

REBEGEA IRINA

MOE 1

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W^T = \begin{pmatrix} 0,3 & -0,6 & -1 \\ 0,1 & -0,5 & -0,5 \\ -2 & 2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} z &= W^T \cdot x + b = \begin{pmatrix} 0,3 & -0,6 & -1 \\ 0,1 & -0,5 & -0,5 \\ -2 & 2 & 0,1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0,3 - 1,8 \\ 0,1 - 1,5 \\ -2 + 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,4 \\ -1,3 \\ 0,1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= \text{softmax}(z_1) = \text{softmax}(-1,4) = \frac{e^{-1,4}}{e^{-1,4} + e^{-1,3} + e^{0,1}} = \\ &= \frac{1}{2,71^{1,4}} = \frac{0,24}{0,24 + 0,27 + 59,59} = \boxed{0,004} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_2 &= \text{softmax}(z_2) = \boxed{0,004} \\ \hat{y}_3 &= \text{softmax}(z_3) = \boxed{0,991} \end{aligned} \Rightarrow \hat{y} = \begin{pmatrix} 0,004 \\ 0,004 \\ 0,991 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\nabla_w L &= \nabla_z L \cdot x^T = (\hat{y} - y) \cdot x^T = \\ &= \left(\begin{pmatrix} 0,004 \\ 0,004 \\ 0,991 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) x^T = \begin{pmatrix} 0,004 \\ -0,996 \\ 0,991 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0,004 & 0,012 & 0 \\ -0,996 & -2,988 & 0 \\ 0,991 & 2,973 & 0 \end{pmatrix} ; \nabla_b L = \nabla_z L\end{aligned}$$

update:

$$\begin{aligned}W &= W - \eta \nabla_w L = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{pmatrix} - \\ &- 0,1 \cdot \begin{pmatrix} 0,004 & 0,012 & 0 \\ -0,996 & -2,988 & 0 \\ 0,991 & 2,973 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,0004 & 0,0012 & 0 \\ -0,0996 & -0,2988 & 0 \\ 0,0991 & 0,02973 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0,2996 & 0,0988 & -2 \\ -0,5004 & -0,2012 & 2 \\ -1,0991 & -0,52973 & 0,1 \end{pmatrix} \\ b &= b - \eta \nabla_b L = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} - 0,1 \begin{pmatrix} 0,004 \\ -0,996 \\ 0,991 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,0004 \\ -0,0996 \\ 0,0991 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0996 \\ 0,1996 \\ 0,0991 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,0996 \\ 0,1996 \\ 0,0009 \end{pmatrix}$$

Sau

$$w_1 = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad w_2 = \begin{pmatrix} -0,6 \\ -0,5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad w_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -0,5 \\ 0,1 \end{pmatrix}$$

$$z_1 = w_1^T \cdot x + b_1 = (0,3 \quad 0,1 \quad -2) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,1 =$$

$$= 0,3 + 0,3 + 0,1 = 0,7$$

$$z_2 = w_2^T \cdot x + b_2 = (-0,6 \quad -0,5 \quad 2) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,1 =$$

$$= -0,6 - 1,5 + 0,1 = -2$$

$$z_3 = w_3^T \cdot x + b_3 = (-1 \quad 0,5 \quad 0,1) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,1 =$$

$$= -1 - 1,5 + 0,1 = -2,4.$$

...