문제 1. 좌표공간에서 0 이상의 정수 n 에 대하여 평면 α_n, β_n 을 다음과 같이 정의하자.

(i) 평면 α_n 은 점 $(1,0,1)$ 을 지나고 xy 평면과의 교선의 방정식이

$$x+y=n,\ z=0$$

이다.

(ii) 평면 β_n 은 점 $(0,0,1)$ 을 지나고 xy 평면과의 교선의 방정식이

$$x-y=n,\ z=0$$

이다.

1-1. 다음과 같은 직육면체 V가 있다.

$$V=\{(x,y,z)\,|\,0\le x+y\le 1,\ 0\le x-y\le 1,\ 0\le z\le 1\}$$

직육면체 V가 두 평면 α_0, α_1 에 의하여 한꺼번에 잘릴 때 생기는 다면체 중에서 점 $\left(\frac{1}{2},0,0\right)$ 을 포함하는 것은 어떤 다면체인지 설명하고 그 부피를 구하시오.

1-2. 문제 1-1의 직육면체 V가 네 평면 α_0, α_1, β_0, β_1 에 의하여 한꺼번에 잘릴 때 생기는 다면체 중에서 점 $\left(\frac{1}{2},0,0\right)$ 을 포함하는 다면체를 X라 하자. X는 어떤 다면체인지 설명하고 그 부피를 구하시오.

1-3. 실수 t 가 $0<t<1$ 일 때, **문제 1-2**의 다면체 X에 포함되고 점 $(t,0,0)$ 에서 xy 평면에 접하는 구 중 반지름이 최대인 구를 S라 하자. S의 반지름 $r(t)$ 를 t 에 관한 식으로 나타내시오.

1-4. 평면 α_n $(n=1,2,3,\cdots)$을 만나지 않는 한 점 $\mathrm{A}_0(a,b,c)$ 에 대하여, 점 A_0 의 평면 α_1 위로의 정사영을 A_1 이라 하고 다시 점 A_1 의 평면 α_2 위로의 정사영을 A_2 라 하자. 이와 같은 시행을 반복하여 점 A_3, A_4, $\cdots$, A_{2020} 을 얻었다고 하자. 이 때, 점 A_1, A_2, A_3, A_4, $\cdots$, A_{2020} 을 모두 포함하는 평면이 존재하는가? 존재하면 그 평면의 방정식을 구하고, 존재하지 않으면 그 이유를 설명하시오.

수학D(자연)_오전

활용 모집단위	[문제1] 자연과학대학(수리과학부, 통계학과) | 공과대학 | 농업생명과학대학(조경 · 지역시스템공학부, 바이오시스템 · 소재학부, 산림과학부) | 사범대학 수학교육과 | 자유전공학부
문항해설	◦ 공간도형과 공간벡터는 기하와 벡터의 핵심적인 개념으로 자연의 수학적 현상을 기술하는 데 가장 중요한 개념이다. [1-1] 좌표공간에서의 위치관계를 이해하고 평면 위 점들의 정보로부터 평면의 방정식을 구하고 평면과 평면의 위치관계를 이해하는지 평가하기 위한 문항이다. [1-2] 좌표공간에서의 위치관계를 이해하고 평면 위 점들의 정보로부터 평면의 방정식을 구하고 평면과 평면의 위치관계를 이해하는지 평가하기 위한 문항이다. [1-3] 구의 방정식을 이해하고 점과 평면 사이의 거리를 이해하는지 평가하기 위한 문항이다. [1-4] 평면의 법선벡터를 이용하여 구한 평면의 방정식의 뜻을 이해하고 정사영의 개념을 종합적으로 이해하고 있는지 평가하기 위한 문항이다.
출제의도	◦ 고등학교 교육과정에서 이수한 교과 지식, 깊이, 사고력, 응용력 등을 평가하고자 하며, 정답 여부 보다는 그 답안을 추론해내는 과정에서 보인 능력을 보다 중요한 요소로 평가함 ◦ 평면의 방정식을 구할 수 있고 평면 사이의 위치관계를 이해하는지 평가함 ◦ 점과 평면 사이의 거리를 구할 수 있는지 평가함 ◦ 정사영의 뜻과 공간에서 평면의 법선벡터를 이용하여 구한 평면의 방정식을 이해하는지 평가함
교육과정 출제근거	[개념] 평면의 방정식, 평면과 평면의 위치관계, 점과 평면 사이의 거리, 정사영 《수학 II》 - ㈐ 수열- 3 수학적 귀납법 《기하와 벡터》 - ㈐ 공간도형과 공간벡터 - 1 공간도형 《기하와 벡터》 - ㈐ 공간도형과 공간벡터 - 3 공간벡터

수학D(자연)_오전

자료출처	황선욱 외, 《수학Ⅱ》, 좋은책신사고, 2014, 132-134쪽 우정호 외, 《수학Ⅱ》, 동아출판, 2014, 179-182쪽 신항균 외, 《수학Ⅱ》, 지학사, 2014, 158-160쪽 정상권 외, 《수학Ⅱ》, 금성출판사, 2014, 158-161쪽 류희찬 외, 《수학Ⅱ》, 천재교과서, 2014, 158-161쪽 김창동 외, 《수학Ⅱ》, 교학사, 2014, 145-147쪽 이강섭 외, 《수학Ⅱ》, 미래엔, 2014, 138-141쪽 이준열 외, 《수학Ⅱ》, 천재교육, 2014, 154-158쪽 조도연 외, 《수학Ⅱ》, 경기도교육청, 2014, 163-165쪽 김원경 외, 《수학Ⅱ》, 비상교육, 2014, 137-143쪽 황선욱 외, 《기하와 벡터》, 좋은책신사고, 2014, 108-112, 117-121, 166-174쪽 우정호 외, 《기하와 벡터》, 동아출판, 2014, 148-154, 164-168, 218-228쪽 신항균 외, 《기하와 벡터》, 지학사, 2014, 131-137, 143-147, 182-190쪽 정상권 외, 《기하와 벡터》, 금성출판사, 2014, 124-127, 136-140, 177-184쪽 류희찬 외, 《기하와 벡터》, 천재교과서, 2014, 130-139, 143-146, 189-196쪽 김창동 외, 《기하와 벡터》, 교학사, 2014, 125-130, 137-140, 182-190쪽 이강섭 외, 《기하와 벡터》, 미래엔, 2014, 123-134, 138-143, 199-208쪽

문제 2. 실수 $a<b$ 에 대하여 닫힌 구간 $[a,\ b]$ 가 주어졌을 때, 함수 $y=f_{[a,\ b]}(x)$ 를 실수 전체의 집합에서 다음과 같이 정의하자.

$$f_{[a,\ b]}(x)=\begin{cases} a+b-x & (x\in[a,\ b]) \\ x & (x\notin[a,\ b]) \end{cases}$$

2-1. 합성함수 $y=(f_{[0,2]}\circ f_{[1,3]})(x)$ 의 $x=1,2,3$ 에서의 값을 구하시오. 또, 부등식

$$(f_{[0,2]}\circ f_{[1,3]})(x)\ \geq\ x+1$$

을 만족하는 x 의 값의 범위를 구하시오.

2-2. 두 함수

$$y=x^2,\quad y=(f_{[0,1]}\circ f_{[a,a+1]})(x)$$

의 그래프가 좌표평면 위의 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하시오. (단, a 의 범위는 $0\leq a\leq 1$ 이다.)

2-3. 모든 실수 x에 대하여

$$(f_{[0,1]}\circ f_{[a,b]})(x)=(f_{[a,b]}\circ f_{[0,1]})(x)$$

가 성립하도록 하는 점 $\mathrm{P}(a,b)$의 영역을 구하시오. (단, a는 음이 아닌 실수이다.)

