$x = [1, 3, 0]$

$$W = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$b = [0,1, 0,1, 0,1]$

$y = [0, 1, 0]$

$z_1 = (0,3 \cdot 1 + 0,1 \cdot 3 + (-2) \cdot 0) + 0,1 = 0,7$

$z_2 = (-0,6 \cdot 1 + 0,5 \cdot 3 + 2 \cdot 0) + 0,1 = -2$

$z_3 = (-1 \cdot 1 - 0,5 \cdot 3 + 0,1 \cdot 0) + 0,1 = -2,4$

$\hat{y}_1 = \text{softmax}(z_1) = \frac{e^{0,7}}{e^{0,7} + e^{-2} + e^{-2,4}} = 0,899$

$\hat{y}_2 = \frac{e^{-2}}{e^{0,7} + e^{-2} + e^{-2,4}} = 0,0604$

$\hat{y}_3 = \frac{e^{-2,4}}{e^{0,7} + e^{-2} + e^{-2,4}} = 0,0405$

$L = -\sum_{i=1}^{3} y_i \log(\hat{y}_i) = -\log(0,0604) = 1,2118$

$\frac{\partial L}{\partial z_1} = \hat{y}_1 - y_1 = 0,899 - 0$

$\frac{\partial L}{\partial z_2} = 0,0604 - 1 = -0,9396$

$\frac{\partial L}{\partial z_3} = 0,0405 - 0$

$\frac{\partial L}{\partial W_{11}} = 0,899 \cdot 1 = 0,899$

$\frac{\partial L}{\partial W_{12}} = 0,899 \cdot 3 = 2,697$

$\frac{\partial L}{\partial W_{13}} = 0,899 \cdot 0 = 0$

$\frac{\partial L}{\partial W_{21}} = -0,9396 \cdot 1 = -0,9396$

$\frac{\partial L}{\partial W_{22}} = -0,9396 \cdot 3 = -2,8188$

$\frac{\partial L}{\partial W_{23}} = -0,9396 \cdot 0 = 0$

$\frac{\partial L}{\partial W_{31}} = 0,0405 \cdot 1 = 0,0405$

$\frac{\partial L}{\partial W_{32}} = 0,0405 \cdot 3 = 0,1215$

$\frac{\partial L}{\partial W_{33}} = 0,0405 \cdot 0 = 0$

$W \leftarrow W - \eta \frac{\partial L}{\partial W}$ $\quad \eta = 0,1$

$W_{11}' \leftarrow 0.3 - 0,1 \cdot 0,804 = 0,2111$
$W_{12}' \leftarrow 0.1 - 0.1 \cdot 2,697 = -0,1697$
$W_{13}' \leftarrow -2 - 0,1 \cdot 0 = -2$

$W_{21}' \leftarrow -0,6 - 0,1(-0,9346) = -0,50604$
$W_{22}' \leftarrow -0.5 - 0,1(2,3126) = -0,21812$
$W_{23}' \leftarrow 2 - 0,1 \cdot 0 = 2$

$W_{31}' \leftarrow -1 - 0,1 \cdot 0,405 = -1,00405$
$W_{32}' \leftarrow -0,5 - 0,1 \cdot 0,1215 = -0,7215$
$W_{33}' \leftarrow 0,1 - 0.1 \cdot 0 = 0,1$

$$W' = \begin{bmatrix} 0,2111 & -0,1697 & 2 \\ 0,05604 & -0,21812 & 2 \\ -1,00405 & -0,7215 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$b' \leftarrow b - \eta \frac{\partial L}{\partial b}$

$b_1' \leftarrow 0,1 - 0,1 \cdot 0,899 = 0,0101$
$b_2' \leftarrow 0.1 - 0,1 \cdot (-0,9346) = 0,1939$
$b_3' \leftarrow 0,1 - 0,1 \cdot 0,0405 = 0,0959$

$b' = [0,0101, 0,1535, 0,0959]$

Calcul cu W și b noi:

$z_1 = (0,2111 \cdot 1 - 0,1697 \cdot 3 + 0) + 0,0101 = -0.2875$
$z_2 = (0,05604 \cdot 1 - 0,21812 \cdot 3 + 0) + 0,1939 = -0,4044$
$z_3 = (-1,00405 \cdot 1 - 0,7215 \cdot 3 + 0) + 0,0959 = -3,07265$

$\hat{y}_1 = \frac{e^{-0,2875}}{e^{-0,2875} + e^{-0,4044} + e^{-3,07265}} = 1,05$

$\hat{y}_2 = \frac{e^{-0,4044}}{e^{-0,2875} + e^{-0,4044} + e^{-3,07265}} = 0,93$

$\hat{y}_3 = \frac{e^{-3,07265}}{e^{-0,2875} + e^{-0,4044} + e^{-3,07265}} = 0,064$