

Anderson localization

考虑如下的哈密顿量

$$H = \sum_m t_m (c_m^\dagger c_{m+1} + \text{h. c.}) + V_m c_m^\dagger c_m$$

其中t为hopping strength，势能为V；由于一维情况，存在有限小的无序势即可产生安德森局域化，因而其波函数必定从扩散态转为局域态，这里的波函数以格点为坐标，以下是matlab代码：

```
clc;
clear;
N = 800;
t = 1;
delta = 1;
mu = 1;

% hopping
tlist = (2*rand(1,N-1)-1)*(-t);
Ht = diag(tlist,-1)+diag(tlist,1);

% PBC
Ht(1,N) = -t;
Ht(N,1) = -t;

% potential
Vlist = (2*rand(1,N)-1);
V = diag(1*Vlist);

H = Ht + 1*V;

[psi,E]=eig(H);

psi = psi.*conj(psi);

figure(1)
plot(psi(:,2),'b');
hold on;
plot(psi(:,4),'r');
hold on;
plot(psi(:,6),'g');
hold on;
plot(psi(:,N-20),'y');
hold on;
xlabel('site i');
ylabel('psi^2');
title('disordered')

% hopping
tlist = (2*ones(1,N-1)-1)*(-t);
```

```

Ht = diag(tlist,-1)+diag(tlist,1);

% PBC
Ht(1,N) = -t;
Ht(N,1) = -t;

% potential
Vlist = (2*ones(1,N)-1);
V = diag(1*Vlist);

H = Ht + 1*V;

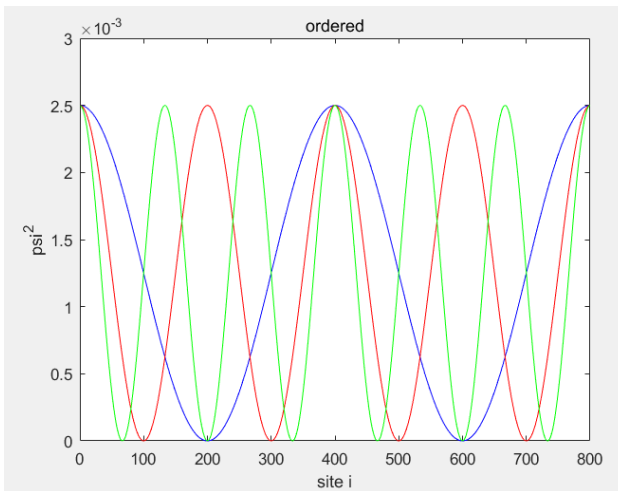
[psi,E]=eig(H);

psi = psi.*conj(psi);

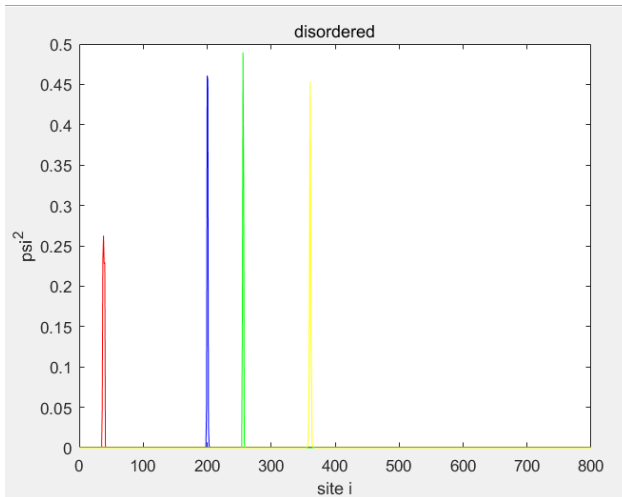
figure(2)
plot(psi(:,2),'b');
hold on;
plot(psi(:,4),'r');
hold on;
plot(psi(:,6),'g');
hold on;
xlabel('site i');
ylabel('psi^2');
title('ordered')

```

将 t 和 V 都设为常数1，得到波函数模方为：



对 t 和 V 引入均匀分布的disorder，进而波函数出现空间局域的态：



为了定量描述局域化或扩散程度，可以利用转移矩阵方法求出关联长度：

$$\frac{1}{\xi} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(\langle \psi_1 | T^\dagger T | \psi_1 \rangle)$$

代码如下：

```

clear;
E=1;
V=0.9;
T=[-E,-1;1,0];
N=100000;
n=10;

RR=eye(2);
gamma=zeros(2,1);

for ni=1:N/n
if ni==1
Tn=eye(2);

for ii=1:n
Ti=T+[rand(),0;0,0];
Ti=T+[V,0;0,0];
Tn=Ti*Tn;
end

[Q,R]=qr(Tn);
else
Tn=Q;

for ii=1:n
Ti=T+[rand(),0;0,0];
Ti=T+[V,0;0,0];
Tn=Ti*Tn;
end

[Q,R]=qr(Tn);
end

gamma=gamma+(-log(diag(abs(R)).^2)/N);

end

xi=max(abs(1./gamma));

```

取 $E=1; V=0.9$; 有关联长度为 $2.0861e+06$ 呈现扩展态；当取 V 为 $0\sim 1$ 的均匀分布的随机数时，关联长度为 44.2505 ，相比而言呈现局域态。