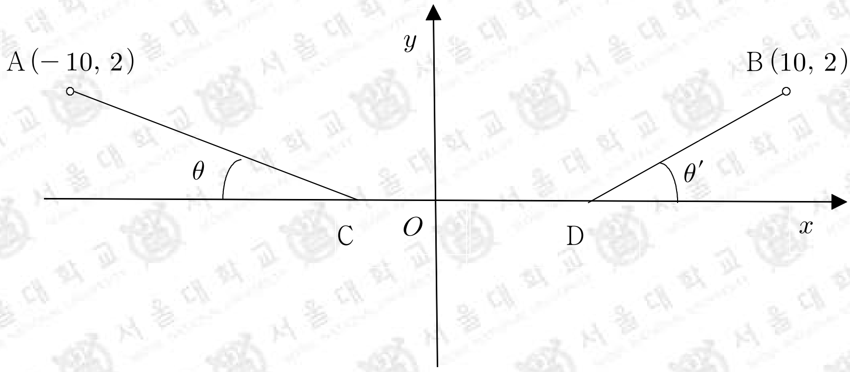
활용 모집단위	[문제2]	
	[2-1], [2-2]	자연과학대학(수리과학부, 통계학과) | 공과대학 | 사범대학 수학교육과
	[2-3]	자연과학대학(수리과학부, 통계학과) | 사범대학 수학교육과
문항해설	[2-1] 함수의 합성을 통해 일차함수의 그래프가 어떻게 변하는지 이해하는가를 평가하기 위한 문항이다. [2-2] 좌표평면 위에서 일차함수의 그래프와 포물선과의 위치관계를 이차방정식을 이용하여 설명 할 수 있는지를 평가하기 위한 문항이다. [2-3] 일대일 대응의 역함수의 그래프가 $y=x$ 에 대칭이 된다는 사실을 이해하고 있는지, 이를 바탕으로 합성함수의 역함수를 이해하는지를 평가하기 위한 문항이다.	
출제의도	◦ 고등학교 교육과정에서 이수한 교과 지식, 깊이, 사고력, 응용력 등을 평가하고자 하며, 정답 여부 보다는 그 답안을 추론해내는 과정에서 보인 능력을 보다 중요한 요소로 평가함 ◦ 합성함수의 정의와 부등식의 영역을 이해하고 계산할 수 있는지를 평가함 ◦ 합성함수를 이해하고 계산할 수 있는지, 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해하는지를 평가함 ◦ 합성함수와 역함수를 이해하는지 평가함	
교육과정 출제근거	[개념] 합성함수, 부등식의 영역, 직선의 방정식, 일차함수, 이차방정식과 이차함수, 역함수 《수학 I》 - (나) 방정식과 부등식 - [2] 이차방정식과 이차함수 《수학 I》 - (다) 도형의 방정식 - [2] 직선의 방정식 《수학 I》 - (다) 도형의 방정식 - [5] 부등식의 영역 《수학 II》 - (나) 함수 - [1] 함수	
자료출처	우정호 외,《수학 I》, 동아출판, 2014, 67-69, 80-88, 164-173, 222-230쪽 조도연 외,《수학 I》, 경기도교육청, 2014, 81-83, 94-99, 176-183, 230-234쪽 신항균 외,《수학 I》, 지학사, 2014, 72-74, 83-88, 147-154, 191-197쪽 우정호 외,《수학 II》, 동아출판, 2014, 76-92쪽 황선욱 외,《수학 II》, 좋은책 신사고, 2014, 58-70쪽 조도연 외,《수학 II》, 경기도교육청, 2014, 70-85쪽 신항균 외,《수학 II》, 지학사, 2014, 70-88쪽	

[수학(자연)]

문제 1.

1-1. 좌표평면 위의 두 점 A와 B의 좌표는 각각 $(-10, 2)$와 $(10, 2)$이며, 점 C와 점 D는 x축 위를 움직이고 있다. $\overline{AC}+\overline{CD}+\overline{DB}$가 최소가 되게 하는 점 C와 점 D의 좌표를 구하시오.

1-2. 문제 1-1과 같은 상황에서, $0 < k \leq 1$인 상수 k에 대하여 점 A에서 출발하여 점 C와 점 D를 거쳐 점 B에 도달했을 때의 비용을 $\overline{AC}+k\,\overline{CD}+\overline{DB}$라고 하자. 이때 비용이 최소가 되게 하는 점 C와 점 D는 항상 원점에 대하여 대칭임을 설명하시오.



1-3. 문제 1-2와 같은 상황에서, 상수 k를 1부터 줄여나가면 비용이 최소가 되게 하는 점 C와 점 D는 처음에는 움직이지 않다가 어느 순간부터 움직이기 시작한다. 움직이기 시작했을 때의 k의 값을 구하시오.

문제 2. 좌표평면 위에 다음과 같은 영역 S, T가 있다.

$$S = \{(x, y) \mid |y| > x^2\}$$
$$T = \{(x, y) \mid 0 < |y| < |x|\}$$

그리고 주어진 점 (x, y)에 대하여 다음 시행 (P)와 시행 (Q)를 생각해 보자.

시행 (P) : (i) 0이 아닌 정수 m을 하나 선택한다.
(ii) (x, y)를 $(x^2 + 2my, y)$로 바꾼다.

시행 (Q) : (i) 0이 아닌 정수 n을 하나 선택한다.
(ii) (x, y)를 $(\sqrt{|x|}, y + 2nx)$로 바꾼다.

2-1. 영역 S에 속하는 점 (x, y)에 대하여 시행 (P)를 행하여 얻어지는 점은 항상 영역 T에 속하게 됨을 보이시오.

2-2. 점 (x, y)에서 시작하여 시행 (Q)와 시행 (P)를 번갈아가면서 적용하되 반드시 첫 번째 시행은 (Q)이도록 한다. 만약 한 번 이상의 시행 이후 다시 시작점 (x, y)로 돌아올 수 있으면 점 (x, y)를 '**되돌이점**'이라고 부르자.

예 1: 점 $(0, 0)$은 되돌이점이다.
$(0, 0) \longrightarrow (0, 0)$ ($n = 1$을 선택하여 시행 (Q)를 행한다)

예 2: 점 $(1, 2)$는 되돌이점이다.
$(1, 2) \longrightarrow (1, 0)$ ($n = -1$을 선택하여 시행 (Q)를 행한다)
$\longrightarrow (1, 0)$ ($m = 1$을 선택하여 시행 (P)를 행한다)
$\longrightarrow (1, 2)$ ($n = 1$을 선택하여 시행 (Q)를 행한다)

점 $(1, 0)$은 되돌이점인지 판정하고, 그 이유를 설명하시오.

오전

활용 모집단위	[문제1] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과, 사범대학 수학교육과 [문제2] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과, 사범대학 수학교육과, 자유전공학부
문항해설	[문제1] 점은 평면 및 공간의 성질을 이해하는데 필요한 가장 기본적인 단위이고, 좌표평면에서 여러 이동을 통해 점들 사이의 위치관계를 파악하며 실생활에 다양한 적용이 가능하다. 1-1 문항에서는 좌표평면위의 한 점을 대칭이동을 할 수 있는지, 이를 통해 x축을 움직이는 점들과의 거리의 최단거리가 대칭이동한 점과의 선분의 길이임을 알고 있는지 평가한다. 1-2 문항에서는 좌표평면 위의 한 점을 대칭이동 및 평행이동을 할 수 있는지, 이를 통해 주어진 선분의 길이의 합을 최소화하기 위한 풀이과정을 논리적이고 창의적으로 전개할 수 있는지 평가한다. 미분법은 인간이 자연현상을 정량화하고 이해하는데 필수적인 도구로, 다양한 실생활에 응용되어 효율을 극대화하거나 비용을 최소화하는 문제를 해결하는 중추적인 역할을 한다. 1-3 문항은 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 함수로 표현하여 도함수를 구할 수 있는지, 이를 통해 함수의 증가, 감소 및 극대, 극소를 판정할 수 있는지 평가한다. [문제2] 수학에서는 정말 어려운 문제의 해법이 간단한 절대부등식으로부터 시작되곤 한다. 2-1 문제의 핵심은 간단한 절대부등식을 이용하여 영역 S에 속하는 점이 영역 T에 속하는 것을 증명하는 능력을 평가하고자 한다. 2-2 문제에서는 절대부등식을 이용하여 부등식의 영역의 점들이 이동하는 영역을 제한시킴으로써, 주어진 점이 속하는 영역을 파악하여 문제에서 증명하고자 하는 성질을 만족하는지 판단하는 능력을 평가하고자 한다.
출제의도	[문제1] ◦ 대칭이동의 의미를 이해하고 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는지 평가한다. ◦ 평행이동과 두 점 사이의 거리를 이용한 문제해결 능력을 평가한다. ◦ 도함수를 이용하여 주어진 함수의 극대와 극소를 판정할 수 있는지 평가한다. [문제2] ◦ 절대부등식을 이용한 문제해결능력을 평가한다. ◦ 간단한 소재의 부등식의 영역을 활용하여 주어진 점이 영역에 속하는지 여부를 확인하는 능력을 평가한다.

