

In[]:=

The Kuramoto model

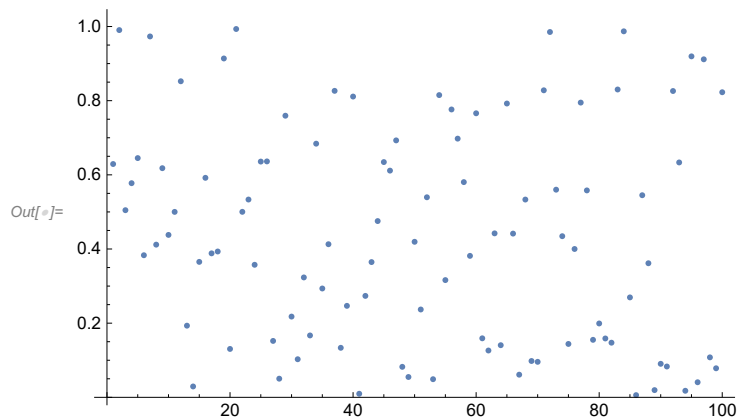
Out[]:= Kuramoto model The

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \sum_{j=1}^N K_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N.$$

如上图所示，此为Kuramoto的动力学方程，不难看出方程由多个振子耦合而成，为了讨论方便，这里K值取相同值，取N=100.

In[]:=

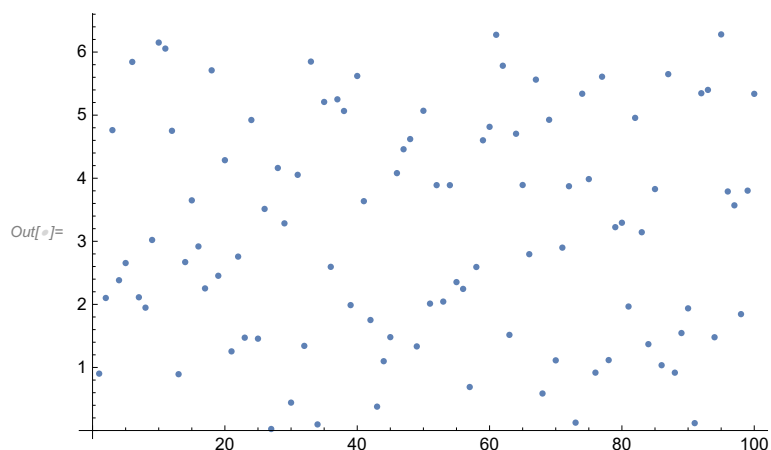
```
n=100; (*总的振子数*)  
wset=Table[w_i=RandomReal[],{i,1,n}]; (*设定振子的角频率*)  
ListPlot[wset] (*振子的角频率的分布*)
```



上图显示了振子的角频率的随机的！！

In[]:=

```
ioset=Table[io_i=2Pi*RandomReal[],{i,1,n}]; (*设定初始相位*)  
ListPlot[ioset] (*振子的初始相位的分布*)
```



