

1.1 Χρησιμότητα ψηφιακών φίλτρων και σύντομη θεωρητική ανάλυση

Στη συγκεκριμένη ενότητα θα γίνει μια σύντομη παρουσίαση της θεωρίας των ψηφιακών φίλτρων έχοντας υπόψιν μια δεδομένη εφαρμογή για καλύτερη κατανόηση των όσων παρουσιαστούν. Έστω ότι στην εφαρμογή αυτή, απαιτείται δειγματοληψία ενός μεγάλου πλήθους σημάτων από αισθητήρες θερμοκρασίας, υγρασίας, ηλιακής ακτινοβολίας, καθώς επίσης και από αισθητήρες ρεύματος και τάσης για την σωστή χαρτογράφηση της κατάστασης ενός φωτοβολταϊκού πάρκου. Επομένως, γίνεται αντιληπτό ότι τα δεδομένα που προορίζονται για επεξεργασία, ώστε να αναγνωριστούν έγκαιρα φαινόμενα, όπως το φαινόμενο PID και τα hotspots, θα πρέπει να είναι απαλλαγμένα από το θόρυβο, ώστε να διασφαλιστεί η ποιότητα των μετρήσεων. Ως θόρυβος θα μπορούσε να χαρακτηριστεί μια ανεπιθύμητη διαταραχή στο σήμα. Ένα φωτοβολταϊκό πάρκο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως θορυβώδες περιβάλλον, εξαιτίας της διακοπτικής λειτουργίας των ηλεκτρονικών μετατροπέων ισχύος (π.χ. αντιστροφέας) που βρίσκονται σε αυτό. Επίσης, σε εφαρμογές, όπως η συγκεκριμένη, όπου συνυπάρχουν αναλογικά ηλεκτρονικά μαζί με ασύρματες επικοινωνίες (RF signals), μπορεί να υπάρξει εισαγωγή θορύβου στα σήματα μέτρησης των αισθητήρων, κατά τις χρονικές στιγμές μετάδοσης, όπου ο πομπός απαιτεί μεγαλύτερα ποσά ισχύος και το ρεύμα που απαιτεί από την τροφοδοσία είναι συνήθως παλμικό. Άλλες πηγές θορύβου μπορεί να αποτελούν και ο θόρυβος που εισάγεται στο σήμα λόγω clock jitter στο ρολόι της μονάδας, η οποία εκτελεί τη δειγματοληψία στο μικροελεγκτή, καθώς και ο θόρυβος λόγω κβάντισης [1.5]. Τρόποι για να περιοριστεί ο θόρυβος που εισάγεται στα σήματα μέτρησης μιας διάταξης λόγω σχεδιασμού, περιγράφονται στο [1.6], αλλά παρόλα αυτά είναι αδύνατο να περιοριστούν οι εξωγενείς παράγοντες που τον προκαλούν.

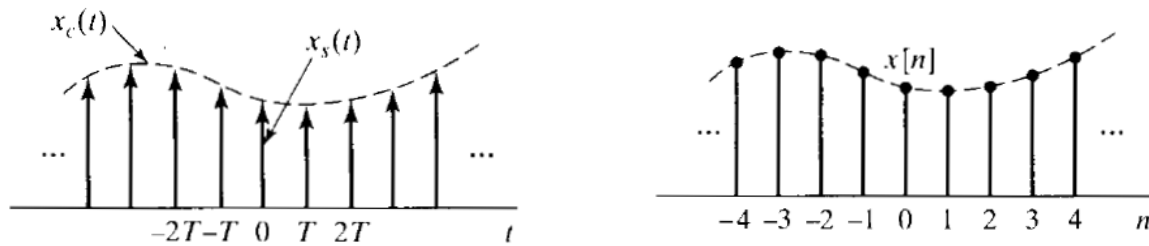
Λύση στο προαναφερθέν πρόβλημα δίνει το πεδίο της επεξεργασίας σημάτων. Τα παλαιότερα χρόνια η επεξεργασία ενός σήματος πραγματοποιούνταν κατά κύριο λόγο με αναλογικά ηλεκτρονικά, αλλά με την ανάπτυξη θεωρητικών εργαλείων, όπως είναι ο αλγόριθμος του γρήγορου μετασχηματισμού Fourier, σε συνδυασμό με τη ραγδαία ανάπτυξη των δυνατοτήτων των μικροεπεξεργαστών και την ταυτόχρονη μείωση του κόστους τους, η διαδικασία της επεξεργασίας σημάτων μεταφέρθηκε από το υλικό (hardware) στο λογισμικό (software), αναπτύσσοντας έτσι τον τομέα της ψηφιακής επεξεργασίας σημάτων [1.7]. Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν οι βασικές αρχές που χρησιμοποιούνται τόσο για το θεωρητικό σχεδιασμό όσο και για την υλοποίηση των ψηφιακών φίλτρων. Ακόμη, για την επιβεβαίωση της ορθής λειτουργίας τους πραγματοποιούνται εργαστηριακές μετρήσεις, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στη συνέχεια.

1.1.1 Μετατροπή του αναλογικού σήματος σε ψηφιακό - Δειγματοληψία

Μια θεμελιώδης πτυχή της ψηφιακής επεξεργασίας σημάτων είναι ότι βασίζεται σε επεξεργασία ακολουθιών από δείγματα. Γίνεται έτσι αμέσως αντιληπτό, ότι προκειμένου να μπορεί να γίνει η ψηφιακή επεξεργασία ενός σήματος θα πρέπει αυτό να αναπαρασταθεί σε ψηφιακή μορφή. Το προηγούμενο είναι πραγματοποιήσιμο μέσω δειγματοληψίας του αναλογικού σήματος με την μονάδα μετατροπής αναλογικού σε ψηφιακό σήμα (Analog to Digital Converter- ADC). Η μαθηματική σχέση που περιγράφει τη θεωρητική λειτουργία μια τέτοιας ιδανικής μονάδας είναι η σχέση 1.1.

$$x[n] = x_c(nT_s) \quad (1.1)$$

Στην (1.1) με $x[n]$ συμβολίζεται το n -οστό ψηφιακό δείγμα και με $x_c(nT_s)$ συμβολίζεται η τιμή του συνεχούς σήματος τη χρονική στιγμή nT_s , όπου T_s είναι η περίοδος δειγματοληψίας. Η αναπαράσταση της διαδικασίας της δειγματοληψίας γίνεται μέσω του πολλαπλασιασμού ενός "τρένου" κρουστικών συναρτήσεων με το συνεχές αναλογικό σήμα και τη μετέπειτα μετατροπή σε ακολουθία ψηφιακών δειγμάτων, όπως παρουσιάζεται στο Σχ.1.9. Με τη συγκεκριμένη αναπαράσταση διευκολύνεται η διαδικασία της ανάλυσης τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας μέσω του μετασχηματισμού Fourier [1.7].



Σχήμα 1.9: (α) ο πολλαπλασιασμός του αναλογικού σήματος με το τρένο κρουστικών συναρτήσεων και (β) η μετατροπή σε ακολουθία δειγμάτων διακριτού χρόνου [1.7]

Περαιτέρω μαθηματική ανάλυση για τη μετατροπή των αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά μπορεί να βρεθεί στη βιβλιογραφία [1.8], [1.9]. Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε ότι η επιλογή της περιόδου δειγματοληψίας καθορίζεται από την εκάστοτε εφαρμογή και η μη γνώση αυτής καθιστά αδύνατο το σχεδιασμό φίλτρων, καθώς και την ανακατασκευή του αρχικού αναλογικού σήματος που μετατράπηκε σε ψηφιακό. Κατά την επιλογή της συχνότητας δειγματοληψίας στην πράξη θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν το θεώρημα Nyquist, το οποίο ορίζει την ελάχιστη συχνότητα δειγματοληψίας που θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την ορθή δειγματοληψία ενός σήματος με περιορισμένο εύρος ζώνης. Το εύρος ζώνης στην πράξη περιορίζεται με τη χρήση απλών κατωδιαβατών φίλτρων πρώτης τάξης στο υλικό, όπως είναι τα φίλτρα με αντίσταση και πυκνωτή (first order RC filter) [1.8].

1.1.2 Αναπαράσταση του ψηφιακού σήματος στη συχνότητα

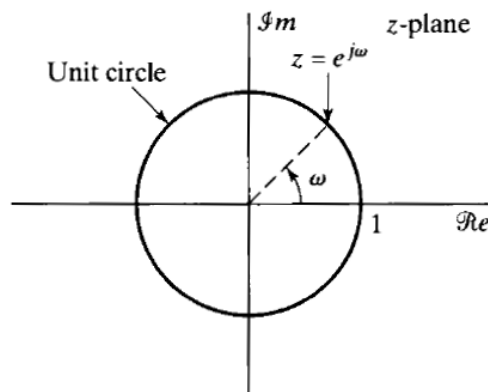
Βασικό εργαλείο στο σχεδιασμό ψηφιακών φίλτρων είναι η αναπαράσταση αυτών στο πεδίο της συχνότητας, ώστε μέσα από συγκεκριμένα διαγράμματα να γίνεται αμέσως εμφανές το ποσοστό εξασθένησης ή ενίσχυσης σε μια συγκεκριμένη συχνότητα ή σε ένα εύρος συχνοτήτων. Αυτό καθίσταται εύκολο με τη χρήση του μετασχηματισμού Fourier. Επειδή όμως, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως χρησιμοποιούνται ακολουθίες ψηφιακών δειγμάτων, ενδέχεται ο μετασχηματισμός Fourier ενός τέτοιου σήματος (σχέση (1.2)) να μην συγκλίνει για όλες τις ακολουθίες [1.7]. Εισάγεται έτσι μια γενίκευση του μετασχηματισμού Fourier, που περιλαμβάνει μια ευρύτερη κατηγορία σημάτων και ονομάζεται μετασχηματισμός Z.

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \quad (1.2)$$

Ο μετασχηματισμός Z μιας ακολουθίας n δειγμάτων δίνεται από τη σχέση (3).

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} \quad (1.3)$$

Ο μετασχηματισμός Fourier είναι μια συνάρτηση της μιγαδικής μεταβλητής z, η οποία περιγράφεται από τη σχέση (1.4) σε πολικές συντεταγμένες. Η αναπαράσταση του μετασχηματισμού Z γίνεται στο μιγαδικό επίπεδο και ειδικότερα χρησιμοποιώντας το μοναδιαίο κύκλο λόγω της πολικής αναπαράστασης (Σχ.1.10). Αυτή η αναπαράσταση είναι ίσως ένα από τα σημαντικότερα εργαλεία κατά τη σχεδίαση ψηφιακών φίλτρων.



Σχήμα 1.10: Ο μοναδιαίος κύκλος στο μιγαδικό επίπεδο Z [1.7]

Ο μετασχηματισμός Z είναι περισσότερο χρήσιμος όταν ένα άθροισμα άπειρων όρων (σχέση (1.3)) μπορεί να αναπαρασταθεί σε κλειστή μορφή και συγκεκριμένα στη μορφή, η οποία περιγράφεται από τη σχέση (1.4).

$$X(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} \quad (1.4)$$

Τα σημεία στα οποία ισχύει $X(z) = 0$ ($P(z) = 0$) καλούνται μηδενικά (zeros) της $X(z)$ και τα σημεία στα οποία ισχύει $X(z) = \infty$ ($Q(z) = 0$) καλούνται πόλοι (poles) της $X(z)$.

1.1.3 Γραμμικά Χρονικά Αμετάβλητα Συστήματα

Ένα ψηφιακό σύστημα (π.χ. ψηφιακό φίλτρο) μπορεί να χαρακτηριστεί πλήρως στο χρόνο από την κρουστική του απόκριση $h[n]$. Για μια δεδομένη ακολουθία εισόδου $x[n]$, προκύπτει και μια συγκεκριμένη ακολουθία εξόδου $y[n]$ σύμφωνα με τη σχέση (1.5), η οποία περιγράφει την πράξη της συνέλιξης.

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n]h[n-k] \quad (1.5)$$

Από το μετασχηματισμό Z της σχέσης (1.5) προκύπτει η σχέση (1.6).

$$Y(z) = X(z) \cdot H(z) \quad (1.6)$$

Ο μετασχηματισμός Z της κρουστικής απόκρισης $h[n]$ δίνει τη συνάρτηση $H(z)$, η οποία καλείται συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος και χαρακτηρίζει πλήρως το σύστημα στο πεδίο της συχνότητας. Τα δύο χρήσιμα διαγράμματα που μπορούν να εξαχθούν από την προαναφερθείσα συνάρτηση μεταφοράς είναι το διάγραμμα μέτρου και το διάγραμμα φάσης, τα οποία περιγράφουν το κέρδος και τη μετατόπιση φάσης αντίστοιχα, τα οποία εισάγει το φίλτρο στο φάσμα των συχνοτήτων για το οποίο χρησιμοποιείται. Η γενική μορφή που έχει η συνάρτηση μεταφοράς ενός ψηφιακού συστήματος (γραμμικού και χρονικά αμετάβλητου) δίνεται από τη σχέση (1.7).

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} \quad (1.7)$$

Επομένως, από τη σχέση (1.7) γίνεται σαφές ότι για το σωστό σχεδιασμό ενός φίλτρου αρκεί να καθοριστούν οι συντελεστές b_k και a_k . Έπειτα, μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού Z μπορεί να βρεθεί εύκολα η εξίσωση διαφορών που περιγράφει το φίλτρο στο πεδίο του χρόνου και να υλοποιηθεί με συγγραφή λογισμικού στον μικροελεγκτή της εφαρμογής.