교육과정 출제근거	[문제1] [개념] 두 점 사이의 거리, 대칭이동, 평행이동, 도함수, 함수의 극대와 극소, 두 점 사이의 거리 《수학 Ⅰ》 - 다. 도형의 방정식 - 1) 평면좌표 《수학 Ⅰ》 - 다. 도형의 방정식 - 4) 도형의 이동 《미적분 Ⅰ》 - 다. 다항함수의 미분법 - 3) 도함수의 활용 《미적분 Ⅱ》 - 다. 미분법 - 1) 여러 가지 미분법 [문제2] [개념] 절대부등식, 부등식의 영역 《수학 Ⅰ》 - 다. 도형의 방정식 - 5) 부등식의 영역 《수학 Ⅱ》 - 가. 집합과 명제 - 1) 집합 《수학 Ⅱ》 - 가. 집합과 명제 - 2) 명제
자료출처	정상권 외,《수학 Ⅰ》, 금성출판사, 182-188, 192-198쪽 이준열 외,《수학 Ⅰ》, 천재교육, 199-209, 212-217쪽 김원경 외,《미적분 Ⅰ》, 비상교육, 117-123쪽 이강섭 외,《미적분 Ⅰ》, 미래엔, 104-110쪽 신항균 외,《미적분 Ⅱ》, 지학사, 93-94, 108-111쪽 정상권 외,《미적분 Ⅱ》, 금성출판사, 93-95, 114-119쪽 우정호 외,《수학 Ⅱ》, 동아출판, 56-62쪽 류희찬 외,《수학 Ⅱ》, 천재교과서, 14-16, 51-53쪽

문제 3.

3-1. 좌표공간에서 xy평면 위의 영역 $\{(x,y,0)\,|\,0\le x\le 10,\ 0\le y\le 1\}$을 x축의 둘레로 회전시켜 얻은 입체도형을 U라 하자. 입체 U에 포함된 정사면체 중 그 한 면이 yz평면에 있는 경우, 정사면체의 한 변의 길이가 가질 수 있는 최댓값을 구하시오.

3-2. 좌표공간에서 xy평면 위의 영역 $\{(x,y,0)\,|\,0\le x\le 2\pi, 0\le y\le 2+\cos x\}$을 x축의 둘레로 회전시켜 얻은 입체도형을 V라 하자. 입체 V에 포함된 정사면체 중 그 한 면이 yz평면에 있는 경우, 정사면체의 한 변의 길이가 가질 수 있는 최댓값을 구하시오.

문제 4. 자연수 n에 대하여 좌표공간 위에 평면 $P_n : x+y+2z=2n$ 이 주어져 있다.

4-1. 평면 P_n과 평면 $x-y-2z=0$이 이루는 교선을 l_1, 평면 P_n과 평면 $y-x-2z=0$이 이루는 교선을 l_2, 평면 P_n과 xz평면이 이루는 교선을 l_3, 평면 P_n과 yz평면이 이루는 교선을 l_4라 하자. 이때 4개의 교선 l_1, l_2, l_3, l_4로 이루어진 사각형의 넓이 A_n의 값을 구하시오.

4-2. 문제 4-1의 상황에서 4개의 교선 l_1, l_2, l_3, l_4로 이루어진 사각형의 내부(경계 포함)에 있는 점들 중 각 좌표가 모두 정수인 점의 개수 S_n을 구하시오.

4-3. 극한값 $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{A_n}$을 구하시오.

오전

활용 모집단위	[문제3] 공과대학, 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부, 바이오시스템 · 소재학부 [문제4] 공과대학, 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부, 바이오시스템 · 소재학부, 자유전공학부
문항해설	[문제3] 우리가 사는 3차원에서 발생하는 현상들을 이해하기 위해서는 공간좌표와 공간도형에 대한 이해가 필수적이다. 3-1 문항은 이런 공간좌표에 대하여 이해하고 주어진 상황에서 적절한 도형을 이용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가한다. 3-2 문항에서는 좌표공간 위에서 주어진 문제의 조건을 해석하여 좌표평면에서의 문제로 단순화할 수 있는지 평가한다. 또한 본 문항에서는 도함수의 성질을 통해 주어진 문제가 좌표평면에서 그래프의 접선의 방정식을 구하는 문제라는 것을 이해하고 계산할 수 있는지 평가한다. [문제4] 4-1 문항에서는 좌표공간에서 주어진 평면들의 교선의 방정식을 구할 수 있고, 이를 이용하여 교선들이 이루는 사각형의 영역을 구할 수 있는지 평가한다. 4-2 문항에서는 경우의 수를 구하는 가장 기초적이고도 중요한 방법 중 하나인 합의 법칙과 곱의 법칙을 통한 문제해결 능력을 평가한다. 4-3 문항은 간단한 수열의 극한값을 최고차항의 계수의 비를 이용하여 구할 수 있는지 평가한다.
출제의도	[문제3] ◦ 공간좌표와 공간도형을 이해하는지 평가한다. ◦ 공간좌표와 공간도형을 이해하고 이를 이용하여 주어진 문제가 좌표평면 위에서 그래프의 접선을 구하는 문제임을 이해하고 해결할 수 있는지 평가한다. [문제4] ◦ 좌표공간에서 주어진 두 평면의 교선을 계산하고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가한다. ◦ 합의 법칙과 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 계산할 수 있는지 평가한다. ◦ 수열의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다.

교육과정 출제근거	[문제3] [개념] 공간도형과 공간좌표, 부등식의 영역, 접선의 방정식, 삼각함수의 미분 《기하와 벡터》 - 다. 공간도형과 공간벡터 - 2) 공간좌표 《미적분 II》 - 나. 삼각함수 - 2) 삼각함수의 미분 《미적분 II》 - 다. 미분법 - 2) 도함수의 활용 [문제4] [개념] 두 평면의 교선, 합의 법칙과 곱의 법칙, 수열의 극한값 《기하와 벡터》 - 다. 공간도형과 공간벡터 - 3) 공간벡터 《확률과 통계》 - 가. 순열과 조합 - 1) 경우의 수 《미적분 I》 - 가. 수열의 극한 - 1) 수열의 극한
자료출처	황선욱 외, 《미적분 II》, 좋은책 신사고, 113-114쪽 우정호 외, 《미적분 II》, 동아출판, 150-152쪽 신항균 외, 《미적분 I》, 지학사, 17-20쪽 우정호 외, 《미적분 I》, 동아출판, 18-23쪽 황선욱 외, 《확률과 통계》, 좋은책 신사고, 12-15쪽 이준열 외, 《확률과 통계》, 천재교육, 12-14쪽 우정호 외, 《기하와 벡터》, 동아출판, 218-227쪽 정상권 외, 《기하와 벡터》, 금성출판사, 177-184쪽

[수학(자연)]

문제 1. 집합 $A = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$, $B = \{b \mid b$ 는 $-5 \le b \le 5$ 인 정수$\}$에 대하여 좌표평면 위의 직선들이 아래와 같이 주어져 있다.

$$ax + y + b = 0 \ \ (a \in A,\ b \in B)$$

1-1. 위의 직선들은 평면을 몇 개의 영역으로 나누는가?

1-2. 두 점 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$에 대하여 부등식

$$(ax_1 + y_1 + b)(ax_2 + y_2 + b) < 0$$

을 만족하는 순서쌍 (a, b)의 개수를 $n(P, Q)$라고 하자. (단, $a \in A$, $b \in B$) 원점 $O(0, 0)$에 대하여

$$n(P, O) \le 1$$

을 만족하는 점 P의 집합을 좌표평면 위에 표시하고, 그 넓이를 구하시오.

1-3. 원점 O에서 거리가 r인 적어도 하나의 점 P에 대하여

$$n(P, O) \ge 3$$

이 성립하기 위한 r의 범위를 구하시오.