上图显示了振子的相位的随机的！！

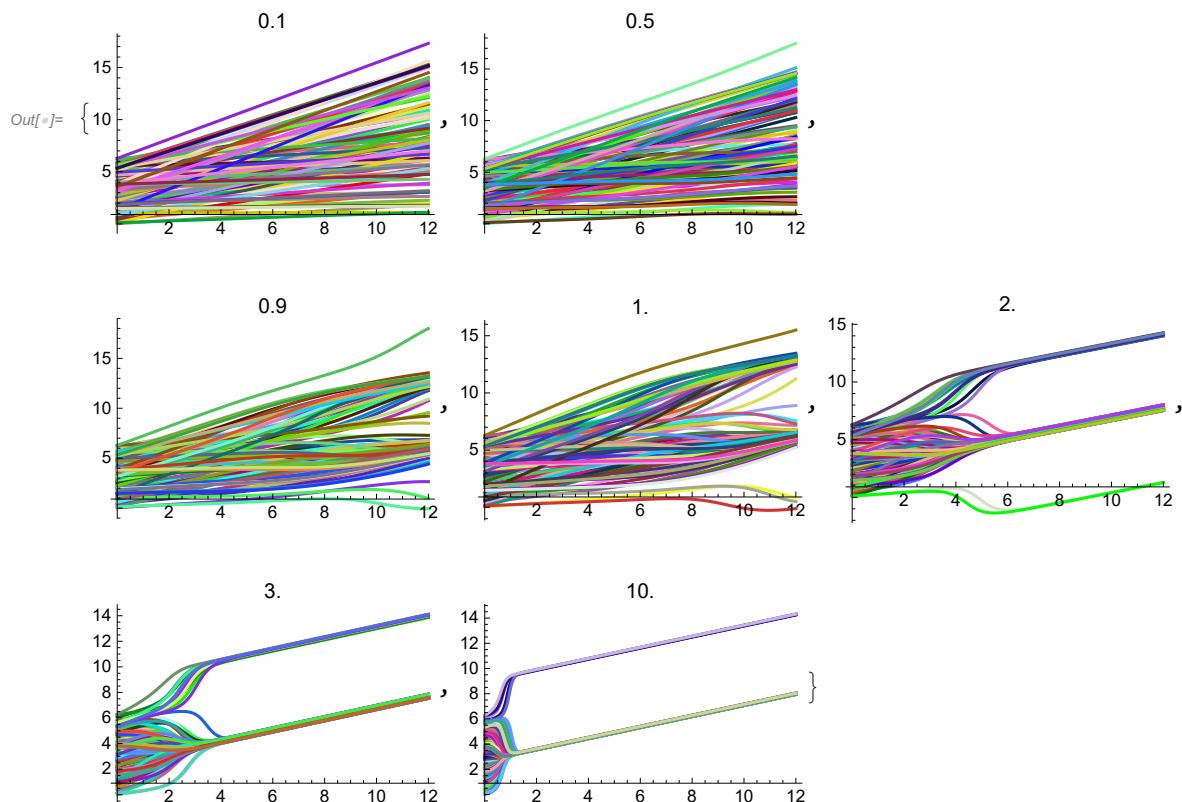
In[]:=

```
Clear[k];
```

```

In[ ]:=
Table[(*设定K值,取: 0.1, 0.5, 0.9, 1.0, 2.0, 3.0, 10.0*)
eqg=Table[o_i'[t]==w_i- $\frac{k}{n}$ Sum[Sin[o_i[t]-o_j[t]],{j,1,n}],{i,1,n}];(*方程组*)
init=Table[o_i[0]==io_i,{i,1,n}];(*初始条件*)
var=Table[o_i,{i,1,n}];(*变量组*)
res=NDSolve[{eqg,init},var,{t,0,20}];(*求解方程组*)
Table[oo_i=o_i/.res[[1]],{i,1,n}];(*赋值*)
Show[Table[Plot[oo_i[t],{t,0,12},PlotStyle->RandomColor[],PlotRange->All],{i,1,n}],PlotLabel->k
,k,{0.1, 0.5, 0.9, 1.0, 2.0, 3.0, 10.0}]](*绘制结果*)