1.1.4 Βασικές Αρχές Σχεδιασμού Ψηφιακών Φίλτρων

Προκειμένου να γίνουν κατανοητά τα παραπάνω θα πρέπει αρχικά να παρουσιαστεί η επίδραση που έχει η τοποθέτηση πόλων και μηδενικών σε συγκεκριμένα σημεία, εντός και επάνω στο μοναδιαίο κύκλο. Στην ειδική περίπτωση, όπου πόλοι τοποθετούνται εκτός του μοναδιαίου κύκλου, τότε το φίλτρο χαρακτηρίζεται ως ασταθές και δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί.

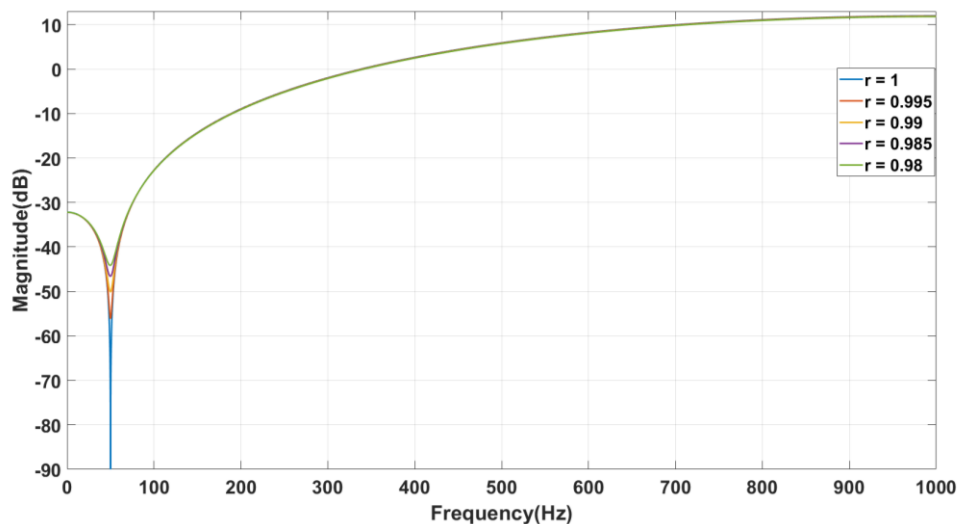
Παρουσιάζεται η απλή περίπτωση, όπου δύο συζυγείς μιγαδικές ρίζες του πολωνύμου του αριθμητή (μηδενικά) τοποθετούνται επάνω στο μοναδιαίο κύκλο. Προκειμένου να οριστεί πλήρως το φίλτρο καθορίζεται η συχνότητα δειγματοληψίας ίση με 2kHz και έστω ότι οι συζυγείς ρίζες τοποθετούνται σε τέτοια γωνία ω , η οποία να αντιστοιχεί στα 50Hz. Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου θα δίνεται επομένως από τη σχέση (1.8).

$$H(z) = (1 - e^{-j\frac{2\pi 50}{2000}} \cdot z^{-1}) \cdot (1 - e^{j\frac{2\pi 50}{2000}} \cdot z^{-1}) = 1 - 1.9753 \cdot z^{-1} + z^{-2} \quad (1.8)$$

Αντικαθιστώντας στην (1.8) $z = e^{j\omega}$ και παίρνοντας το μέτρο των μιγαδικών αναπαραστάσεων και στα δύο μέλη της εξίσωσης προκύπτει η (1.9), η οποία περιγράφει το κέρδος του φίλτρου για το εύρος συχνοτήτων [1.0, 1000Hz] (λόγω θεωρήματος Nyquist). Το α στην (1.9) ισούται με το συντελεστή του z^{-1} .

$$|H(\omega)| = \sqrt{2 + \alpha^2 + 4\alpha \cos(\omega) + 2 \cos(2\omega)} \quad (1.9)$$

Για παράδειγμα, βάσει των όσων αναφέρθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, στην κανονικοποιημένη γωνιακή συχνότητα των 50Hz ($2\pi 50/2000$) το μέτρο ισούται με το μηδέν. Το κέρδος για σήμα εισόδου DC προκύπτει αν τεθεί $\omega=0$ και είναι ίσο με 0.024632. Προκειμένου να γενικευτεί η προηγούμενη περίπτωση παρουσιάζονται στο Σχ.1.11 τα διαγράμματα κέρδους των φίλτρων για μηδενικά, τα οποία τοποθετούνται σε γωνία τέτοια ώστε να προκύπτει εξασθένηση στα 50Hz, αλλά με ακτίνα r μικρότερη της μονάδας, δηλαδή μετακίνηση των μηδενικών εντός του μοναδιαίου κύκλου. Το συμπέρασμα που προκύπτει από το Σχ.1.11 είναι ύψιστης σημασίας για το σχεδιασμό φίλτρων, αφού γίνεται αντιληπτό ότι με την ακτίνα r μπορεί να ρυθμιστεί η εξασθένηση σε μια συγκεκριμένη συχνότητα.

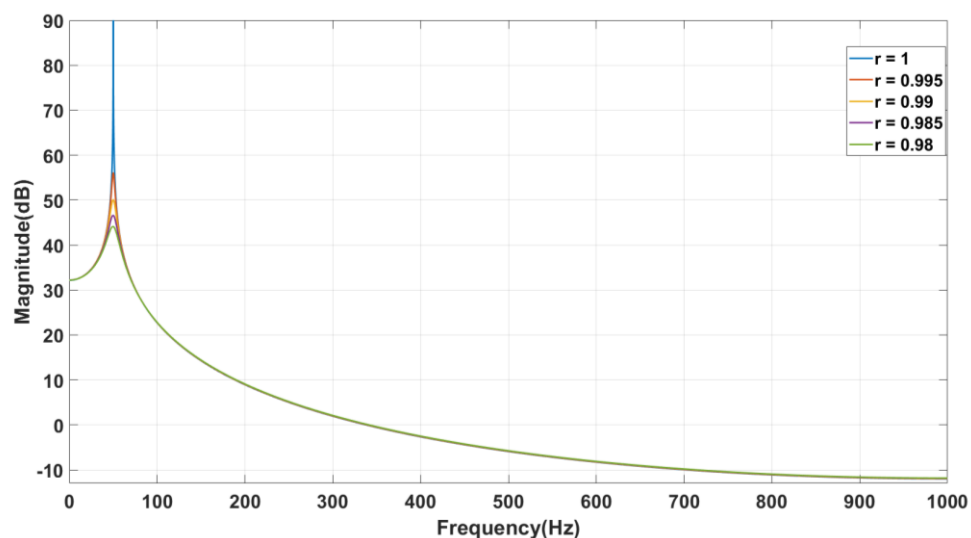


Σχήμα 1.11: Διαγράμματα κέρδους για σταθερό ω , συναρτήσει της μείωσης της ακτίνας r των μηδενικών του φίλτρου

Σειρά έχει η κατασκευή ενός φίλτρου θεωρώντας σε αυτή την περίπτωση ότι το φίλτρο έχει δύο συζυγείς μιγαδικές ρίζες στον παρονομαστή (πόλους) σε ω τέτοιο, ώστε να αντιστοιχηθεί η συχνότητα των 50Hz, όπως προηγούμενως. Ακολουθώντας αντίστοιχη διαδικασία με την προηγούμενη περίπτωση των μηδενικών, προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς της σχέσης (1.10).

$$H(z) = \frac{1}{1 - 1.9753 \cdot z^{-1} + z^{-2}} \quad (1.10)$$

Προκειμένου να εξαχθεί ένα γενικό συμπέρασμα και στην περίπτωση τοποθέτησης πόλων εντός του μοναδιαίου κύκλου, στο Σχ.1.12 παρουσιάζεται το διάγραμμα μέτρου για σταθερό ω συναρτήσει της μείωσης της ακτίνας r των ριζών του παρονομαστή.



Σχήμα 1.12: Διαγράμματα κέρδους για σταθερό ω , συναρτήσει της μείωσης της ακτίνας r των πόλων του φίλτρου

Συμπερασματικά θα μπορούσε να ειπωθεί και σε αυτή την περίπτωση ότι με την ακτίνα r μπορεί να ρυθμιστεί η ενίσχυση σε μια συγκεκριμένη συχνότητα. Με βάση τα διαγράμματα των Σχ.1.11 και 1.12 εξάγεται το γενικό συμπέρασμα ότι για την κατασκευή οποιουδήποτε ψηφιακού φίλτρου αρκεί να επιλεγεί ορθά η θέση και το πλήθος των πόλων και των μηδενικών, καθώς και το απαραίτητο κέρδος. Τα παραπάνω αποτελούν τις βασικές δομικές μονάδες και όλα τα ψηφιακά φίλτρα μπορούν να σχεδιαστούν με την εν σειρά σύνδεση τέτοιων μικρότερων δομικών μονάδων.

1.2 Σχεδιασμός Ψηφιακών Φίλτρων

Προτού σχεδιαστούν και παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των μετρήσεων για τα διάφορα φίλτρα, θα πρέπει αρχικά να γίνουν κάποιες επιλογές όσον αφορά τη συχνότητα δειγματοληψίας, καθώς και του ποσοστού απόσβεσης του φίλτρου στις επιθυμητές περιοχές συχνοτήτων. Η συχνότητα δειγματοληψίας επιλέχθηκε ίση με 2kHz για τις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν, συχνότητα η οποία είναι επαρκής για τα μεγέθη από του διάφορους αισθητήρες που χρησιμοποιούνται, καθώς αυτά είναι ως επί των πλείστων συνεχή μεγέθη στην υπό μελέτη εφαρμογή.

Επόμενο χαρακτηριστικό που πρέπει να επιλεγεί είναι το ποσοστό εξασθένησης του φίλτρου στη ζώνη συχνοτήτων που θα οριστεί. Η απόσβεση θα μπορούσε εύκολα να επιλεγεί αυθαίρετα ίση με -100dB, πράγμα που σημαίνει ότι το πλάτος του θορύβου θα μειωνόταν 100.000 φορές. Κάτι τέτοιο θεωρητικά σημαίνει πως πλέον ο θόρυβος παύει να υπάρχει, αλλά στην πράξη τα πράγματα διαφέρουν. Αρχικά, όσο μεγαλώνει η επιθυμητή απόσβεση, τόσο αυξάνεται η υπολογιστική ισχύς που απαιτείται για την εκτέλεση του αλγορίθμου, ο οποίος υλοποιεί το φίλτρο. Ακόμη, το σήμα από τους αισθητήρες δειγματοληπτείται από τις ADC μονάδες του μικροελεγκτή, οι οποίες δεν είναι ιδανικές, αλλά εισάγουν θόρυβο στο σήμα, ο οποίος καλείται θόρυβος κβάντισης. Επομένως, δεν έχει νόημα να σχεδιαστεί φίλτρο με απόσβεση μικρότερη από το επίπεδο του θορύβου κβάντισης. Ο θόρυβος κβάντισης προκαλείται λόγω της πεπερασμένης ακρίβειας της ADC μονάδας, η οποία χαρακτηρίζεται από τα bits της μονάδας. Από το τεχνικό φυλλάδιο του κατασκευαστή του μικροελεγκτή λαμβάνεται η πληροφορία ότι η ADC μονάδα που χρησιμοποιείται εντός είναι ακρίβειας 12bits [1.4]. Έχοντας ως δεδομένη την προηγούμενη τιμή και χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.11), η οποία δίνει το λόγο του σήματος προς το θόρυβο κβάντισης, καθορίζεται η μέγιστη απόσβεση για την οποία έχει νόημα να σχεδιαστεί το φίλτρο. Στην (1.11) με Q συμβολίζεται η ακρίβεια της ADC μονάδας σε bits.

$$SQNR = 6.02 \cdot Q + 1.76 \text{ dB} \quad (1.11)$$

Από την (1.11) προκύπτει ότι η μέγιστη απόσβεση για την οποία έχει νόημα να σχεδιαστεί το φίλτρο ισούται με -74dB. Έπειτα σειρά έχει η επιλογή του τύπου του ψηφιακού φίλτρου που θα χρησιμοποιηθεί. Τα ψηφιακά φίλτρα διακρίνονται σε φίλτρα πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR) και άπειρης κρουστικής απόκρισης (IIR). Χαρακτηριστικό των FIR φίλτρων είναι η έλλειψη ανατροφοδότησης και η γραμμικότητα που παρατηρείται στο διάγραμμα φάσης, απαιτώντας όμως μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ σε σχέση με ένα αντίστοιχο IIR φίλτρο, λόγω των περισσότερων μαθηματικών πράξεων, οι οποίες πρέπει να εκτελεστούν. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή για μείωση της απαιτούμενης υπολογιστικής ισχύος και λόγω του ότι η συγκεκριμένη εφαρμογή δεν έχει απαίτηση για τη γραμμικότητα στη μετατόπιση της φάσης επιλέγεται η χρήση IIR φίλτρων. Έχοντας καθορίσει τις παραπάνω προδιαγραφές μπορεί να ξεκινήσει η διαδικασία σχεδιασμού των ψηφιακών φίλτρων.

