RATEFIARISON Harivony

UNIVERSITE D'ANTANANARIVO

FACUILTE DES SCIENCE

Mathématiques Informatique et
Statistiques Appliquées

- METHODE LDLt -

Factorisation
et
Résolution

RATEFIARISON Harivony Lalatiana

harivonyratefiarison@gmail.com

+261 34 93 851 83

I - Généralité sur avec la méthode LDLt

La décomposition LDLT permet d'éviter l'utilisation des racines carrées au sein des sommes, source potentielle de problème en calcul numérique.

La méthode consiste à factorisé la matrice A de sorte que :

$$A = L \cdot D \cdot L^t$$

- A est une matrice symetrique définie positive
- L : matrice triangulaire inférieur de diagonal 1
- D : matrice diagonal de dimension N
- L^t: est le transposé de L

Définition:

- Matrice définie positive :

  Une matrice est définie positive si le déterminant de chaque sous matrice est positive.

- Matrice symétrique :

  Une matrice carrée A est symétrique si pour tout i différent de j $A_{ji} = A_{ij}$

- Matrice creuse :

  Une matrice creuse est une matrice qui contient des zéros à majorité [wiktionary.org]

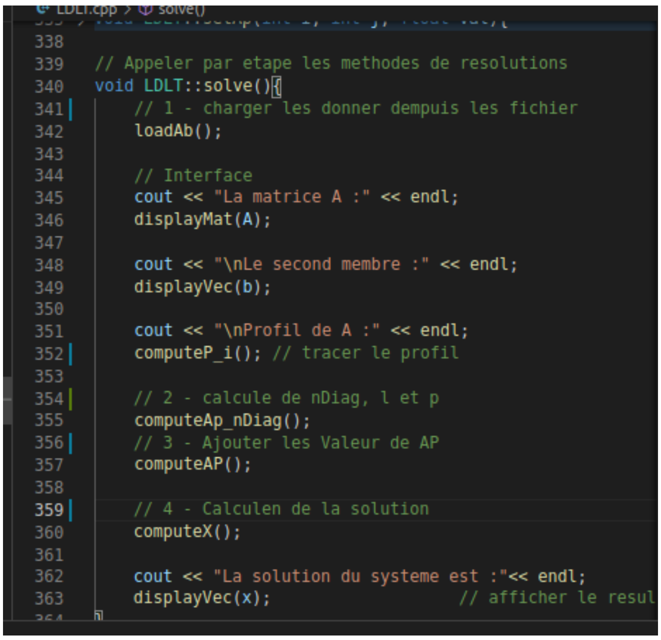
II - Décomposition

a - Présentation de l'algorithme :

Notons a_{ij} l'élément de la matrice A sur la ligne i et le colonne j
Alors $A = a_{ij}$,
De même manière $L = l_{ij}$ et $D = d_{jj}$

$A[i][j] = AP[k_i + (j - p_i)] = AP[nDiag[i] - i + j]$
$A[i][i] = AP[nDiag[i]]$

1. Chargement du systeme/li>
2. Calculer nDiag, l et p
3. Calcule de AP
4. Resolution du systeme $Ax = b$



```
// Appeler par etape les methodes de resolutions
void LDLT::solve(){
    // 1 - charger les donner dempuis les fichier
    loadAb();

    // Interface
    cout << "La matrice A :" << endl;
    displayMat(A);

    cout << "\nLe second membre :" << endl;
    displayVec(b);

    cout << "\nProfil de A :" << endl;
    computeP_i(); // tracer le profil

    // 2 - calcule de nDiag, l et p
    computeAp_nDiag();
    // 3 - Ajouter les Valeur de AP
    computeAP();

    // 4 - Calculen de la solution
    computeX();

    cout << "La solution du systeme est :"<< endl;
    displayVec(x);                  // afficher le resul
```

b - Resolution :

variable $somme$
pour i allant de 0 à $N-1$
    $somme = 0$
    pour j allant de 0 à $i-1$
        si $j \geq p(i)$
            $somme = somme + AP(nDiag(i) - i + j) \cdot x(j)$
        fin si
    fin pour

fin pour
    $x(i) = b(i) - somme$
fin pour

pour i allant de 0 à $N-1$
    $x(i) = \frac{1}{AP(nDiag(i))} \cdot x(i)$
fin pour

pour i allant de $N-1$ à 0
    $somme = 0$
    pour j allant de $i+1$ à N
        si $i \geq p(j)$
            $somme = somme + AP(nDiag(j) - j + i) \cdot x(j)$
        fin si
    fin pour
    $x(i) = x(i) - somme$
fin pour

c - Exemple d'application :

Test

Soit le systeme $Ax = b$ définit par:

Aprés résolution :

$$A = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 6 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \\ -4 \\ 5 \\ 18 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5.96046e-08 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Commentaire :

- -5.96046e-08~0

Click to print