```



如上图所示，在100个振子的角频率和相位都是随机的情况下，当k从小逐步变大时，出现同步相变，即振子的相位趋同！！

可以定义如下的序参量，从而更好观察到相变：

$$re^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j}.$$

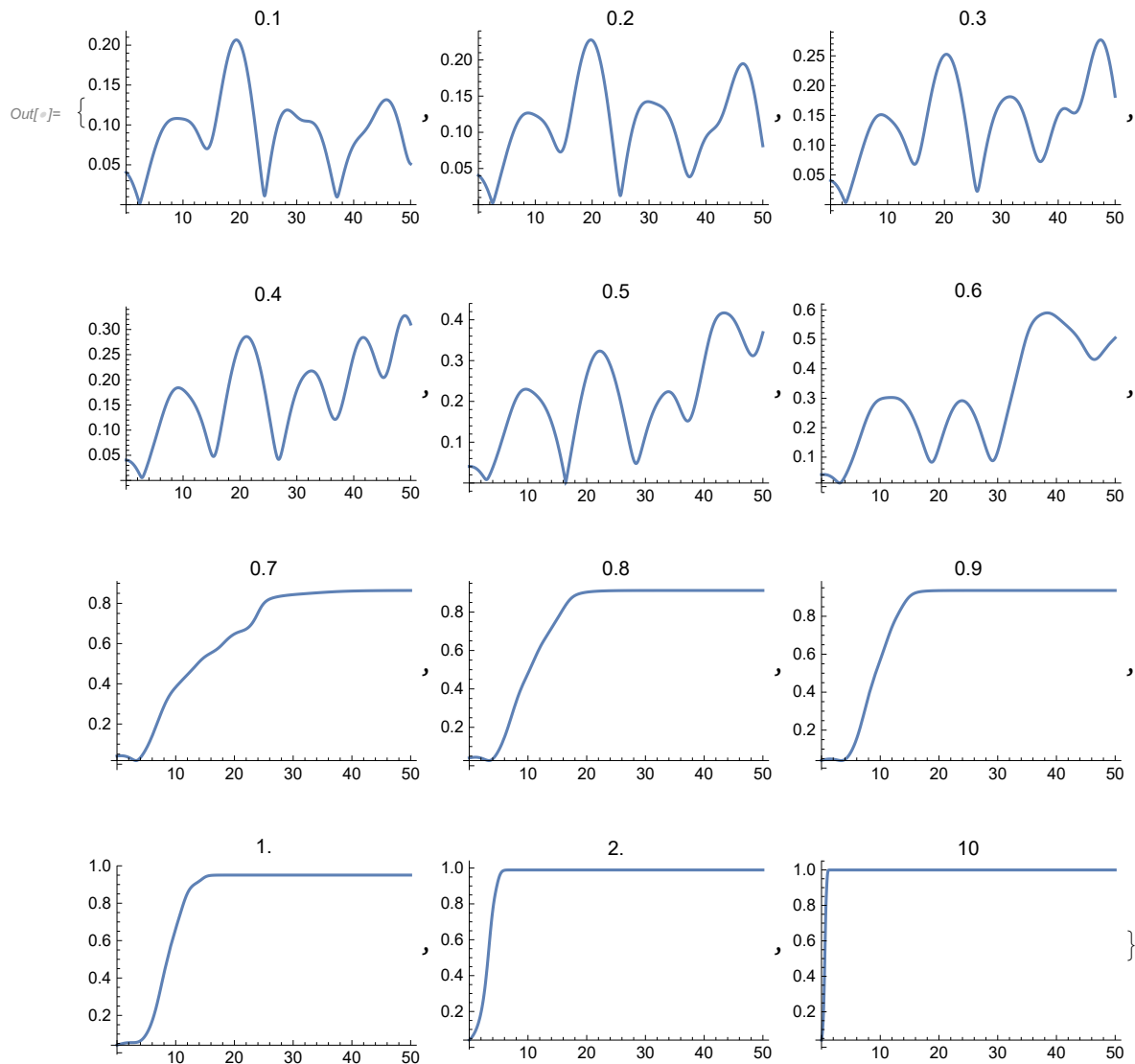
下面绘制序参量随时间的变化，可以观察到k增加到0.7左右，序参量不再出现之前的震荡模式，而是达到稳定的1，说明发生了相变，即同步相变！！

In[]:=

```

Table[(*设定K值,取: 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 2.0, 10*)
eqg=Table[o_i'[t]==w_i- $\frac{k}{n}$ Sum[Sin[o_i[t]-o_j[t]],{j,1,n}],{i,1,n}];(*方程组*)
init=Table[o_i[0]==io_i,{i,1,n}];(*初始条件*)
var=Table[o_i,{i,1,n}];(*变量组*)
res=NDSolve[{eqg,init},var,{t,0,50}];(*求解方程组*)
Table[oo_i=o_i/.res[[1]],{i,1,n}];(*赋值*)
Plot[Abs[ $\frac{1}{n}$ Sum[Exp[I*oo_i[t]],{i,1,n}]],{t,0,50},PlotRange->All,PlotLabel->k]
,{k,{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 2.0, 10}}]

```



In[]:=

In[]:=

In[]:=

In[]:=

In[]:=

$\ln[\cdot] :=$