Σε εφαρμογές ηλεκτρονικών ισχύος, στις περισσότερες περιπτώσεις δεν υλοποιούνται FIR φίλτρα, καθώς δεν υπάρχει η απαίτηση για γραμμική φάση. Το μόνο στο οποίο θα πρέπει να δίνεται προσοχή κατά τη χρήση ψηφιακών φίλτρων είναι η μετατόπιση φάσης που εισάγεται σε συχνότητες ενδιαφέροντος (π.χ. σε εφαρμογές δικτύου θα πρέπει η μετατόπιση φάσης στη συχνότητα των 50 Hz να είναι η ελάχιστη δυνατή).

1.2.1 Φίλτρο εγκοπής στα 50Hz

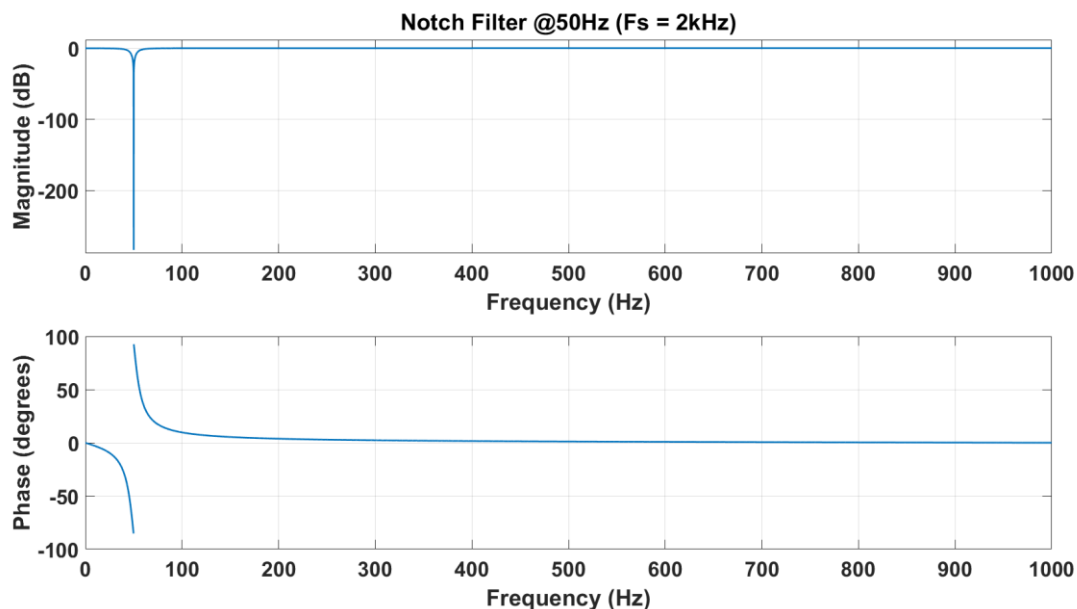
Όταν ένας αγωγός διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο ίδιας συχνότητας. Όταν σε μια εφαρμογή, όπως αυτή που μελετάται, υπάρχουν σε κοντινή απόσταση, από τη συσκευή καταγραφής δεδομένων, αγωγοί, οι οποίοι μεταφέρουν υψηλά ποσά ισχύος στη συχνότητα του δικτύου (50Hz), τότε είναι δυνατό να δημιουργείται θόρυβος σε αυτή τη συχνότητα στα μετρούμενα σήματα. Δημιουργείται έτσι η ανάγκη για την κατασκευή ενός φίλτρου, το οποίο θα αποκόπτει ικανοποιητικά αυτή τη συχνότητα. Τα φίλτρα αυτά καλούνται στη βιβλιογραφία ως φίλτρα εγκοπής (notch filters) [1.7].

Από το Σχ.111 αποδεικνύεται ότι η τοποθέτηση μηδενικών επάνω στο μοναδιαίο κύκλο εισάγει αρκετή εξασθένηση στη συγκεκριμένη συχνότητα, αλλά εισάγεται και ανεπιθύμητη εξασθένηση στη συνεχή συνιστώσα κάτι το οποίο δημιουργεί πρόβλημα, αφού εκεί βρίσκεται το χρήσιμο σήμα. Από το Σχ.1.12 παρατηρείται ότι η εισαγωγή πόλων εντός του μοναδιαίου κύκλου ($r < 1$) δημιουργεί στο DC ενίσχυση με μέτρο, ίσο με το μέτρο της απόσβεσης που εισάγεται από τα μηδενικά. Επίσης, εισάγεται και ενίσχυση στη συχνότητα που πρέπει να αποκοπεί, της οποίας το μέτρο είναι πολύ μικρότερο από το μέτρο της απόσβεσης που εισάγουν τα μηδενικά για λίγο μικρότερη τιμή της ακτίνας r , διατηρώντας τελικά με αυτόν τον τρόπο μια επιθυμητή απόσβεση στη συγκεκριμένη συχνότητα.

Συνδυάζοντας τα προαναφερθέντα προκύπτει ένα ψηφιακό φίλτρο δεύτερης τάξης, η συνάρτηση μεταφοράς του οποίου δίνεται από την εξίσωση (1.12).

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - 1.9754 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.9359 \cdot z^{-1} + 0.9604 \cdot z^{-2}} \quad (1.12)$$

Το διάγραμμα μέτρου (σε dB) και το διάγραμμα φάσης που προκύπτουν από την (1.12) παρουσιάζονται στο Σχ.1.13.



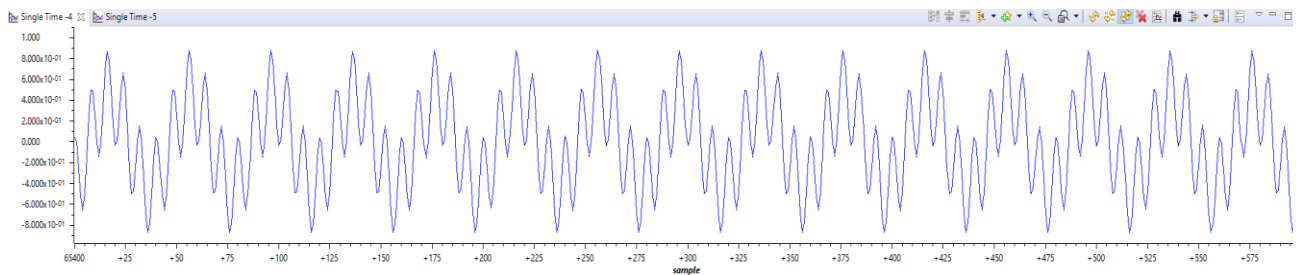
Σχήμα 1.13: Διάγραμμα μέτρου και φάσης για το φίλτρο εγκοπής των 50Hz, το οποίο περιγράφεται από τη συνάρτηση μεταφοράς της σχέσης (1.12)

Από το Σχ.1.13 διακρίνεται η επιθυμητή απόσβεση που εισάγεται μόνο γύρω από τη συχνότητα των 50Hz. Έχοντας δεδομένη τη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου, σειρά έχει η υλοποίησή του και η μέτρηση των επιδόσεών του στην πράξη. Για την υλοποίηση του ψηφιακού φίλτρου στο μικροελεγκτή απαιτείται η γνώση της εξίσωσης διαφορών που το περιγράφει. Αυτή προκύπτει λαμβάνοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Z

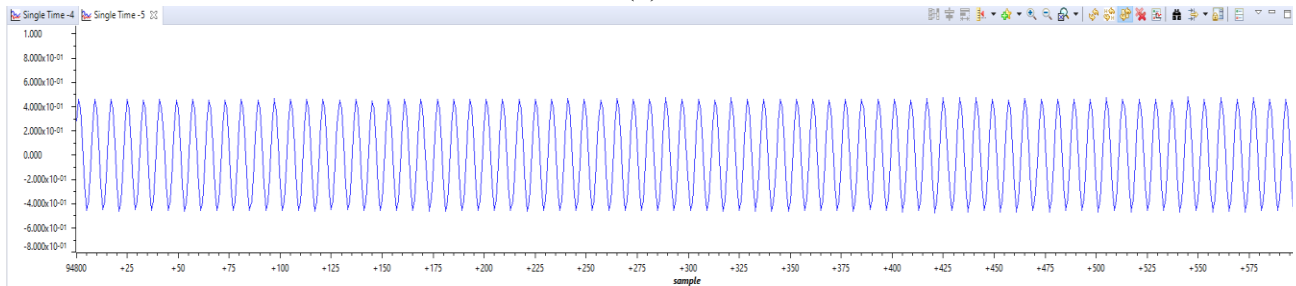
της συνάρτησης μεταφοράς και για την περίπτωση του ανωτέρω φίλτρου εγχοπής δίνεται από τη σχέση (1.13) [1.8].

$$y[n] = x[n] - 1.9754 \cdot x[n-1] + x[n-2] + 1.9359 \cdot y[n-1] - 0.9604 \cdot y[n-2] \quad (1.13)$$

Για να διαπιστωθεί η ορθή λειτουργία του φίλτρου στην πράξη η (1.13) υλοποιήθηκε μέσω λογισμικού στο μικροελεγκτή και μέσω μια γεννήτριας σημάτων παράχθηκε ένα σήμα, το οποίο αποτελείται από δύο ημίτονα, με το ένα ημίτονο να έχει συχνότητα 250Hz και το άλλο να έχει συχνότητα ίση με 50Hz. Δειγματοληπτώντας το σήμα μέσω του επεξεργαστή και τυπώνοντάς το στην οθόνη του υπολογιστή, μέσω της ενσωματωμένης επικοινωνίας που διαθέτει, λαμβάνουμε το αποτέλεσμα το οποίο αποτυπώνεται στο Σχ.1.14α. Η έξοδος του ψηφιακού φίλτρου παρουσιάζεται στο Σχ.1.14β καθιστώντας σαφές ότι το φίλτρο λειτουργεί ορθά, καθώς το χαμηλόσυχο αρμονικό περιεχόμενο στα 50Hz έχει αφαιρεθεί.



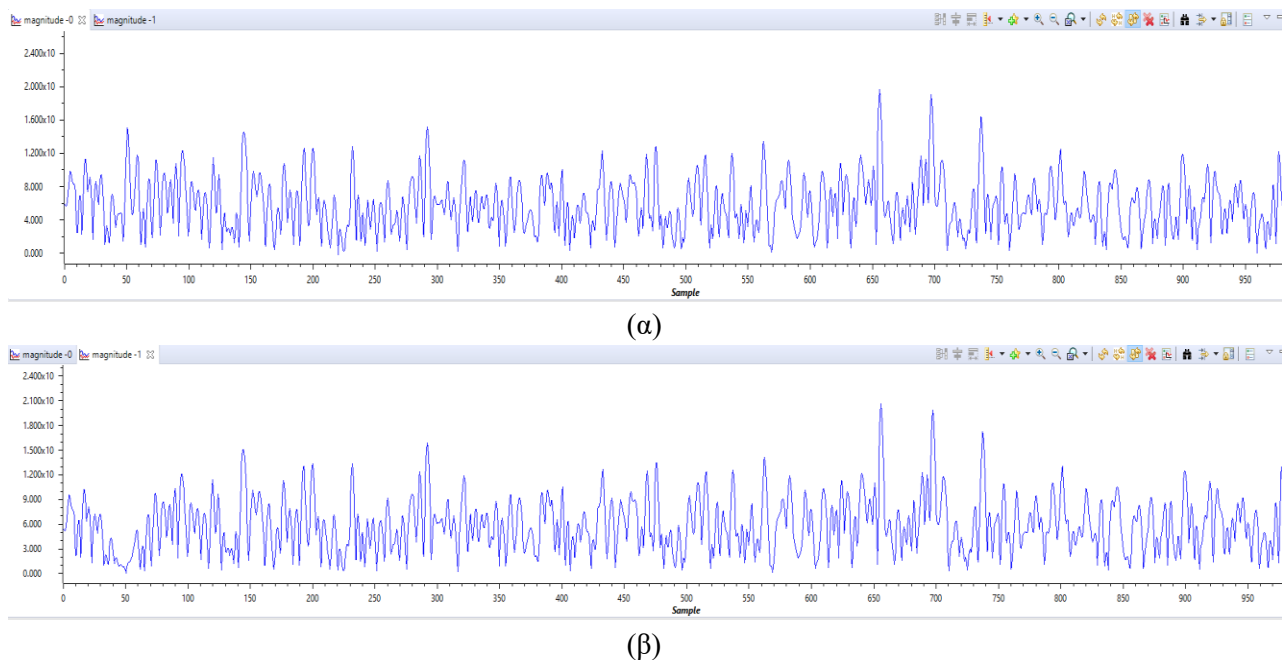
(α)



(β)

Σχήμα 1.14: (α)Σήμα στην είσοδο της ADC μονάδας και (β) σήμα εξόδου μετά την εκτέλεση του φιλτραρίσματος

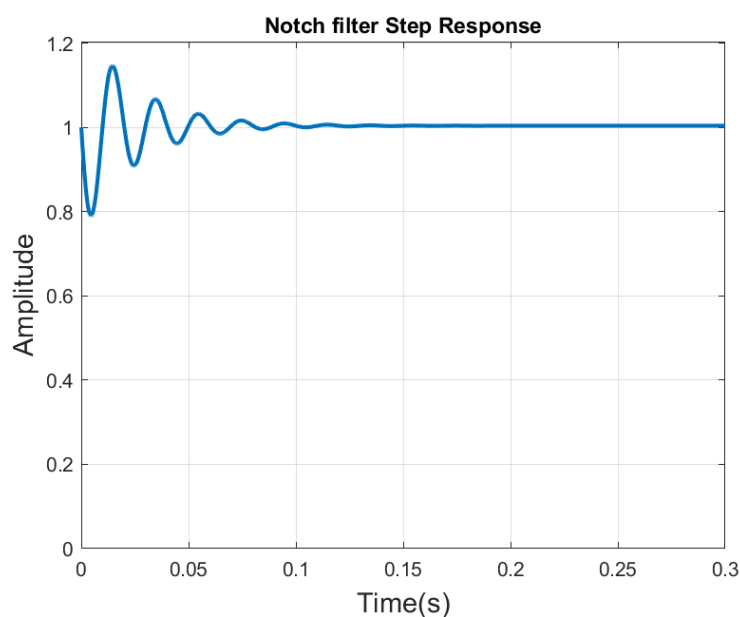
Για λόγους πληρότητας και για να εξεταστεί η συμπεριφορά του φίλτρου σε όλο το εύρος των συχνοτήτων πρέπει να μπορεί να αποτυπωθεί το διάγραμμα μέτρου του φίλτρου στην πράξη. Ένας τρόπος για να γίνει αυτό είναι να εισαχθεί ως είσοδος στην ADC του μικροελεγκτή λευκός θόρυβος, ο οποίος θεωρητικά έχει ένα φάσμα το οποίο είναι κατανομημένο ομοιόμορφα στο εύρος των συχνοτήτων (0, 1000Hz] (θεώρημα Nyquist). Βάζοντας το σήμα αυτό ως είσοδο στο φίλτρο και λαμβάνοντας το φάσμα που προκύπτει από το μετασχηματισμό Fourier της εισόδου και της εξόδου του φίλτρου προκύπτουν οι πειραματικές μετρήσεις των Σχ.1.15α και 1.15β αντίστοιχα.