오전

활용 모집단위	[문제1-1, 1-2] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과, 공과대학 농업생명과학대학 조경ㆍ지역시스템공학부, 사범대학 수학교육과 [문제1-3] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과, 사범대학 수학교육과
문항해설	직선은 평면 및 공간의 성질을 이해하는데 필요한 가장 기본적인 도형이고, 다양한 함수들의 성질을 이해하는데 필요한 가장 기본적인 함수인 일차 함수의 그래프로 나타난다. 본 문항에서는 좌표평면 위의 직선을 방정식으로 표현하고 직선들의 위치관계를 이해하고 있는지, 직선들을 이용한 부등식의 영역의 의미를 이해하고 있는지, 점과 직선과의 거리를 구할 수 있는지, 풀이과정을 논리적이고 창의적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.
출제의도	◦ 직선의 방정식과 두 직선의 평행 조건을 이해하는지 평가함 ◦ 부등식의 영역의 의미를 이해하는지 평가함 ◦ 두 점 사이의 거리를 이용한 문제해결 능력을 평가함
교육과정 출제근거	[개념] 직선의 방정식, 부등식의 영역, 두 점 사이의 거리 《수학Ⅰ》 - 다. 도형의 방정식 - 2) 직선의 방정식 《수학Ⅰ》 - 다. 도형의 방정식 - 5) 부등식의 영역
자료출처	정상권 외,《수학Ⅰ》, 금성출판사, 147-154, 156-158, 192-197쪽 이강섭 외,《수학Ⅰ》, 미래엔, 153-162, 164-167, 203-210쪽

문제 2. 동전을 n번 던지는 시행을 통해, 정의역이 $[0, n]$인 함수 f를 다음과 같이 정의한다.

Ⅰ. $f(0)=0$

Ⅱ. $k=1, 2, \cdots, n$일 때, 구간 $(k-1,\ k]$에서

$$f(x)=\begin{cases} x-k+1+f(k-1) & (k\text{번째 시행에서 앞면이 나오는 경우}) \\ f(k-1) & (k\text{번째 시행에서 뒷면이 나오는 경우}) \end{cases}$$

함수 f의 정적분 $\int_0^n f(x)dx$의 값을 확률변수 X라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

2-1. $n=6$일 때, 동전이 앞면, 뒷면, 앞면, 뒷면, 앞면, 앞면의 순서로 나온 경우 확률변수 X의 값을 구하시오.

2-2. 확률변수 X가 가질 수 있는 값의 집합을 S_n이라고 할 때 S_n과 S_{n+1} 사이에 다음 관계

$$S_{n+1}=S_n \cup \left\{ s+\frac{2n+1}{2} \,\middle|\, s \in S_n \right\}$$

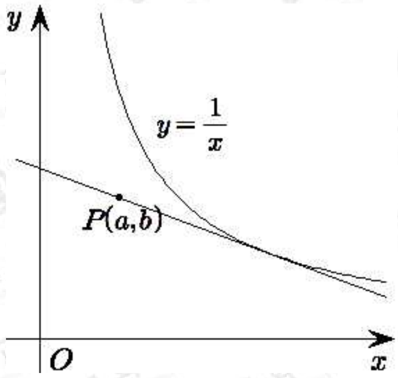
가 성립함을 보이고, S_6의 원소의 개수를 구하시오.

2-3. 확률변수 X의 기댓값을 E_n이라고 할 때 E_{11}의 값을 구하시오.

오전

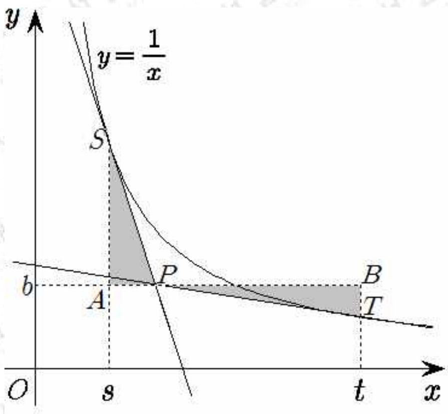
활용 모집단위	[문제2-1, 2-2, 2-3] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과 사범대학 수학교육과
문항해설	확률과 통계는 현대 사회의 다양한 현상을 이해하는 데 필수적이며, 사회 문제에 대한 주요 정책 결정 및 금융 경제 관련 문제에 중요하게 활용되고 있다. 본 문항은 확률과 통계를 다루고 있다. 본 문항에서는 시행, 사건, 확률변수의 뜻을 이해하는지, 수학적 귀납법의 원리를 이해하고 있는지, 수열의 귀납적 정의를 이해하고 이산확률 변수의 기댓값을 구할 수 있는지를 평가한다.
출제의도	◦ 시행, 사건, 확률변수의 뜻을 이해하고 있는지를 평가함 ◦ 수학적 귀납법의 원리를 이해하고 있는지를 평가함 ◦ 수열의 귀납적 정의를 이해하고 이산확률변수의 기댓값을 구할 수 있는지를 평가함
교육과정 출제근거	[개념] 시행, 사건, 확률변수, 수학적 귀납법, 수열의 귀납적 정의, 이산확률변수의 기댓값 《수학Ⅱ》 - 다. 수열 - 3) 수학적 귀납법 《확률과 통계》 - 다. 통계 - 1) 확률분포 《미적분Ⅱ》 - 라. 적분법 - 1) 여러 가지 적분법
자료출처	김원경 외, 《수학Ⅱ》, 비상교육, 140-143쪽 황선욱 외, 《수학Ⅱ》, 좋은책 신사고, 128-134쪽 이준열 외, 《확률과 통계》, 천재교육, 136-146쪽 황선욱 외, 《확률과 통계》, 좋은책 신사고, 98-105쪽 정상권 외, 《미적분Ⅱ》, 금성출판사, 162-166, 181-184쪽 이준열 외, 《미적분Ⅱ》, 천재교육, 170-175쪽

문제 3. 좌표평면 상의 점 $P(a,b)$에서 정의역이 $\{x|x>0\}$인 함수 $y=\dfrac{1}{x}$의 그래프에 접선을 그리자.



3-1. 두 개의 접선을 그릴 수 있는 점 P의 집합에 대해 설명하시오.

3-2. 점 P에서 두 개의 접선을 그릴 수 있다고 할 때 두 접점을 각각 $S\left(s,\dfrac{1}{s}\right)$, $T\left(t,\dfrac{1}{t}\right)$ $(0<s<t)$라고 하자. 점 P를 지나면서 x축에 평행한 직선과 각 접점을 지나면서 y축에 평행한 직선이 만나는 점을 각각 A,B라 할 때, 삼각형 SAP의 넓이와 삼각형 PBT의 넓이의 차를 구하시오.



3-3. 문제 2-2에서 그린 두 접선과 함수 $y=\frac{1}{x}$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 $I(P)$라고 하자. 이때

$$I(P)=\int_{s}^{t}\left(\frac{1}{x}-C\right)dx$$

를 만족하는 상수 C를 a, b를 사용하여 나타내시오.

3-4. 두 양수 a, b가 $ab=\frac{3}{4}$을 만족할 때, $I(P)$의 값을 구하시오.

오전

활용 모집단위	[문제 3-1, 3-4] 공과대학, 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부 [문제 3-2, 3-3] 공과대학, 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부, 자유전공학부
문항해설	본 문제의 핵심은 곡선에 접하는 접선의 방정식을 미분을 이용하여 구할 수 있고 근과 계수와의 관계를 이용하여 좌표평면 상에 주어진 도형 사이의 관계를 계산할 수 있는가이다. 특히, 함수 $y=\dfrac{1}{x}$의 그래프의 접선의 방정식을 구할 수 있고, 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이해하고 있는지를 평가한다. 또한 정적분의 정의를 이해하고 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가한다. 이를 위하여 여러 가지 함수의 정적분을 구할 수 있는지 평가한다.
출제의도	◦ 함수 $y=\dfrac{1}{x}$의 그래프의 접선의 방정식을 구할 수 있고 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이해하고 있는지를 평가함 ◦ 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이해하는지를 평가함 ◦ 정적분의 정의를 이해하고 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가함 ◦ 여러 가지 함수의 정적분을 구할 수 있는지를 평가함
교육과정 출제근거	[개념] 접선, 이차방정식, 정적분, 넓이 《수학 I》- 나. 방정식과 부등식 - 1) 복소수와 이차방정식 《미적분 II》- 다. 미분법 - 2) 도함수의 활용 《미적분 II》- 라. 적분법 - 1) 여러 가지 적분법 《미적분 II》- 라. 적분법 - 2) 정적분의 활용
자료출처	정상권 외,《수학 I》, 금성출판사, 63-70쪽 이강섭 외,《수학 I》, 미래엔, 66-69, 71-75쪽 정상권 외,《미적분 II》, 금성출판사, 129-131, 162-166, 181-184, 191-193쪽 이준열 외,《미적분 II》, 천재교육, 142-144, 170-175, 194-196쪽

문제 7. 수열 $\{a_n\}$을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = (2+\sqrt{5})^n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

7-1. 다음 조건을 만족하는 실수 r이 단 하나 존재함을 보이시오.

