SDE求解

对于随机微分方程 $dx = \mu\, dt + \sigma\, dW$, 其迭代式为：

$$x_n = x_0 + \sum_i \mu(x, t_i)dt + \sum_i \sigma(x, t_i)\xi$$

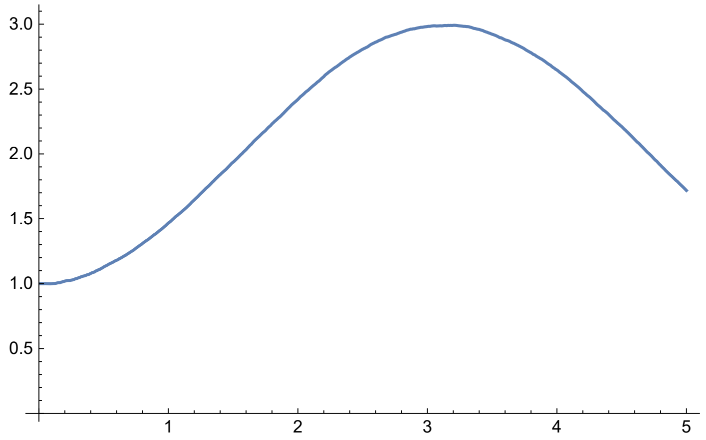
这里取$\mu = \sin(t)$ 以及 $\sigma = 10$，其中ξ服从正态分布N(0,dt). 我们取10000个系综，并设置时间精度为0.01，时间长度为5，利用上述的迭代式，会有如下的程序：

In[43]:=

```
Clear["Global`*"]
en=10000;(*系综*)
dt=0.01;t=5;(*时间*)
(*参数*)
len=IntegerPart[t/dt];
x0=1;(*初始条件*)
mu=Table[Sin[i*dt],{i,1,len}];(*时间变化*)
sigma=Table[10,{i,1,len}];(*方差*)
tlist=Table[dt*n,{n,1,len}];(*时间标号*)
Xlist=Table[0,len,en];(*x(t)标号*)

Table[{x=x0;xlist=Table[0,len];(*初始化x*)
 list=RandomVariate[NormalDistribution[0,dt],len];(*产生随机参数*)
 Table[{x=x+mu[[n]]*dt+sigma[[n]]*list[[n]],xlist[[n]]=x},{n,1,len}];(*迭代*)
 Table[Xlist[[i,j]]=Xlist[[i,j]]+xlist[[i]],{i,1,len}];(*收集当前系统的解*)
},{j,1,en}];
Table[xlist[[i]]=xlist[[i]]+Xlist[[i,j]];,{j,1,en},{i,1,len}];
xlist=xlist/en;
Transpose[{tlist,xlist}]//ListLinePlot
```

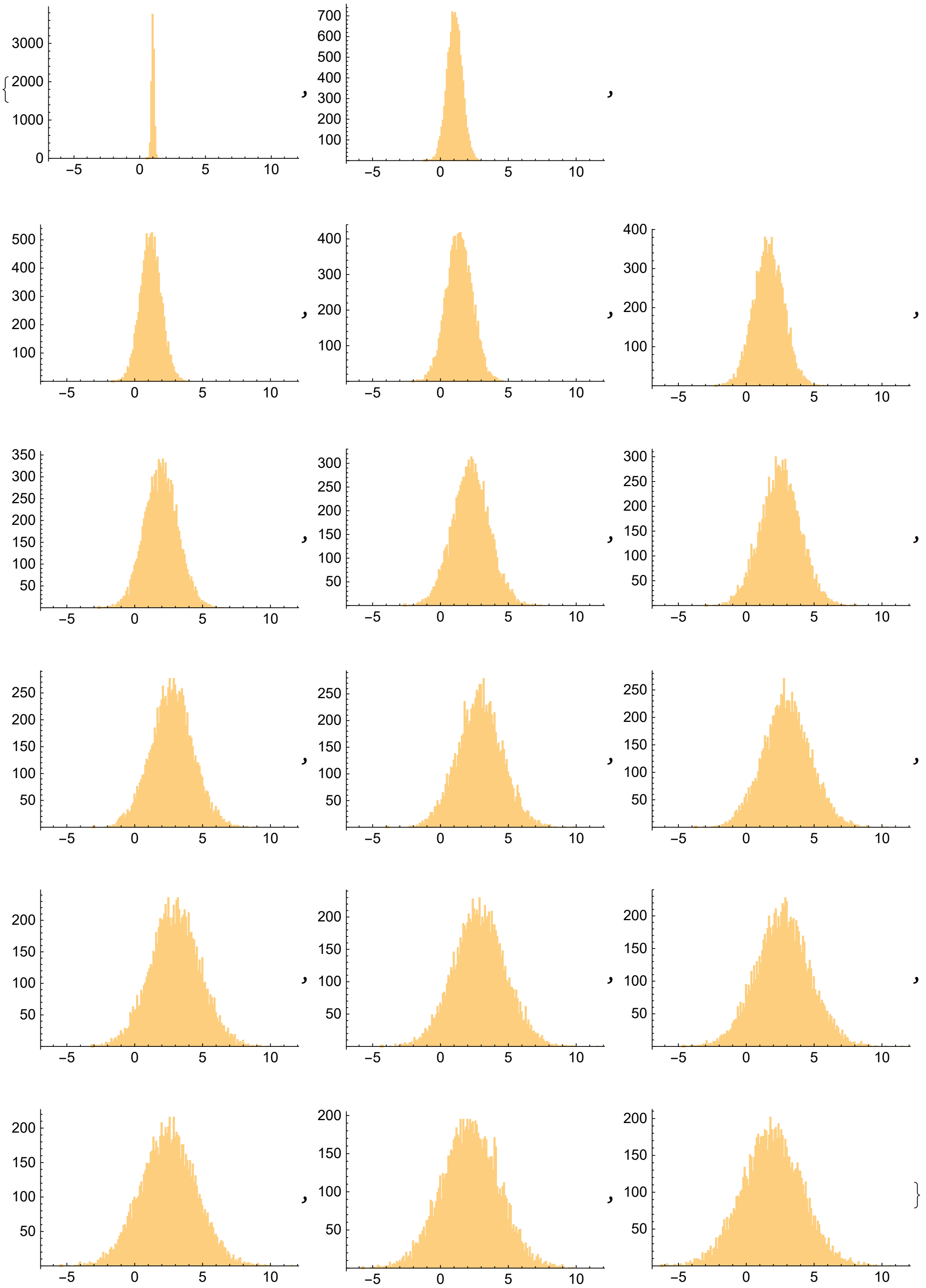
Out[48]=



上图输出的结果为取了系综平均之后方程的解，可见这与没有方差的解基本一致，下面统计一下在某个时间点，x的分布直方图：

In[49]:=
```
Table[Histogram[Xlist[[i]],{Min[Xlist],Max[Xlist],0.1}],{i,1,len,30}]
```

Out[49]=



可见，随着时间的增加，刚开始的分布类似于delta函数，之后逐渐扩散，形成越来越宽的高斯波包状的分布，并且方差越来越大。