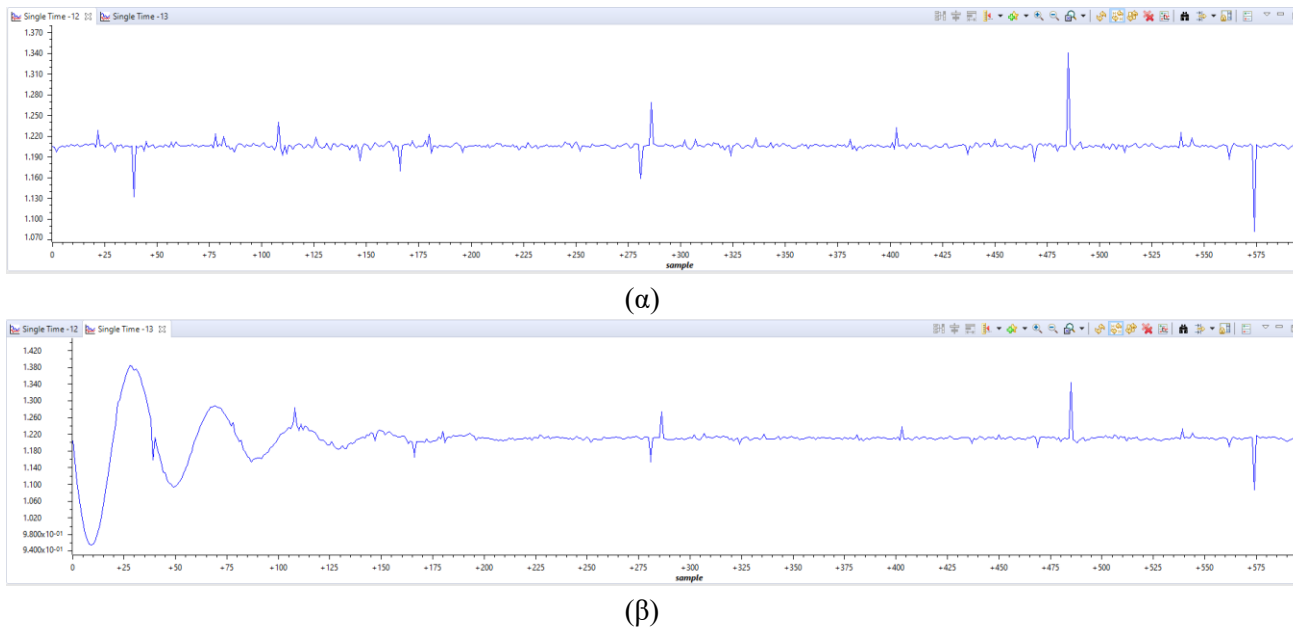
Σχήμα 1.15: (α) Το φάσμα του λευκού θορύβου στην είσοδο και (β) το φάσμα της εξόδου του φίλτρου εγκοπής

Από τα Σχ.1.15α και 1.15β είναι εμφανές ότι γύρω από τη συχνότητα των 50Hz το πλάτος της εξόδου είναι κοντά στο μηδέν και το πλάτος στις υπόλοιπες συχνότητες διατηρεί την τιμή του, αποδεικνύοντας την ορθή λειτουργία του φίλτρου σε όλο το εύρος των συχνοτήτων.

Έπειτα σειρά έχει η αποτύπωση της βηματικής απόκρισης του φίλτρου, δηλαδή η έξοδός του φίλτρου ύστερα από την εφαρμογή μια τάσης η οποία αλλάζει ακαριαία στην είσοδό του. Στο Σχ.1.16 παρουσιάζεται η θεωρητική βηματική απόκριση του φίλτρου και στο Σχ.1.17α και 1.17β παρουσιάζονται αντίστοιχα η είσοδος στην οποία έχει προστεθεί θόρυβος σε υψηλότερες συχνότητες και η έξοδος του φίλτρου.



Σχήμα 1.16: Θεωρητική βηματική απόκριση του ψηφιακού φίλτρου εγκοπής, το οποίο περιγράφεται από τη συνάρτηση μεταφοράς της σχέσης (1.12)



Σχήμα 1.17: (α) βηματική είσοδος με την προσθήκη υψίσυχνου αρμονικού περιεχομένου και (β) πραγματική βηματική απόκριση του ψηφιακού φίλτρου εγκοπής

Η βηματική απόκριση είναι ένα χρήσιμο μέγεθος καθώς δίνεται η δυνατότητα να βρεθεί το χρονικό διάστημα που διαρκούν τα μεταβατικά φαινόμενα, ώστε να ληφθεί υπόψιν η έξοδος του φίλτρου μόνο κατά τη μόνιμη κατάσταση, όπου σταθεροποιείται η έξοδος. Παρατηρείται ότι η αντιστοίχιση θεωρίας και πράξης είναι παραπάνω από ικανοποιητική αλλά ο υψίσυχνος θόρυβος που υπάρχει στην πράξη είναι λογικό να μην μπορεί να αποκοπεί από ένα ψηφιακό φίλτρο τέτοιας μορφής.

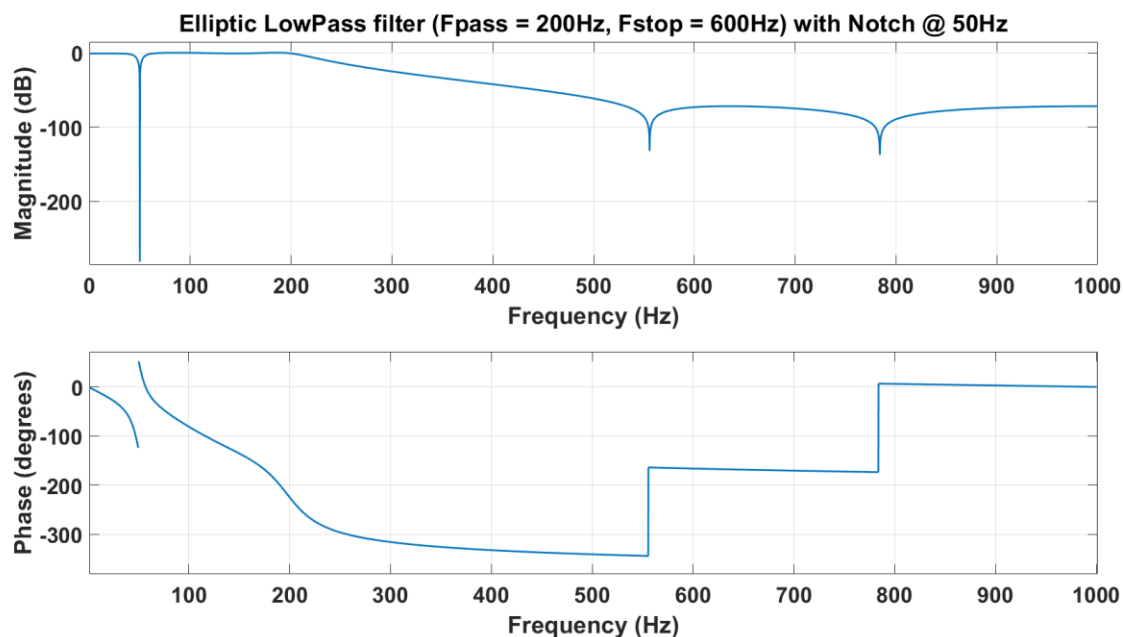
1.2.2 Κατωδιαβατό φίλτρο με φίλτρο εγκοπής στα 50Hz

Προκειμένου να αντιμετωπιστεί ο θόρυβος στις υψηλότερες συχνότητες μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα κατωδιαβατό (lowpass) ελλειπτικό φίλτρο με ζώνη διέλευσης έως τα 200Hz και ζώνη αποκοπής από τα 600Hz και άνω σε συνδυασμό με το φίλτρο εγκοπής που παρουσιάστηκε προηγουμένως. Η διαδικασία σχεδιασμού είναι όμοια με προηγουμένως και έπειτα από δοκιμές και μικρορυθμίσεις στην τοποθέτηση των πόλων και των μηδενικών στο μιγαδικό επίπεδο, ώστε να επιτευχθεί και η επιθυμητή απόσβεση των -74dB περίπου, προκύπτει μια συνάρτηση μεταφοράς όπου το πολυώνυμο του αριθμητή έχει δύο ζεύγη συζυγών μιγαδικών ριζών (4 μηδενικά) και το πολυώνυμο του παρονομαστή έχει δύο ζεύγη συζυγών μιγαδικών ριζών (4 πόλους). Μια συνηθισμένη πρακτική για την υλοποίηση φίλτρων με τάξη μεγαλύτερη του δύο, είναι η διάσπασή του σε επιμέρους φίλτρα δεύτερης τάξης, ώστε να αποφευχθούν σφάλματα στρογγυλοποίησης που εισάγονται λόγω της πεπερασμένης ακρίβειας του μικροελεγκτή κατά την εκτέλεση των πράξεων. Επομένως, υλοποιούνται ουσιαστικά με παρόμοιο τρόπο όπως προηγουμένως (βρίσκοντας την εξίσωση διαφορών των επιμέρους φίλτρων) τρία διαφορετικά φίλτρα με συναρτήσεις μεταφοράς που δίνονται από τις σχέσεις (1.12), (1.14) και (1.15).

$$H_{LP1}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 0.4715 \cdot \frac{1 + 1.5566 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.5474 \cdot z^{-1} + 0.6456 \cdot z^{-2}} \quad (1.14)$$

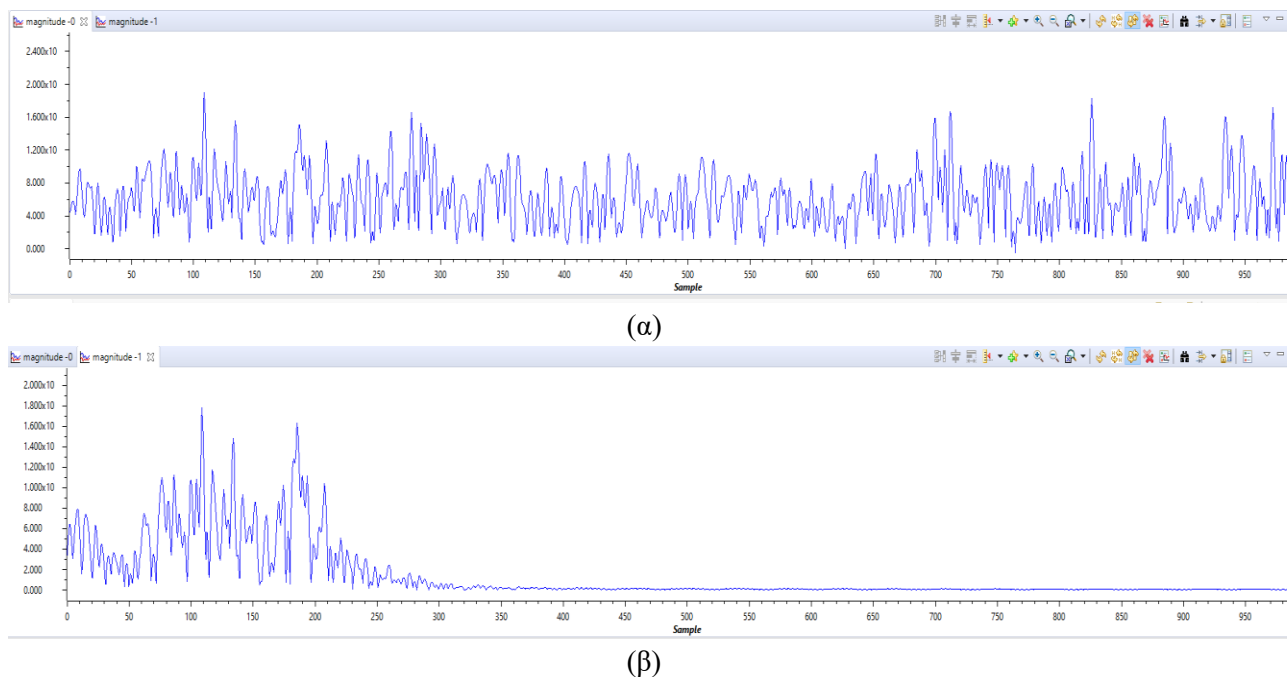
$$H_{LP2}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 0.007796 \cdot \frac{1 + 0.3477 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.5036 \cdot z^{-1} + 0.8541 \cdot z^{-2}} \quad (1.15)$$

Τα διαγράμματα μέτρου και φάσης που προκύπτουν από την εν σειρά σύνδεση των τριών φίλτρων παρουσιάζονται στο Σχ.1.18.