모든 자연수 n에 대하여 $a_n + r^n$은 짝수인 정수이다.

7-2. 다음 수열의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하는 경우 그 극한값을 구하시오.

$$\left\{ \cos\left(a_n \pi + \frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

오전

활용 모집단위	[문제7-1, 7-2] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과 공과대학 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부 사범대학 수학교육과
문항해설	이항정리와 함수의 연속성에 대한 이해와 지원자의 논리적 사고력, 창의적 문제 해결 능력을 평가함
출제의도	[문제7-1] 이항정리를 이해하는지 평가함 [문제7-2] 함수의 연속성을 활용하여 수열의 극한값을 구할 수 있는지 평가함
교육과정 출제근거	[개념] 이항정리, 수열의 귀납적 정의 《확률과 통계》- Ⅰ.순열과 조합 - 2.3 이항정리 《수학Ⅱ》- Ⅲ.수열 - 2.2 수학적 귀납법 《미적분Ⅰ》- Ⅰ.수열의 극한 - 1.1 수열의 수렴과 발산 《미적분Ⅰ》- Ⅰ.수열의 극한 - 1.2 극한값의 계산
자료출처	김원경 외,《수학Ⅱ》, 비상교육, 137-143쪽 김창동 외,《수학Ⅱ》, 교학사, 145-147쪽 이준열 외,《미적분Ⅰ》, 신사고, 12-22쪽 류희찬 외,《미적분Ⅰ》, 천재교육, 14-17쪽 김원경 외,《확률과 통계》, 비상교육, 40-44쪽 황선욱 외,《확률과 통계》, 신사고, 38-41쪽

문제 8. 함수 $f(x)$는 집합 $\{x \mid x \geq 0\}$에서 정의된 연속함수이며 $f(0)=0$을 만족한다. 0 이상의 실수 x에 대하여 함수 f의 $\{t \mid 0 \leq t \leq x\}$에서의 최솟값을 $f_0(x)$라고 하자. 또 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$인 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x)=f(x)-f_0(x)$$

예를 들어, $f(x) = -\sin(2\pi x)$이면, $f_0\left(\frac{1}{2}\right) = -1$이고 $g\left(\frac{1}{2}\right) = 1$이다.

8-1. 함수 $f(x) = -\sin(2\pi x)$에 대하여 곡선 $y=g(x)$와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

8-2. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x+2k & (3k \leq x \leq 3k+2) \\ x-4k-4 & (3k+2 \leq x \leq 3k+3) \end{cases} \qquad (k=0,1,2,\cdots)$$

에 대하여 함숫값 $g(2017)$과 정적분 $\int_0^{2017} g(x)\,dx$의 값을 구하시오.

8-3. 정의역의 모든 x에 대하여 $g(x)=x$인 함수 $f(x)$를 모두 구하시오.

8-4. 정의역의 모든 x에 대하여 $g(x)=x$인 함수 $f(x)$는 $f(x)=x$밖에 없음을 보이시오.

오전

활용 모집단위	[문제 8-1, 8-2, 8-3] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과 사범대학 수학교육과 [문제 8-1, 8-2, 8-4] 공과대학 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부
문항해설	함수와 정적분, 연속함수의 최대최소 정리 등을 활용한 문항으로 문제해결 과정에서 드러나는 지원자의 논리적 사고력과 창의적 문제 해결 능력을 파악하기 위한 문항임
출제의도	함수를 이해하고 그래프를 그릴 수 있으며, 정적분을 이용하여 영역의 넓이를 구할 수 있는지 평가함 [문제8-1] 정적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지 평가함 [문제8-2] 함수를 이해하고 정적분의 뜻을 아는지 평가함 [문제8-3, 8-4] 연속함수의 최대최소 정리를 응용할 수 있는지 평가함
교육과정 출제근거	[개념] 여러 가지 함수, 정적분 《수학Ⅱ》- Ⅱ.함수 - 1.1 함수의 뜻과 그래프 《미적분Ⅱ》- Ⅳ.적분법 - 2.1 넓이 《미적분Ⅰ》- Ⅱ.함수의 극한과 연속 - 2.2 연속함수의 성질
자료출처	김원경 외,《수학Ⅱ》, 비상교육, 63-70쪽 김창동 외,《수학Ⅱ》, 교학사, 67-72쪽 김원경 외,《미적분Ⅰ》, 비상교육, 66-70쪽 이준열 외,《미적분Ⅰ》, 천재교육, 83-89쪽 이준열 외,《미적분Ⅱ》, 천재교육, 194-196쪽 신항균 외,《미적분Ⅱ》, 지학사, 174-180쪽

문제 9. 다음 경우의 수를 구하시오.

9-1. 9개의 좌석이 일렬로 배치되어 있는 롤러코스터에 3명의 학생을 다음의 조건 (*)를 만족하도록 태우는 경우의 수를 구하시오.

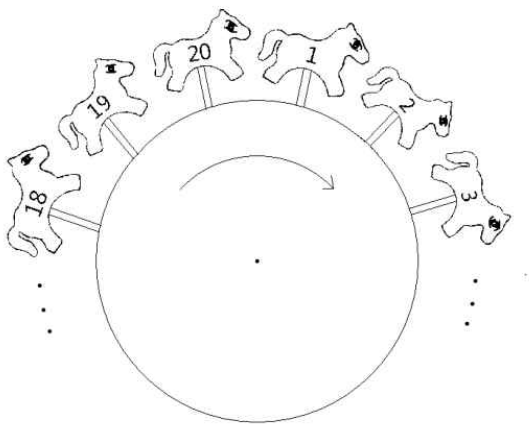
(*) 연이은 두 좌석에 학생이 앉은 경우에는 앞좌석에 앉은 학생의 키가 더 작다.

단, 3명이 모두 탑승하며, 어느 두 명의 학생도 키가 같지 않다고 가정한다.

9-2. m이 n보다 큰 자연수일 때, m개의 좌석이 일렬로 배치되어 있는 롤러코스터에 n명의 학생을 문제 3-1에서의 조건 (*)를 만족하도록 태우는 경우의 수를 구하시오. 단, n명이 모두 탑승하며, 어느 두 명의 학생도 키가 같지 않다고 가정한다.

9-3. 시계 방향으로 도는 회전목마가 있고, 이 회전목마에는 20개의 목마가 회전 방향으로 머리를 향하고 있다. 각 목마에는 시계 방향으로 1번부터 20번까지의 번호가 매겨져 있다. 다섯 쌍의 부부가 아래의 조건을 만족하면서 회전목마에 타는 경우의 수를 구하시오. 단, 열 명 모두가 탑승하며, 한 목마에는 한 명씩만 탄다.

가) 부부인 남녀가 탄 목마 번호의 합은 21이다.
나) 연이은 목마에 탄 두 명의 성별이 다른 경우, 여자의 앞에 남자가 탄다.
다) 연이은 목마에 탄 두 명이 남자인 경우, 키 큰 사람이 탄 목마 앞에 키 작은 사람이 탄다. 단, 어느 두 남자의 키도 같지 않다고 가정한다.



