

Instituto Politécnico Nacional
Centro de Investigación en Computación

Curso de Selección para Ingreso al Posgrado
Matemáticas para Ciencias de la Computación

Nombre completo: Galván López Marcos

Fecha de entrega: 23/05/2024

Tarea No. 1 Funciones

① Hallar la imagen de las siguientes funciones

- ① $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 1$

$$f = \{(x, 3x + 1) : x \in \mathbb{R}\}$$

Sea $y \in \mathbf{Im}(f)$

$$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = y$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 = y$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{y - 1}{3}$$

$$\mathbf{Im}(f) = \mathbf{Im}(3x + 1) = \{y \in \mathbb{R}\}$$

- ② $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$$f = \{(x, \sqrt{x^2 + 1}) : x \in \mathbb{R}\}$$

Sea $y \in \mathbf{Im}(f)$

$$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = y$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} = y$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{y^2 - 1}$$

$$\mathbf{Im}(f) = \mathbf{Im}(\sqrt{x^2 + 1}) = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 1 \wedge y \leq -1\}$$

- ③ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{10x}{x+5}$

$$f = \{(x, \sqrt{x^2 + 1}) : x \in \mathbb{R}\}$$

Sea $y \in \mathbf{Im}(f)$

$$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = y$$

$$\Leftrightarrow \frac{10x}{x+5} = y$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5y}{10 - y}$$

$$\mathbf{Im}(f) = \mathbf{Im}\left(\frac{10x}{x+5}\right) = \{y \in \mathbb{R} : y \neq 10\}$$

② Da un ejemplo de una función tal que: sea

- ① inyectiva y, no sobre

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad f(x) = 2x$$

- ② sobre y, no inyectiva

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x^2$$

- ③ inyectiva y, sobre

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = 3x - 7$$

- ④ no inyectiva y, no sobre

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \log(x) + 1$$