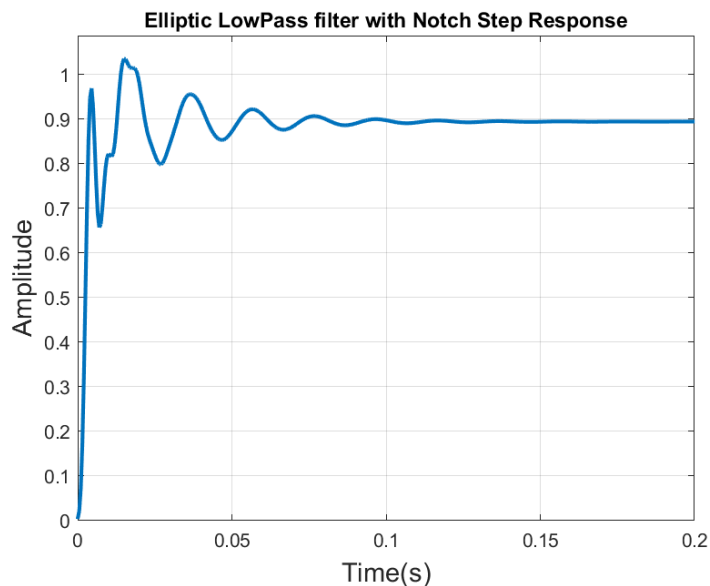
Σχήμα 1.18: Διάγραμμα μέτρου και φάσης για το χαμηλοδιαβατό ελλειπτικό φίλτρο σε συνδυασμό με το φίλτρο εγκοπής των 50Hz

Αφού υλοποιηθεί το ανωτέρω φίλτρο στο μικροελεγκτή εισάγεται στην είσοδο λευκός θόρυβος, ώστε να εξαχθεί το πειραματικό διάγραμμα μέτρου με τον τρόπο που περιεγράφηκε προηγουμένως. Τα πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ.1.19α και 1.19β και επιβεβαιώνουν την ορθή απόσβεση των συχνοτήτων από τα 200Hz και άνω, καθώς και την απόσβεση του αρμονικού περιεχομένου γύρω από τα 50Hz.

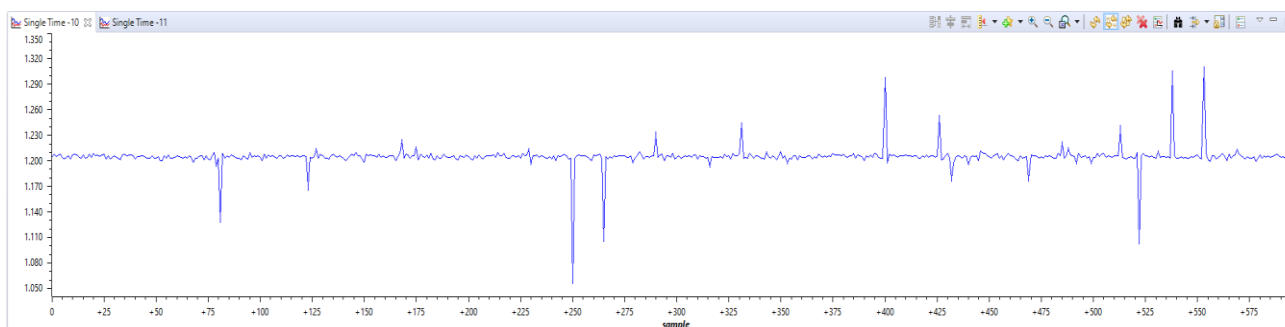


Σχήμα 1.19: (α) Το φάσμα του λευκού θορύβου στην είσοδο και (β) το φάσμα της εξόδου του χαμηλοδιαβατού ελλειπτικού φίλτρου σε συνδυασμό με το φίλτρο εγκοπής στα 50Hz

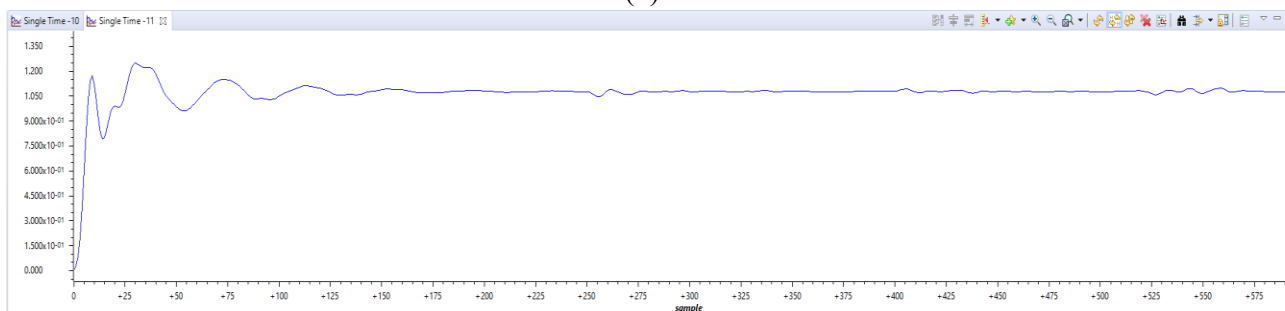
Έπειτα, σειρά έχει η εύρεση της βηματικής απόκρισης του φίλτρου τόσο στο θεωρητικό μοντέλο όσο και στην πράξη. Η θεωρητική βηματική απόκριση του φίλτρου παρουσιάζεται στο Σχ.1.20 και τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ.1.21α και 1.21β. Τονίζεται ότι και σε αυτή την περίπτωση έχει προστεθεί υψίσυχνος θόρυβος, ώστε να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα του φίλτρου.



Σχήμα 1.20: Θεωρητική βηματική απόκριση του ψηφιακού κατωδιαβατού ελλειπτικού φίλτρου σε συνδυασμό με το φίλτρο εγκοπής στα 50Hz



(α)



(β)

Σχήμα 1.21: (α) βηματική είσοδος με την προσθήκη υψίσυχνου αρμονικού περιεχομένου και (β) πραγματική βηματική απόκριση του ψηφιακού κατωδιαβατού ελλειπτικού φίλτρου σε συνδυασμό με το φίλτρο εγκοπής στα 50Hz

Από τα Σχ.1.21α και 1.21β παρατηρείται ότι τα πειραματικά αποτελέσματα είναι αρκετά κοντά στα θεωρητικά και ο υψίσυχνος θόρυβος που υπάρχει στην πράξη αποκόπτεται σε ικανοποιητικό βαθμό από το υλοποιηθέν ψηφιακό φίλτρο. Υπάρχει παρόλα μια μικρή εξασθένηση στο DC λόγω της κυμάτωσης που παρουσιάζεται στη ζώνη διέλευσης του φίλτρου, όπως φαίνεται από το διάγραμμα μέτρου.

1.2.3 Κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev τύπου 2

Το προηγούμενο φίλτρο πραγματοποιεί ικανοποιητική απόσβεση στο ανεπιθύμητο αρμονικό περιεχόμενο αλλά παρόλα αυτά υπάρχει περιθώριο για βελτίωση της ποιότητας του σήματος που λαμβάνεται από τους αισθητήρες. Έτσι, αυξάνεται σε αυτή την περίπτωση η τάξη του φίλτρου και σχεδιάζεται ένα κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev τύπου 2 όγδοης τάξης με ζώνη διέλευσης έως τα 20Hz και ζώνη αποκοπής από τα 40Hz και άνω ώστε να αποκόπτεται και η αρμονική στα 50Hz. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως το συνολικό φίλτρο διασπάται σε τέσσερα επιμέρους φίλτρα δεύτερης τάξης με συναρτήσεις μεταφοράς που δίνονται από τις σχέσεις (1.16) –(1.19).

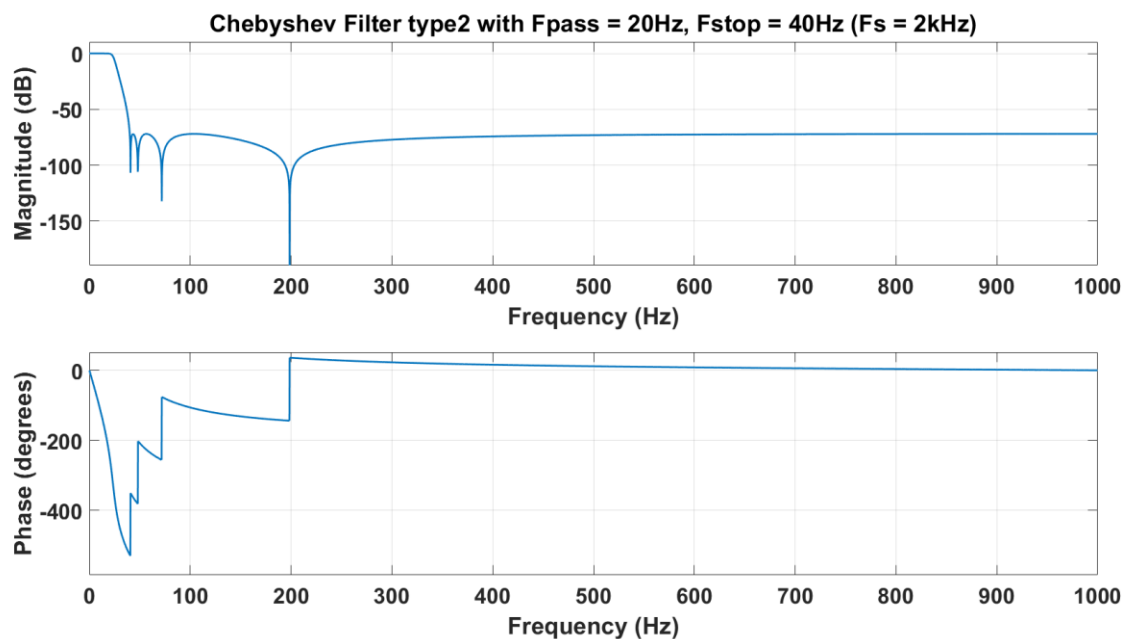
$$H_{ChLP1}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 0.3345 \cdot \frac{1 - 1.9836 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.9711 \cdot z^{-1} + 0.9766 \cdot z^{-2}} \quad (1.16)$$

$$H_{ChLP2}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 0.2595 \cdot \frac{1 - 1.9772 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.9224 \cdot z^{-1} + 0.9283 \cdot z^{-2}} \quad (1.17)$$

$$H_{ChLP3}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 0.1333 \cdot \frac{1 - 1.9493 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.8706 \cdot z^{-1} + 0.8773 \cdot z^{-2}} \quad (1.18)$$

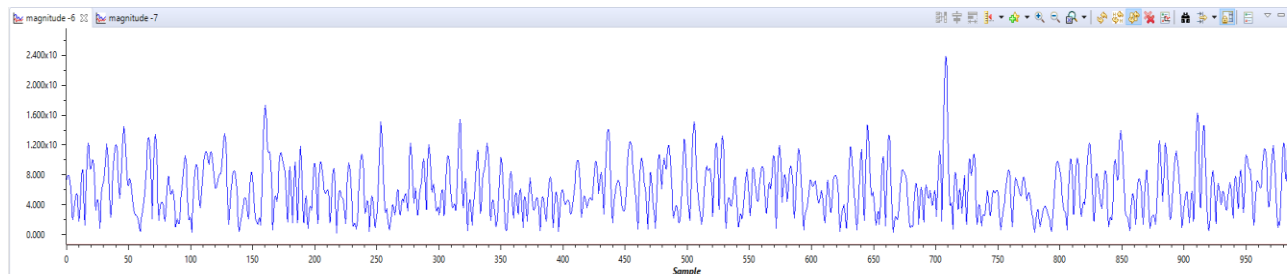
$$H_{ChLP4}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 0.02001 \cdot \frac{1 - 1.62318 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.8309 \cdot z^{-1} + 0.8384 \cdot z^{-2}} \quad (1.19)$$

Τα διαγράμματα μέτρου και φάσης που προκύπτουν από την εν σειρά σύνδεση των τεσσάρων επιμέρους φίλτρων παρουσιάζονται στο Σχ.1.22.