오전

활용 모집단위	[문제9-1, 9-2] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과 공과대학 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부 사범대학 수학교육과
	[문제9-3] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과 사범대학 수학교육과
문항해설	경우의 수를 활용한 문항으로 문제해결 과정에서 드러나는 지원자의 논리적 사고력과 창의적 문제 해결 능력을 파악하기 위한 문항임
출제의도	경우의 수를 구할 수 있는지를 평가함 [문제9-1, 9-2] 곱의 법칙을 이해하는지 평가함 [문제9-3] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하는지 평가함
교육과정 출제근거	[개념] 경우의 수, 순열, 조합 《확률과 통계》- Ⅰ.순열과 조합
자료출처	김원경 외,《확률과 통계》, 비상교육, 11-44쪽 황선욱 외,《확률과 통계》, 신사고, 12-56쪽

문제 10. 좌표평면 위의 점 $P_1(a_1, b_1)$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 $P_2(a_2, b_2)$, 점 $P_1(a_1, b_1)$을 x축의 방향으로 실수 k만큼 평행이동한 점을 $P_3(a_3, b_3)$라고 하자. 점 $P_1(a_1, b_1)$, $P_2(a_2, b_2)$, $P_3(a_3, b_3)$의 좌표를 각각 일차항의 계수와 상수항으로 갖는 세 개의 이차방정식

$$\begin{aligned}(\mathrm{I}) &: \quad x^2+a_1x+b_1=0 \\ (\mathrm{II}) &: \quad x^2+a_2x+b_2=0 \\ (\mathrm{III}) &: \quad x^2+a_3x+b_3=0\end{aligned}$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

10-1. 좌표평면에서 점 $P_1(a_1, b_1)$이 움직임에 따라 방정식 (I), (II)는 서로 다른 두 실근을 가질 수도 있고 갖지 않을 수도 있다. 점 $P_1(a_1, b_1)$이 (I)과 (II) 중 어느 하나의 방정식도 서로 다른 두 실근을 갖지 않도록 하는 영역에서 움직일 때, 두 점 $P_1(a_1, b_1)$, $P_2(a_2, b_2)$ 사이의 거리의 최댓값을 구하시오.

10-2. 좌표평면 위의 모든 점 $P_1(a_1, b_1)$에 대하여 (I), (II), (III) 중 적어도 하나의 방정식은 실근을 갖기 위한 k의 값의 범위를 구하시오.

문제 11. 함수 $f(x)$는 집합 $\{x \mid x \geq 0\}$에서 정의된 연속함수이며 $f(0)=0$을 만족한다. 0 이상의 실수 x에 대하여 함수 f의 $\{t \mid 0 \leq t \leq x\}$에서의 최솟값을 $f_0(x)$라고 하자. 또 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$인 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x)=f(x)-f_0(x)$$

예를 들어, $f(x) = -\sin(2\pi x)$이면, $f_0\left(\frac{1}{2}\right) = -1$이고 $g\left(\frac{1}{2}\right) = 1$이다.

11-1. 함수 $f(x) = -\sin(2\pi x)$에 대하여 곡선 $y=g(x)$와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

11-2. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x+2k & (3k \leq x \leq 3k+2) \\ x-4k-4 & (3k+2 \leq x \leq 3k+3) \end{cases} \qquad (k=0,1,2,\cdots)$$

에 대하여 함숫값 $g(2017)$과 정적분 $\int_0^{2017} g(x)\,dx$ 의 값을 구하시오.

오전

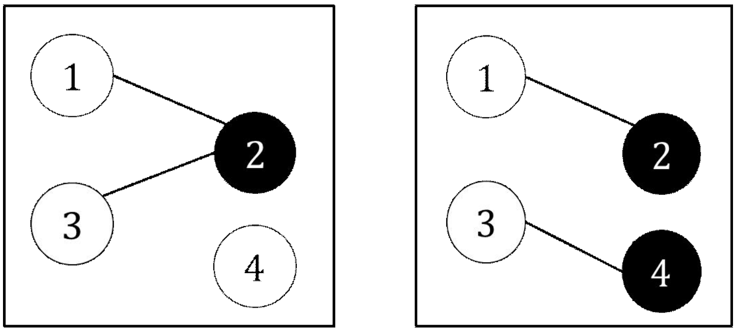
활용 모집단위	[문제 10-1, 10-2, 11-1, 11-2] 농업생명과학대학 바이오시스템·소재학부 [문제 11-1, 11-2] 자유전공학부(수학2)
문항해설	이차방정식의 판별식과 부등식의 영역, 도함수를 활용한 문항으로 문제해결 과정에서 드러나는 지원자의 논리적 사고력과 창의적 문제 해결 능력을 파악하기 위한 문항임
출제의도	[문제10] 이차방정식의 판별식을 이해하고 부등식의 영역을 좌표평면에 나타낸 후 최대, 최소를 구할 수 있는지 평가함 [10-1] 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있는지 평가함 [10-2] 도함수를 활용하여 함수의 최대, 최소를 구할 수 있는지 평가함 [문제11] 함수를 이해하고 그래프를 그릴 수 있으며, 정적분을 이용하여 영역의 넓이를 구할 수 있는지 평가함 [11-1] 정적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지 평가함 [11-2] 함수를 이해하고 정적분의 뜻을 아는지 평가함
교육과정 출제근거	[문제10] [개념] 이차방정식의 판별식, 부등식의 영역 《수학Ⅰ》- Ⅱ. 방정식과 부등식 - 1.2 이차방정식의 판별식 《수학Ⅰ》- Ⅳ. 도형의 이동과 부등식의 영역 - 2.2 부등식의 영역에서의 최대, 최소 [문제11] [개념] 여러 가지 함수, 정적분 《수학Ⅱ》- Ⅱ. 함수 - 1.1 함수의 뜻과 그래프 《미적분Ⅱ》- Ⅳ. 적분법 - 2.1 넓이
자료출처	김원경 외, 《수학Ⅰ》, 비상교육, 54-61쪽 이준열 외, 《수학Ⅰ》, 천재교육, 218-222쪽 김원경 외, 《수학Ⅱ》, 비상교육, 63-70쪽 김창동 외, 《수학Ⅱ》, 교학사, 67-72쪽 이준열 외, 《미적분Ⅱ》, 천재교육, 194-196쪽 신항균 외, 《미적분Ⅱ》, 지학사, 174-180쪽

※ 시작 전 반드시 쪽 번호를 확인하시오.

문제 1. 1 부터 n 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 n 개의 공과, k 개의 줄이 있다. (단, 줄은 구분하지 않는다.) 각각의 공을 검정색 또는 흰색으로 색칠하고 줄을 모두 이용하여 아래의 조건을 만족하도록 공들을 연결하는 경우의 수를 $a_{n,k}$ 라고 하자.

(i) 각각의 줄은 서로 다른 색깔의 한 쌍의 공만 연결한다.
(ii) 한 쌍의 공 사이에는 기껏해야 한 개의 줄만 연결된다.

예를 들어, $n=4,\ k=2$ 일 때는 아래와 같은 경우를 포함한다.



1-1. 경우의 수 $a_{n,k}$ 를 구하는 식을 찾으시오.

1-2. 문제 1-1 에서 구한 $a_{n,k}$ 개의 경우 중에서, 어떠한 공에서 출발해도 적절한 줄들을 따라가면 다른 모든 공에 도착할 수 있는 경우의 수를 $b_{n,k}$ 라고 하자. 이 때, $b_{6,6}$ 을 구하시오.

문제 2. 직각삼각형 ABC (단, $\angle C = 90^\circ$)에서 $u = \overline{AC} / \overline{BC}$ 라고 하자. 삼각형 ABC 의 내부와 그 경계를 T 라 할 때, 삼각형 ABC 의 한 변에 중심이 있고 절반이 T 에 포함되는 원 중에서 가장 큰 것을 ω_1 이라고 하자. 이제 원 $\omega_1, \cdots, \omega_n$ 이 만들어졌을 때, 다음 세 가지 조건을 만족하도록 원 ω_{n+1} 을 만들자.

(i) ω_{n+1} 의 절반은 T 에 포함된다.

(ii) ω_{n+1} 과 ω_n 은 외접하고 각각의 중심은 삼각형 ABC 의 서로 다른 두 변 위에 있다.

(iii) 점 B 와 ω_n 의 중심을 이은 선분은 ω_{n+1} 과 만난다.

이렇게 만들어진 원 $\omega_1, \omega_2, \cdots$ 에 대하여, 원 ω_n 의 반지름을 r_n 이라고 하자.

2-1. $r_1 / \overline{BC}$ 를 u 에 대한 식으로 표현하시오.

2-2. 모든 양의 정수 n 에 대하여

$$\frac{r_n}{r_{n+1}} + \frac{r_{n+1}}{r_n}$$

을 u 에 대한 식으로 표현하시오.

