_1 \times Q_0)}{\Sigma(P_0 \times Q_0)} \times 100$$

Para Agosto:

$$I_p = \frac{1500.00}{1370.00} \times 100 \approx 109.49$$

Para Septiembre:

$$I_p = \frac{1606.20}{1370.00} \times 100 \approx 117.24$$

Resultados Finales

- $\Sigma(P_1 \times Q_0) = 1370.00$ \$
- $\Sigma(P_1 \times Q_0)$ para agosto = \$ 1500.00 \$
- $\Sigma(P_1 \times Q_0)$ para septiembre = 1606.20
- Índice de precios para agosto $I_p \approx 109.49$ \$
- Índice de precios para septiembre $I_p \approx 117.24$ \$