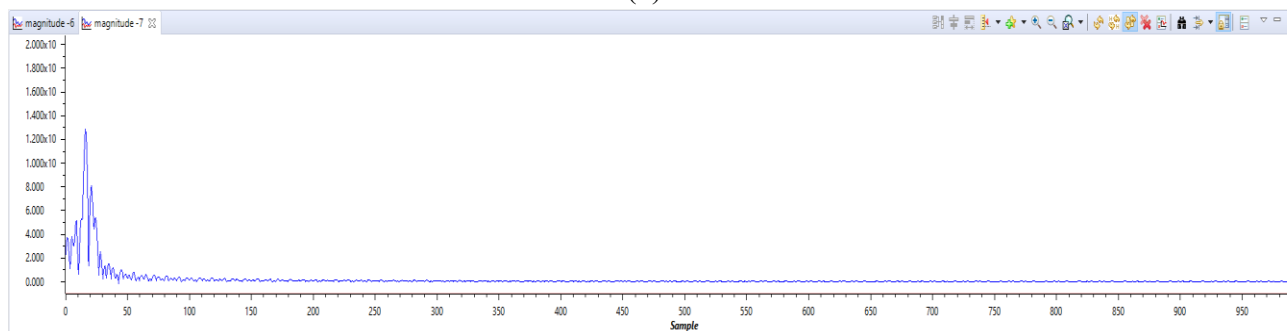


Σχήμα 1.22: Διάγραμμα μέτρου και φάσης για το χαμηλοδιαβατό Chebyshev τύπου 2 φίλτρο

Ακολουθεί και σε αυτή την περίπτωση η υλοποίηση του ανωτέρω φίλτρου στο μικροελεγκτή και πραγματοποιείται το πείραμα με την εισαγωγή λευκού θορύβου στην είσοδο του, ώστε να εξαχθεί το πειραματικό διάγραμμα μέτρου. Τα πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ.1.23α και 1.23β και επιβεβαιώνουν την ορθή απόσβεση των συχνοτήτων από τα 20Hz περίπου και άνω.



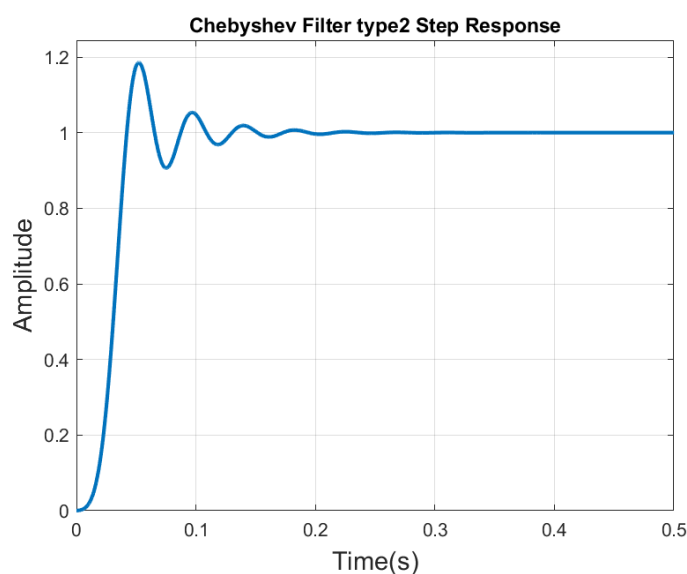
(α)



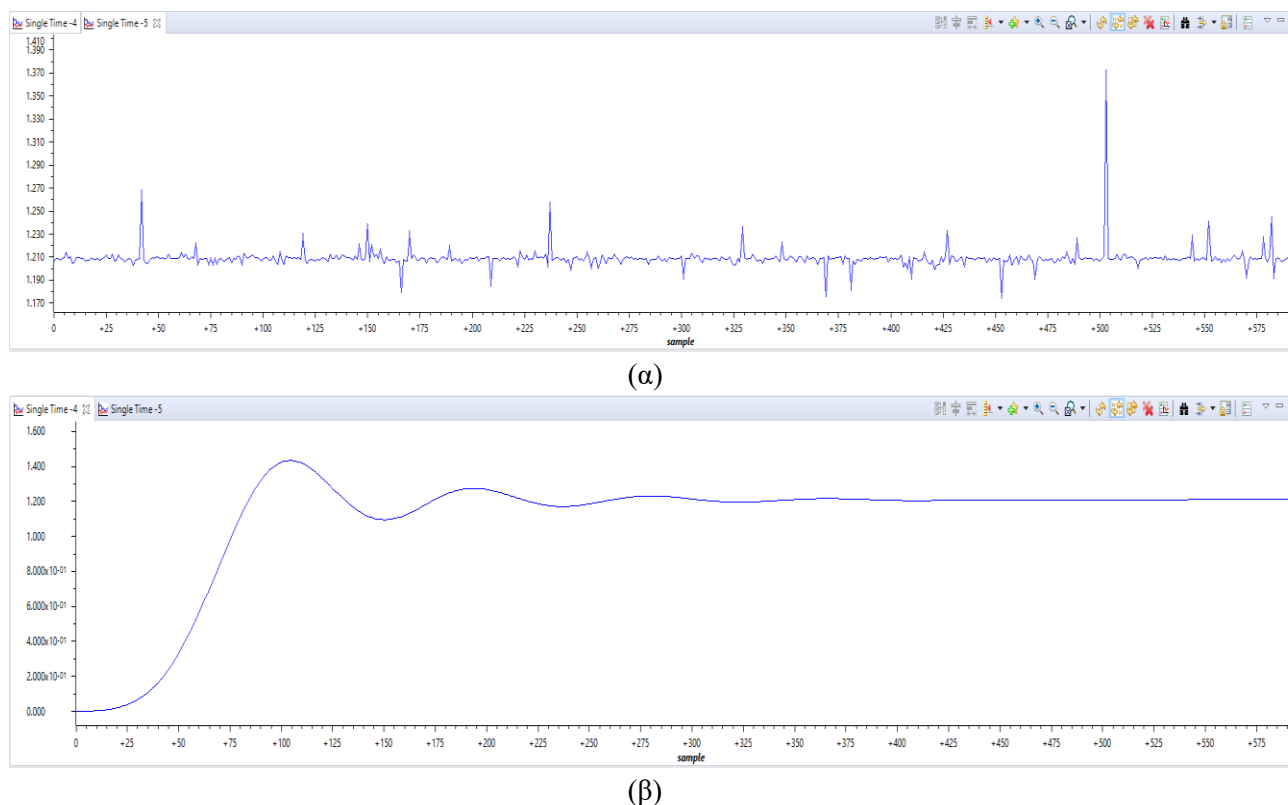
(β)

Σχήμα 1.23: (α) Το φάσμα του λευκού θορύβου στην είσοδο και (β) το φάσμα της εξόδου του χαμηλοδιαβατού Chebyshev τύπου 2 φίλτρου

Έπειτα, παρουσιάζεται η βηματική απόκριση του φίλτρου τόσο στο θεωρητικό μοντέλο όσο και στην πράξη. Η θεωρητική βηματική απόκριση του φίλτρου παρουσιάζεται στο Σχ.1.24 και τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ.1.25α και 1.25β. Τονίζεται ότι και σε αυτή την περίπτωση έχει προστεθεί υψίσυχνος θόρυβος, ώστε να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα του φίλτρου.



Σχήμα 1.24: Θεωρητική βηματική απόκριση του ψηφιακού κατωδιαβατού Chebyshev τύπου 2 φίλτρου



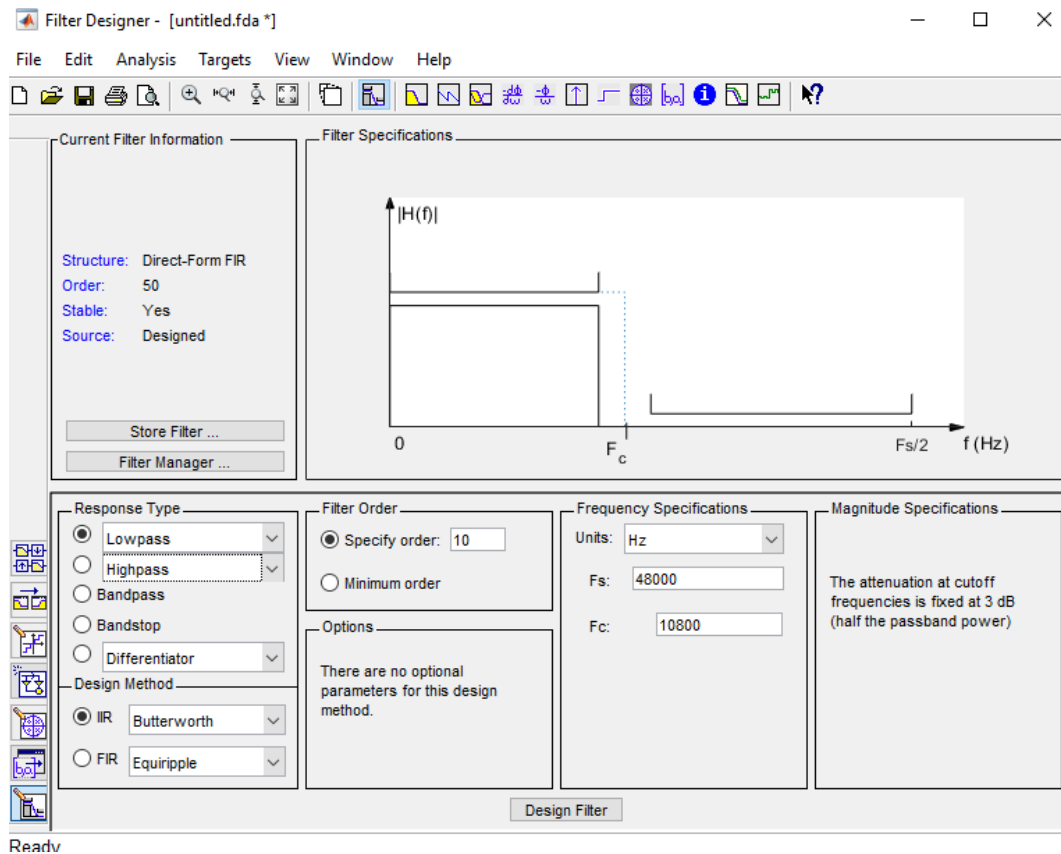
Σχήμα 1.25: (α) βηματική είσοδος με την προσθήκη υψίσυχνου αρμονικού περιεχομένου και (β) πραγματική βηματική απόκριση του ψηφιακού κατωδιαβατού Chebyshev τύπου 2 φίλτρου

Από τα Σχ.1.25 και 1.25β παρατηρείται ότι τα πειραματικά αποτελέσματα είναι αρκετά κοντά στα πειραματικά και ο υψίσυχνος θόρυβος που υπάρχει στην πράξη αποκόπτεται εντελώς από χαμηλοπερατό Chebyshev τύπου 2 φίλτρο. Εξασθένιση στο DC πλέον δεν υπάρχει, αλλά παρατηρείται ότι σε αυτό το φίλτρο τα μεταβατικά φαινόμενα διαρκούν μεγαλύτερο χρονικό διάστημα.

1.3 Σχεδιασμός ψηφιακών φίλτρων με τη χρήση εργαλείων στο λογισμικό Matlab

Στα προηγούμενα παραδείγματα έγινε σαφές ότι ο σχεδιασμός ενός ψηφιακού φίλτρου μπορεί να γίνει αρκετά περίπλοκος αν οι υπολογισμοί γίνουν με το χέρι. Λαμβάνοντας επίσης υπόψιν, ότι ένα ήδη σχεδιασμένο φίλτρο λειτουργεί για μια και μόνο συχνότητα δειγματοληψίας (τη συχνότητα για την οποία σχεδιάστηκε), γίνεται εξαιρετικά επίπονο να σχεδιάζεται εκ νέου το φίλτρο αν αλλάξει ελάχιστα η συχνότητα δειγματοληψίας ή διαφοροποιηθεί ελάχιστα το επιθυμητό εύρος ζώνης.

Ο σχεδιασμός ενός φίλτρου για μία συγκεκριμένη εφαρμογή μπορεί να διευκολυνθεί με τη χρήση του εργαλείου Filter Designer του λογισμικού Matlab. Το περιβάλλον του εργαλείου αυτού φαίνεται στο Σχ. 1.26 και η πρόσβαση σε αυτό γίνεται γράφοντας στη γραμμή εντολών του Matlab την εντολή “filterDesigner”. Προκειμένου να γίνει ευκολότερα κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να σχεδιαστεί ένα φίλτρο με τη χρήση του προαναφερθέντος προγράμματος θα δοθεί ένα παράδειγμα σχεδιασμού για μια δεδομένη ρεαλιστική εφαρμογή.



Σχήμα 1.26: Το περιβάλλον του εργαλείου Filter Designer του λογισμικού Matlab.