2-3. T 에는 포함되나 어떠한 $n = 1, 2, \cdots$ 에 대해서도 원 ω_n 의 내부에는 포함되지 않는 점들로 이루어진 영역을 X 라고 하자. u 의 값이 주어졌을 때

$$A = \frac{(X\text{의 넓이})}{(T\text{의 넓이})}$$

의 값을 계산할 수 있는 방법을 설명하시오.

문제 3. 1 보다 큰 유리수 x 가

$$x = b_1 - \cfrac{1}{b_2 - \cfrac{1}{\ddots \cfrac{1}{b_{s-1} - \cfrac{1}{b_s}}}}$$ (단, $b_1, \cdots, b_s$ 는 1 보다 큰 자연수이다.)

로 표현되면, $x = \langle b_1, b_2, \cdots, b_s \rangle$로 나타내고 $\langle b_1, b_2, \cdots, b_s \rangle$를 x 의 계단식 이라고 하자.

예를 들어, $\dfrac{25}{9} = 3 - \cfrac{1}{5 - \cfrac{1}{2}}$ 이므로 $\dfrac{25}{9}$ 의 계단식은 $\langle 3, 5, 2 \rangle$ 이다.

3-1. 자연수 $p > q$ 에 대하여 $\dfrac{p}{q}$ 의 계단식 $\langle b_1, b_2, \cdots, b_s \rangle$ 가 존재함을 보이시오.

3-2. 1 보다 큰 자연수 p 에 대하여 $\dfrac{p^2}{p-1}$ 의 계단식을 구하시오.

3-3. 문제 1-2 에서 구한 $\dfrac{p^2}{p-1}$ 의 계단식 $\langle b_1, b_2, \cdots, b_s \rangle$ 에 대하여,

유리수 $q_0, q_1, q_2, \cdots, q_{s+1}$ 이 다음 조건을 만족한다고 하자.

(i) $q_0 = 2,\ q_{s+1} = 1$

(ii) $q_{i-1} + q_{i+1} = b_i q_i \ (1 \le i \le s)$

이 때, q_1 을 구하시오.

문제 4. 다음 부등식을 만족하는 좌표평면의 점 (x, y)로 이루어진 집합을 X라고 하자.

$$y \le 2x,\quad x \ge 1,\quad y \ge -x+2,\quad y \ge -1$$

4-1. 점 Q가 X에서 움직일 때, $\overline{OQ}$의 최솟값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

4-2. 점 (a, b)가 X에서 움직일 때 $\left|\dfrac{ax-by}{\sqrt{x^2+y^2}}\right|$의 최솟값을 $f(x, y)$라고 하자. (단, $(x,\ y) \ne (0,\ 0)$이다.) 점 (x, y)가 원점을 제외한 좌표평면 위에서 움직일 때 $f(x, y)$의 최댓값을 구하시오.

문제 5. 집합 $S = \{1, -1, i, -i\}$가 있다고 하자. 원탁에 n명의 학생들이 각각 한 장의 빈 종이를 들고 같은 간격으로 둘러앉아 있다. 그리고 학생들이 각자 S에서 원소 하나를 골라 자신이 가지고 있는 종이에 썼다. (단, $i = \sqrt{-1}$을 뜻한다.)

5-1. 어떠한 이웃한 두 학생이 쓴 수의 합도 0이 되지 않는 경우의 수를 구하시오. (예를 들어 $n = 5$일 때, 아래 그림 (i)과 (ii)는 허용되지만 그림 (iii)은 허용되지 않는다.)

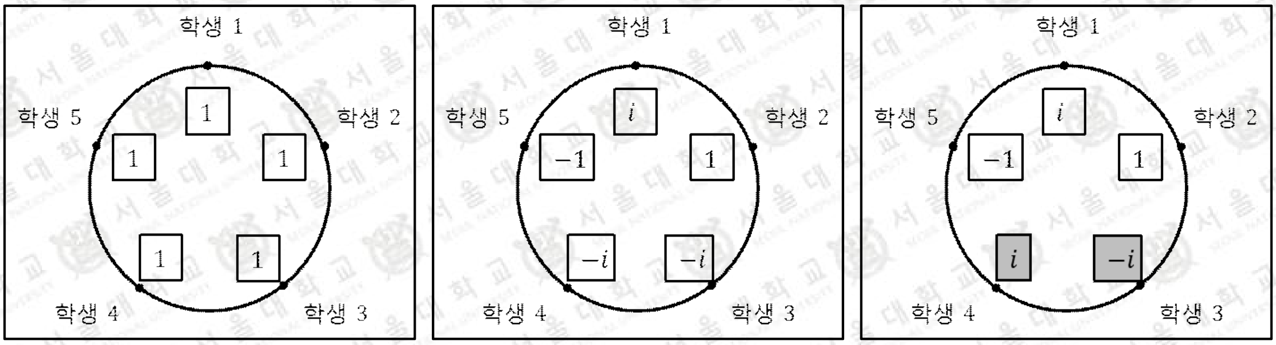


그림 (i) 그림 (ii) 그림 (iii)

5-2. 학생들이 문제 1-1의 조건을 만족하도록 원소들을 썼다고 하자. 각 $x \in S$에 대하여 A_x와 B_x를 다음과 같이 정의하자.

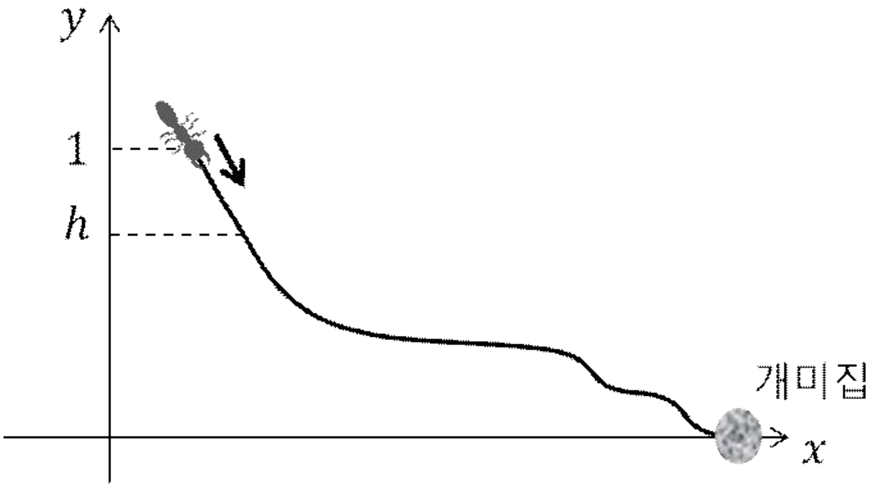
(i) 자신의 오른쪽에 있는 학생은 ix를, 자신은 x를 쓴 학생의 수는 A_x이다.

(ii) 자신의 왼쪽에 있는 학생은 ix를, 자신은 x를 쓴 학생의 수는 B_x이다.

이 때, 다음 관계식이 성립함을 보이시오.

$$A_1 - B_1 = A_{-1} - B_{-1} = A_i - B_i = A_{-i} - B_{-i}$$

문제 6.



위 그림과 같이 좌표평면 위의 곡선을 따라 개미가 집으로 가고 있다. 이 곡선은 x 에 대해 미분가능한 감소함수의 그래프이며 x 축과 한 점(개미집)에서 만난다. 개미는 시각 $t=0$ 일 때 곡선의 y 좌표가 1 인 점에서 집을 향해 이동하기 시작하고, 집에 도착할 때까지 멈추지 않는다. 개미의 y 좌표가 h 인 점에서 집까지 곡선의 길이를 $S(h)$ 라고 하자.

6. 시각 $t>0$ 일 때 개미의 y 좌표 $y(t)$ 는 미분가능하며, $s(t)=(S\circ y)(t)$ 라고 하자. 개미의 운동에너지를 계산한 결과, 개미가 집에 도착할 때까지 다음 등식

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = y(t)^2 - 3y(t) + 2$$

가 성립한다는 것을 알게 되었다.

$$A(\alpha,\beta)=\int_{\alpha}^{\beta} S(1-y)\frac{2y+1}{(y^2+y)^{3/2}}\,dy$$

일 때, 개미가 $y=\dfrac{1}{3}$ 인 위치에서부터 집에 도착할 때까지 걸리는 시간을 $S(h)$ 와 $A(\alpha,\beta)$ 의 함숫값으로 나타내시오.