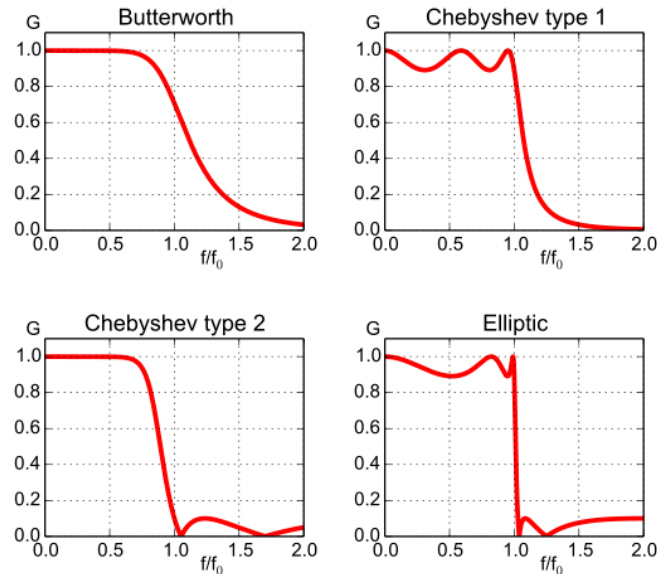
Έστω η περίπτωση όπου απαιτείται η δειγματοληψία της τάσης στην DC πλευρά ενός μονοφασικού αντιστροφέα τάσης. Σε εφαρμογές όπου χρησιμοποιούνται αντιστροφείς τάσης χρησιμοποιούνται πυκνωτές ώστε η DC τάση να είναι όσο το δυνατόν εξομαλυμένη. Παρόλα αυτά, λόγω της κυμάτωσης διπλάσιας συχνότητας (double line frequency), η οποία υπάρχει στο DC-bus ενός μονοφασικού αντιστροφέα, ο σχεδιασμός του φίλτρου απαιτεί συγκεκριμένες προδιαγραφές. Η γνώση του πλάτους αυτής της κυμάτωσης είναι αρκετά σημαντική, ώστε να γίνονται διορθώσεις στο λόγω κατάτμησης του αντιστροφέα σε κάθε διακοπτική περίοδο, λαμβάνοντας υπόψιν την πραγματική τιμή της τάσης στο DC-bus, ώστε να ελαχιστοποιείται το αρμονικό περιεχόμενο του ρεύματος εξόδου.

Από τα προηγούμενα καθίσταται σαφές ότι η ολίσθηση φάσης θα πρέπει να είναι ελάχιστη στη συχνότητα των 100 Hz και για την εφαρμογή αυτή η μέγιστη επιτρεπτή μετατόπιση φάσης είναι ίση με 5° . Επιλέγοντας συχνότητα δειγματοληψίας και συχνότητα παλμοδότησης ίση με 25 kHz και γνωρίζοντας ότι η ADC μονάδα έχει ακρίβεια 12 bits υπάρχουν όλες οι απαιτούμενες πληροφορίες για το σχεδιασμό του φίλτρου.

Στο εργαλείο Filter Designer, επιλέγουμε αρχικά ότι υπάρχει απαίτηση για την κατασκευή ενός IIR φίλτρου και ύστερα θα πρέπει να επιλεγεί ο τύπος του φίλτρου. Στο Σχ. 1.27 παρουσιάζονται οι αποκρίσεις πλάτους των τεσσάρων βασικών φίλτρων που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία. Με βάση το Σχ. 1.27 φαίνεται ότι τα φίλτρα Chebyshev Type 1 και το ελλειπτικό (elliptic) έχουν γρήγορη μετάβαση από το ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής αλλά η κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης, όπου υπάρχει και το χρήσιμο σήμα είναι απρόβλεπτη και για αυτό το λόγο απορρίπτονται. Μεταξύ των τύπων Chebyshev type 2 και Butterworth επιλέγεται ο σχεδιασμός ενός φίλτρου τύπου Chebyshev type 2, καθώς η μετάβαση από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής γίνεται γρήγορα και το κέρδος στη ζώνη διέλευσης είναι ίσο με τη μονάδα.

Σημειώνεται εδώ ότι πρέπει να υλοποιηθούν στο υλικό αναλογικά φίλτρα για τον περιορισμό του εύρους ζώνης του δειγματοληπτούμενου σήματος, ώστε να ικανοποιείται το θεώρημα του Nyquist. Έστω ότι υλοποιούνται φίλτρα με συνδυασμό τελεστικών ενισχυτών και RC φίλτρων με συχνότητα αποκοπής 10 kHz.

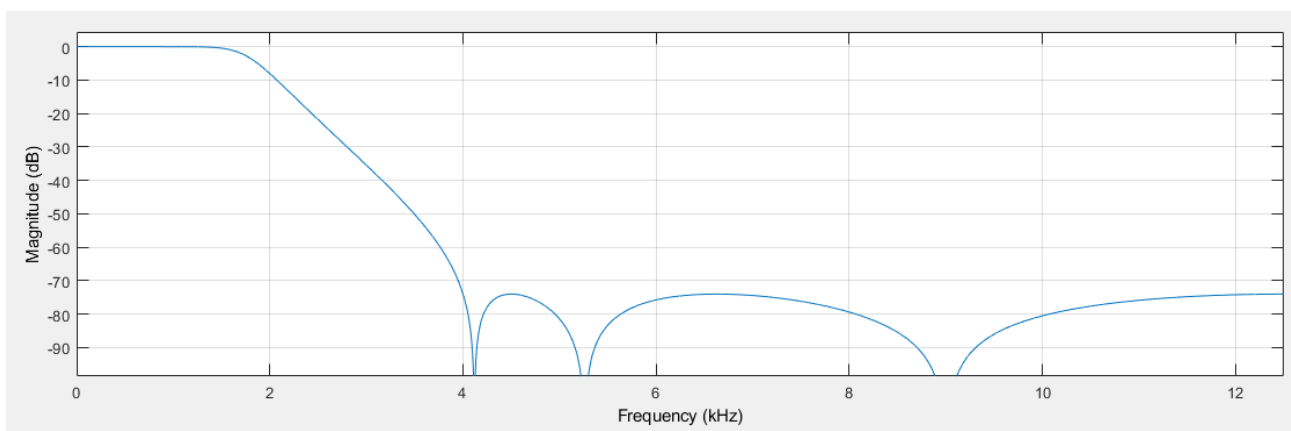
Για ένα RC φίλτρο με συχνότητα αποκοπής 10 kHz η μετατόπιση φάσης στη συχνότητα των 100 Hz είναι ίση με 0.57° .



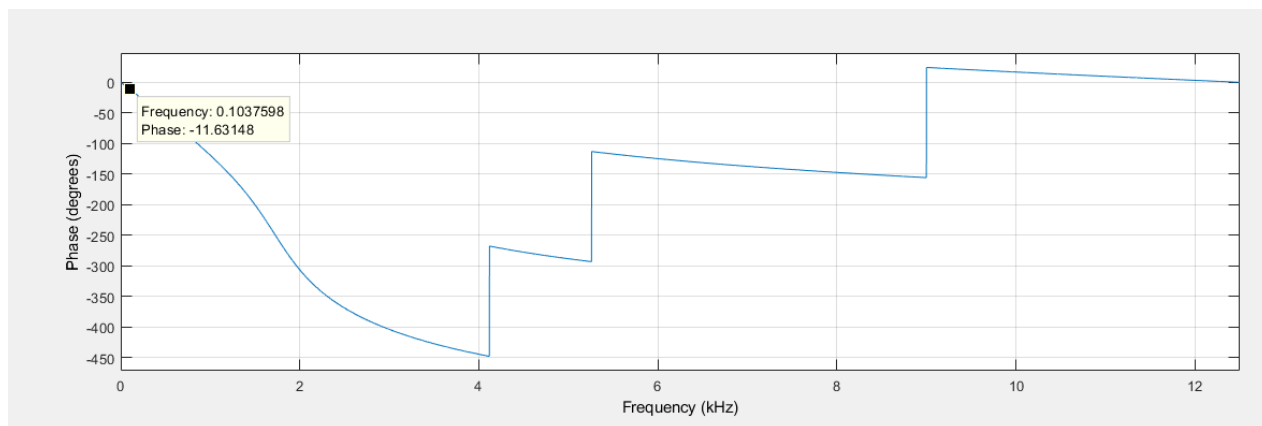
Σχήμα 1.27: Οι αποκρίσεις πλάτους για τέσσερεις τύπους γραμμικών φίλτρων.

Επόμενο βήμα είναι η επιλογή της εξασθένησης στη ζώνη αποκοπής. Όπως περιγράφηκε η μέγιστη δυνατή εξασθένηση για την εφαρμογή είναι 74 dB. Έπειτα καθορίζεται η τάξη του φίλτρου. Αυτή η προδιαγραφή εξαρτάται κυρίως από το πλήθος των πράξεων, οι οποίες πρέπει να εκτελεστούν για την ομαλή λειτουργία του συστήματος. Θέλοντας να κρατήσουμε χαμηλά το ποσοστό της επεξεργαστικής ισχύος επιλέγουμε τάξη φίλτρου ίση με έξι (6), δηλ. υλοποίηση τριών φίλτρων 2^{ης} τάξης σε σειρά συνδεδεμένα. Αύξηση της τάξης του φίλτρου προσφέρει πιο απότομη μεταβολή από τη ζώνη διέλευσης στη ζώνη αποκοπής αλλά αυξάνει το υπολογιστικό κόστος.

Τελευταίο και πιο σημαντικό βήμα είναι η επιλογή της συχνότητας αποκοπής. Σε αυτή την εφαρμογή μας ενδιαφέρει να αποτυπώνονται σωστά συχνότητες έως και τα 100 Hz. Επιλογή της συχνότητας αποκοπής κοντά στα 100 Hz θα έχει ως αποτέλεσμα την εισαγωγή φασικής μετατόπισης στη συχνότητα ενδιαφέροντος κάτι το οποίο μπορεί να θέσει το σχεδιασμό εκτός προδιαγραφών. Στα Σχ. 1.28-1.29 παρουσιάζονται δύο παραδείγματα σχεδιασμού με τη μόνη παράμετρο που αλλάζει να είναι η συχνότητα αποκοπής του φίλτρου.

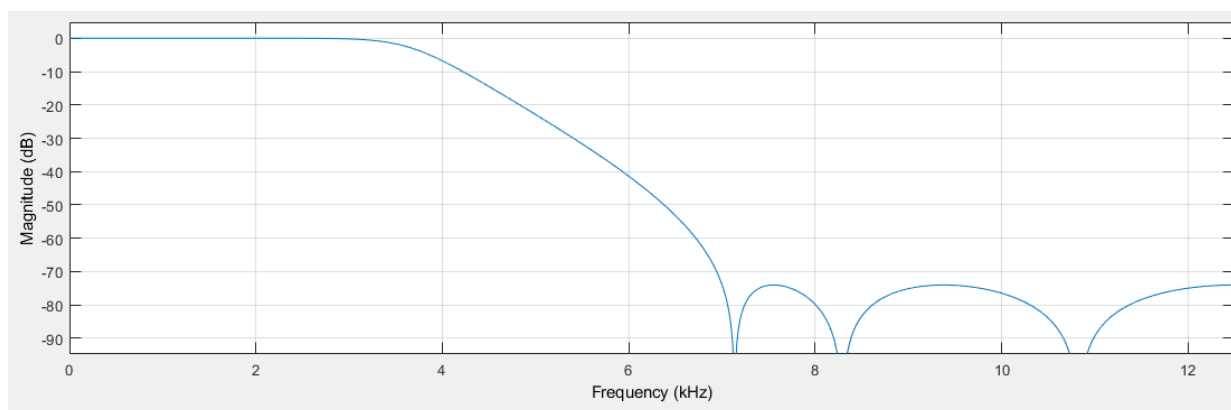


(α)

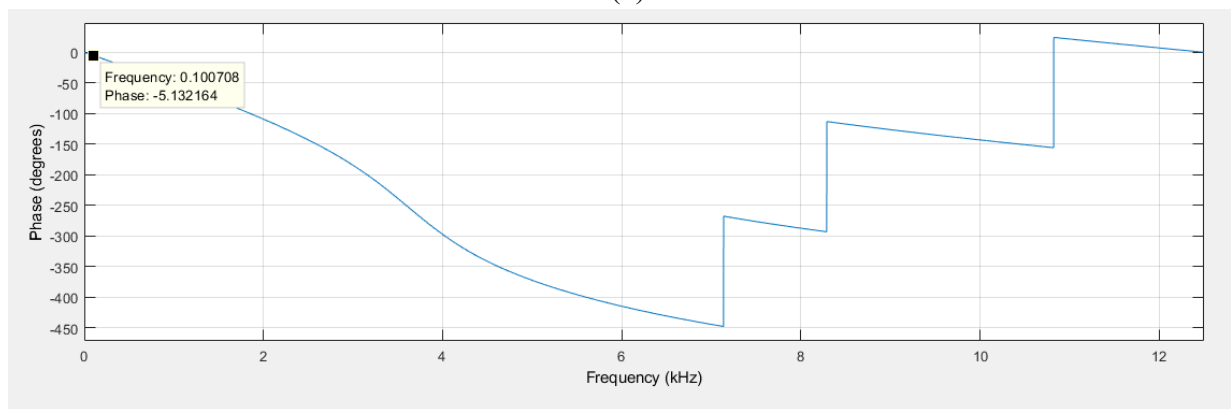


(β)

Σχήμα 1.28: Παράδειγμα σχεδιασμού για συχνότητα αποκοπής ίση με 2 kHz, (α) διάγραμμα μέτρου και (β) διάγραμμα φάσης.



(α)

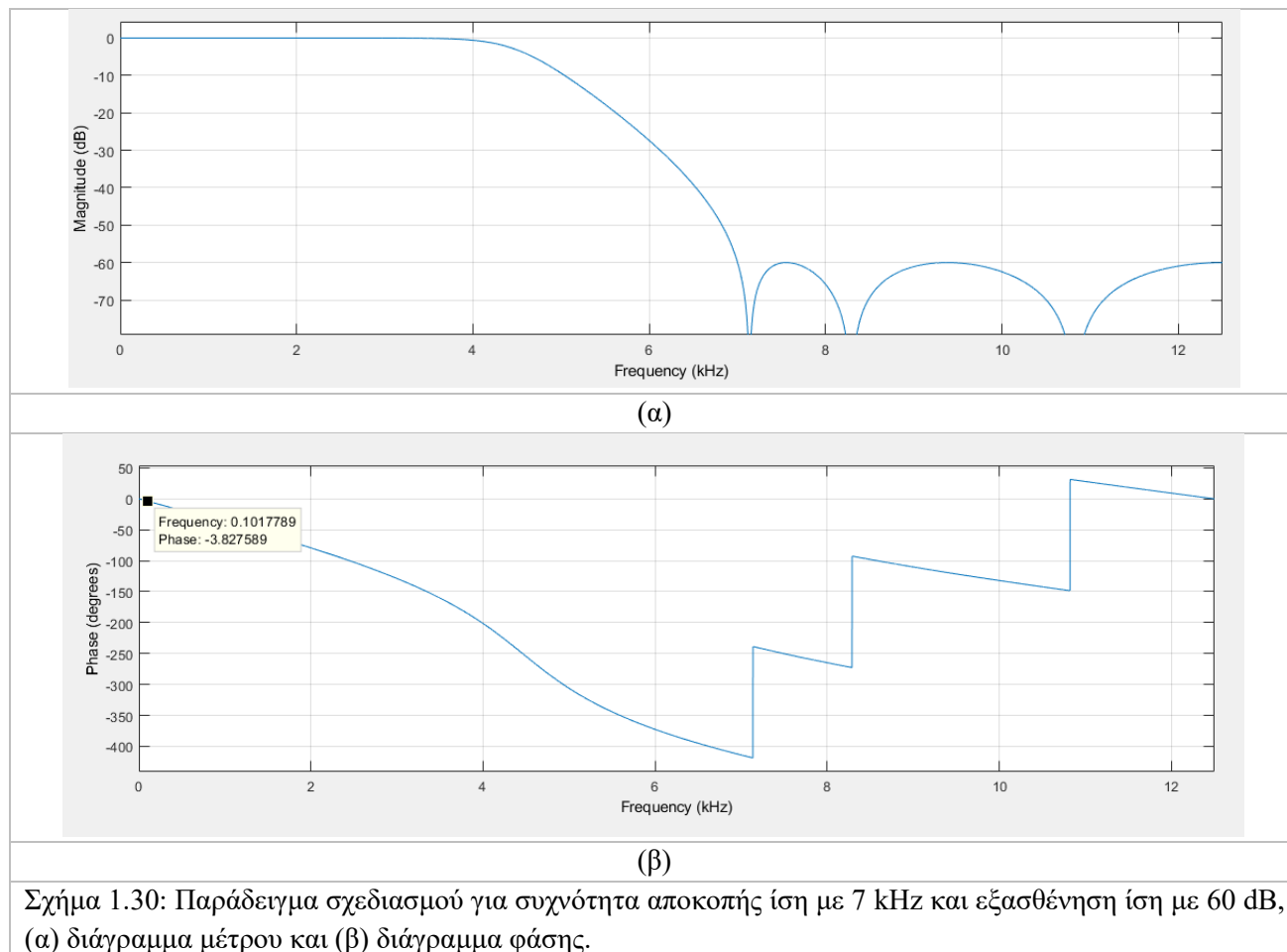


(β)

Σχήμα 1.29: Παράδειγμα σχεδιασμού για συχνότητα αποκοπής ίση με 4 kHz, (α) διάγραμμα μέτρου και (β) διάγραμμα φάσης.

Από τα Σχ. 1.28 και 1.29 καθίσταται άμεσα σαφές ότι με την αύξηση της συχνότητας αποκοπής η μετατόπιση φάσης μειώνεται στη συχνότητα ενδιαφέροντος. Λύση στο πρόβλημα μπορεί να δώσει η αύξηση της τάξης του φίλτρου αν η εφαρμογή το επιτρέπει. Εδώ όπως αναφέρθηκε θα πρέπει η τάξη του φίλτρου να είναι αυστηρά το πολύ ίση με 6. Επομένως, θέλοντας όσο το δυνατόν στενότερη ζώνη διέλευσης με όσο το δυνατόν λιγότερη φασική μετατόπιση στη συχνότητα των 100 Hz, η μόνη σχεδιαστική παράμετρος η οποία μπορεί να χαλαρώσει

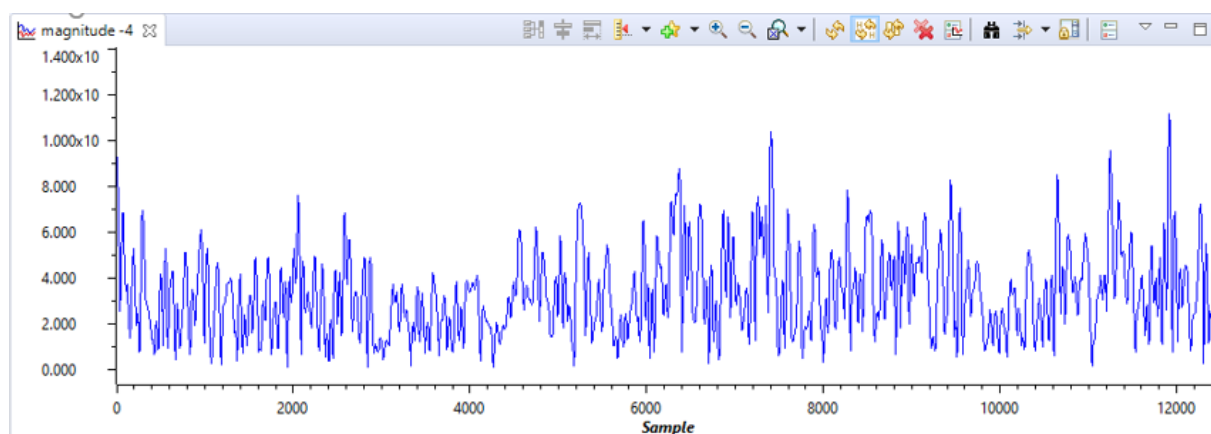
και να υπάρξει συμβιβασμός είναι η απόσβεση στη ζώνη αποκοπής. Στο Σχ. 1.30 παρουσιάζεται ο σχεδιασμός φίλτρου 6^{ης} τάξης για συχνότητας αποκοπής 7 kHz και εξασθένιση ίση με 60 dB στη ζώνη αποκοπής (από 74 dB που τέθηκε προηγουμένως), με τη μετατόπιση φάσης στη συχνότητα των 100 Hz να είναι κάτω από τα μέγιστα επιτρεπτά όρια. Η εξασθένιση των 60 dB σημαίνει ότι το ανεπιθύμητο αρμονικό περιεχόμενο εξασθενεί 1000 φορές, κάτι το οποίο θεωρείται αρκετό για την εφαρμογή μας.



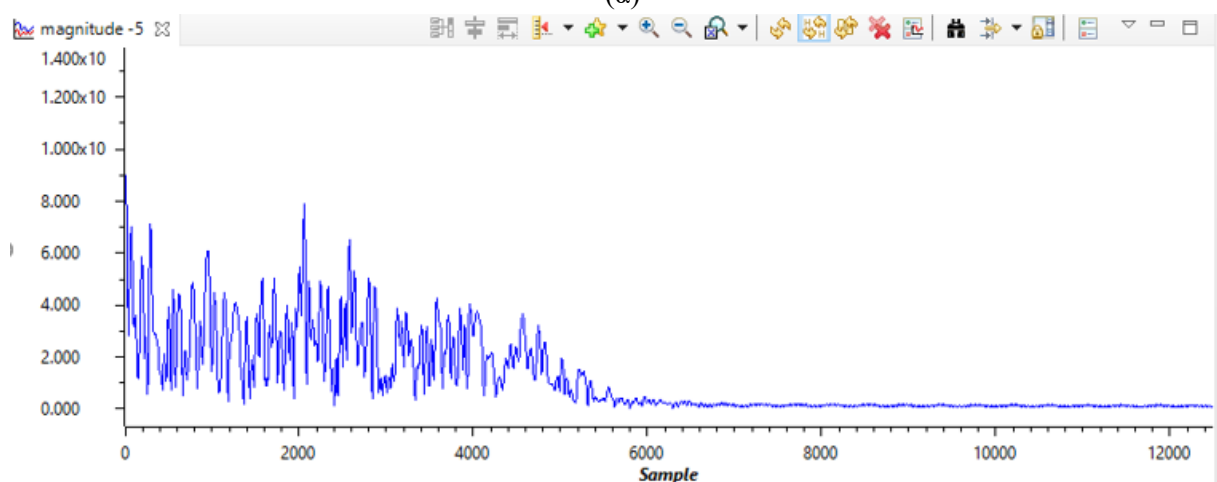
Σχήμα 1.30: Παράδειγμα σχεδιασμού για συχνότητα αποκοπής ίση με 7 kHz και εξασθένιση ίση με 60 dB, (α) διάγραμμα μέτρου και (β) διάγραμμα φάσης.

Αφού η σχεδίαση του Σχ. 1.30 μπορεί να καλύψει την δεδομένη εφαρμογή σειρά έχει η εξαγωγή των συντελεστών των τριών φίλτρων 2^{ης} τάξης πατώντας File-> Export και αφήνοντας τις default επιλογές πατάμε export. Αυτό υπάρχει πλέον στο workspace του Matlab είναι δύο πίνακες. Ο πίνακας SOS εμπεριέχει τους συντελεστές αριθμητή (b_k) και παρονομαστή (a_k) για τα 3 φίλτρα 2^{ης} τάξης και η αντιστοίχιση γίνεται όπως φαίνεται στο Σχ. 1.31. Κατά την εξαγωγή των συντελεστών υπάρχει ακόμη ένας πίνακας (G), ο οποίος εμπεριέχει το κέρδος G κάθε φίλτρου 2^{ης} τάξης. Σύμφωνα με αυτό το κέρδος η έξοδος κάθε φίλτρου θα είναι το πολύ ίση με τη μονάδα για μοναδιαία είσοδο. Αυτή η ιδιότητα είναι αρκετά χρήσιμη για την αποφυγή υπερχείλισης (overflow), ειδικά σε περιπτώσεις όπου χρησιμοποιείται αριθμητική σταθερής υποδιαστολής. Τέλος στο Σχ. 1.32 παρουσιάζεται το πειραματικό διάγραμμα πλάτους του φίλτρου πραγματοποιώντας μετρήσεις με λευκό θόρυβο.

SOS(1,1)		<div> <div>plot</div> <div>Plot as mult...</div> <div>Plot as mult...</div> <div>area</div> </div>					
SELECTION							
3x6 double							
	1	2	3	4	5	6	
1	1	0.4412	1	1	-0.7037	0.6640	
2	1	0.9802	1	1	-0.4603	0.2475	
3	1	1.8247	1	1	-0.3183	0.0477	
4							
5							
	b0	b1	b2		a0	a1	a2
	1	0,441206	1		1	-0,70372	0,664039
	1	0,980205	1		1	-0,46026	0,247533
	1	1,82466	1		1	-0,31833	0,047709

Σχ. 1.31: Οι συντελεστές των τριών φίλτρων 2^{ης} τάξης.

(α)



(β)

Σχήμα 1.32: (α) Το φάσμα του λευκού θορύβου στην είσοδο και (β) το φάσμα της εξόδου του χαμηλοδιαβατού Chebyshev τύπου 2 φίλτρου που σχεδιάστηκε.

Συνοψίζοντας η χρήση του εργαλείου Filter Designer διευκολύνει αρκετά τη διαδικασία σχεδιασμού φίλτρων αλλά για τη σωστή χρήση του απαιτείται καλή γνώση της βασικής θεωρίας των ψηφιακών συστημάτων και των βασικών αρχών σχεδιασμού.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1.1] Texas Instruments, “TMS320F2837xD Dual-Core Microcontrollers”, TMS320F2837xD datasheet, Dec. 2013 [1.Revised June 2020]
- [1.2] Texas Instruments, “TMS320F2837xS Microcontrollers”, TMS320F28377S datasheet, Aug. 2014 [1.Revised June 2020]
- [1.3] STMicroelectronics, “32b Arm® Cortex®-M4 MCU+FPU, 225DMIPS, up to 2MB Flash/256+4KB RAM, USB OTG HS/FS, Ethernet, 17 TIMs, 3 ADCs, 20 com. interfaces, camera & LCD-TFT”, STM32F429 datasheet, Jan. 2018
- [1.4] STMicroelectronics, “ARM® Cortex®-M4 32b MCU+FPU, up to 512KB Flash, 80KB SRAM, FSMC, 4 ADCs, 2 DAC ch., 7 comp, 4 Op-Amp, 2.0-3.6 V”, STM32F303Xe datasheet, Oct. 2016
- [1.5] Silicon Labs, “IMPROVING ADC RESOLUTION BY OVERSAMPLING AND AVERAGING”, AN118 Application Note, 2013
- [1.6] Bogatin E. (2018), *Signal and Power Integrity – Simplified (2nd ed.)*, Pearson, July 2015
- [1.7] Oppenheim, A. V., & Schafer, R. W., *Discrete-time signal processing (2nd ed.)*, Prentice Hall, January 1999
- [1.8] Σέργιος Θεοδωρίδης, Κώστας Μπερμπερίδης, Λευτέρης Κοφίδης, *Εισαγωγή στη Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων*, Εκδόσεις τυπωθήτω, Οκτώβριος 2003
- [1.9] Αθανάσιος Μάργαρης, *Σήματα και Συστήματα Συνεχούς και Διακριτού Χρόνου*, Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ, 2015