활용 모집단위	활용 문항
사회과학대학 경제학부(오전), 경영대학, 농업생명과학대학 농경제사회학부 생활과학대학(소비자아동학부, 의류학과), 자유전공학부(수학1-오전)	[문제 1], [문제 2]
사회과학대학 경제학부(오후), 자유전공학부(수학 1-오후)	[문제 3], [문제 4]
자연과학대학(수리과학부, 통계학과), 공과대학, 사범대학 수학교육과	[문제 2], [문제 5], [문제 6]
농업생명과학대학(조경 · 지역시스템공학부, 바이오시스템 · 소재학부), 자유전공학부(수학 2)	[문제 2], [문제 5]

1.

[출제의도] 고교 교과과정에서 배우는 경우의 수에 관한 계산 능력 평가

[개념] 경우의 수의 합의 법칙과 곱의 법칙 및 조합

[출처] 김해경 외, "Ⅳ. 순열과 조합, 1-1. 경우의 수", 《고등학교 수학》, 더텍스트, 156쪽.
신항균 외, "Ⅷ. 순열과 조합, 1-(1) 경우의 수",《고등학교 수학》, 지학사, 288쪽.
신항균 외, "Ⅷ. 순열과 조합, 1-(3) 조합",《고등학교 수학》, 지학사, 297쪽.
허민 외, "Ⅶ. 순열과 조합, 1-1. 경우의 수",《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 303쪽.
허민 외, "Ⅶ. 순열과 조합, 1-3. 조합",《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 313쪽.

2-1, 2-2.

[출제의도] 삼각함수의 성질, 무한등비급수의 합, 외접하는 원의 성질을 이해하고 있는지 평가

[개념] 도형의 닮음, 삼각형의 내접원

[출처] 강신덕 외, "Ⅷ. 도형의 닮음, 2-3. 닮음의 응용", 《중학교 수학 2》, 교학사, 235쪽.
강신덕 외, "Ⅴ. 피타고라스의 정리, 2-1. 평면도형에의 활용", 《중학교 수학 3》, 교학사, 129쪽.
강신덕 외, "Ⅵ. 삼각비, 2-1. 길이 구하기", 《중학교 수학 3》, 교학사, 153쪽.
신항균 외, "Ⅲ. 식의 계산, 1-(1) 다항식의 사칙연산", 《고등학교 수학》, 지학사, 64쪽.
신항균 외, "Ⅲ. 식의 계산, 2-(2) 무리식과 그 계산", 《고등학교 수학》, 지학사, 93쪽.
허민 외, "Ⅱ. 식과 연산, 1-1. 다항식과 그 연산", 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 53쪽.
허민 외, "Ⅴ. 함수, 3-2. 무리함수", 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 244쪽.

2-3.

[출제의도] 삼각함수의 성질, 무한등비급수의 합, 외접하는 원의 성질을 이해하고 있는지 평가

[개념] 도형의 닮음, 등비수열, 무한등비급수

[출처] 이동원 외, "Ⅴ. 수열의 극한, 2-2. 무한등비급수", 《수학 Ⅰ》, 법문사, 177쪽.
황석근 외, "Ⅴ. 수열의 극한, 2-2. 무한등비급수의 합", 《수학 Ⅰ》, 교학사, 168쪽.

3-1.

[출제의도] 자연수의 나눗셈에 대한 기본적인 성질을 이해하는지에 대한 평가

[개념] 자연수의 성질

[출처] 강신덕 외, “Ⅱ. 정수와 유리수, 2-3. 유리수의 사칙계산”, 《중학교 수학 1》, 교학사 79쪽.
신항균 외, “Ⅲ. 식의 계산, 2-(1) 유리식과 그 계산, 《고등학교 수학》, 지학사, 88쪽.
허민 외, “Ⅱ. 식과 연산, 2-1. 유리식” 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 76쪽.

3-2.

[출제의도] 자연수의 나눗셈에 대한 기본적인 성질을 이해하는지에 대한 평가

[개념] 다항식과 그 연산

[출처] 김해경 외, “Ⅱ. 식의 계산, 1-1. 다항식과 그 연산”, 《고등학교 수학》, 더텍스트, 68쪽.
신항균 외, “Ⅲ. 식의 계산, 1-(1) 다항식의 사칙연산, 《고등학교 수학》, 지학사, 64쪽.
허민 외, “Ⅱ. 식과 연산, 1-1. 다항식과 그 연산” 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 53쪽.

3-3.

[출제의도] 점화식 수열 또는 행렬 계산 능력 평가

[개념] 여러 가지 수열, 행렬의 곱셈

[출처] 최용준 외, “Ⅲ. 수열, 6-2. 계차수열”, 《수학Ⅰ》, 천재교육, 147쪽.
황석근 외, “Ⅳ. 수열, 2-2. 여러 가지 수열”, 《수학Ⅰ》, 교학사, 127쪽.
김해경 외, “Ⅲ. 수열, 2-2. 계차수열”, 《수학Ⅰ》, 더텍스트, 139쪽.
김해경 외, “Ⅰ. 행렬, 1-3. 행렬의 곱셈”, 《수학Ⅰ》, 더텍스트, 20쪽.
이강섭 외, “Ⅰ. 행렬과 그래프, 1. 행렬과 그 연산”, 《수학Ⅰ》, 지학사, 12쪽.

4-1.

[출제의도] 부등식의 영역을 이해하고, 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있는지를 평가

[개념] 부등식의 영역의 활용, 두 점 사이의 거리

[출처] 김해경 외, “Ⅴ. 좌표와 도형, 1-1. 두 점 사이의 거리”, 《고등학교 수학》, 더텍스트, 180쪽.
김해경 외, “Ⅴ. 좌표와 도형, 5-2. 부등식의 영역의 활용”, 《고등학교 수학》, 더텍스트, 238쪽.
신항균 외, “Ⅴ. 도형의 방정식, 1-(1). 두 점 사이의 거리”, 《고등학교 수학》, 지학사, 140쪽.
신항균 외, “Ⅴ. 도형의 방정식, 5-(2). 부등식의 영역에서의 최대, 최소”, 《고등학교 수학》, 지학사, 188쪽.

4-2.

[출제의도] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있고, 최댓값과 최솟값의 개념을 잘 이해하는지를 평가한다.

[개념] 점과 직선 사이의 거리

[출처] 김해경 외, “V. 좌표와 도형, 2-3. 점과 직선 사이의 거리”, 《고등학교 수학》, 더텍스트, 202쪽.
신항균 외, “V. 도형의 방정식, 2-(2) 두 직선의 평행과 수직”, 《고등학교 수학》, 지학사, 154쪽.
허민 외, “Ⅳ. 도형의 방정식, 2-3. 점과 직선 사이의 거리”, 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 158쪽.

5.

[출제의도] 고교 교과과정에서 배우는 경우의 수에 관한 계산 능력 평가

[개념] 중복순열, 계차수열

[출처] 계승혁 외, “II. 확률, 1-1 순열과 조합”, 《고등학교 적분과 통계》, 성지출판, 87쪽.
이준열 외, “II. 순열과 조합, 1 순열과 조합”, 《고등학교 적분과 통계》, 천재교육, 76쪽.
황석근 외, “IV. 수열, 02-2 여러 가지 수열”, 《고등학교 수학 I》, 교학사, 130쪽.
최용준 외, “III. 수열, 6-2 계차수열”, 《고등학교 수학 I》, 천재교육, 147쪽.

6.

[출제의도] 자연계열 교과과정에서 배우는 합성함수의 미분법, 역함수의 미분법, 곡선의 길이, 부분적분과 치환적분의 원리를 잘 이해하여 적용시킬 수 있는지를 평가

[개념] 합성함수의 미분, 역함수의 미분, 곡선의 길이, 부분적분, 치환적분

[출처] 정상권 외, “IV 미분법, 3-2 합성함수의 미분법”, 《고등학교 수학 II》, 교학사, 134쪽.
정상권 외, “IV 미분법, 3-3 음함수와 역함수의 미분법”, 《고등학교 수학 II》, 교학사, 137쪽.
이준열 외, “I 적분법, 1-2 치환적분법”, 《고등학교 적분과 통계》, 천재교육, 21쪽.
이준열 외, “I 적분법, 1-3 부분적분법”, 《고등학교 적분과 통계》, 천재교육, 25쪽.