

Lista 5

1) Fie $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ ~~și $f(e_1) = e_2$~~ . Precizați, dacă există, câte un reper R în \mathbb{R}^3 aî

$[f]_{R,R}$ este matrice diagonală dacă: a) $\begin{cases} f(e_1) = e_2 \\ f(e_2) = e_1 + e_2 + e_3 \\ f(e_3) = e_2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} f(e_1) = e_3 \\ f(e_2) = e_2 \\ f(e_3) = e_1 \end{cases}$

~~2) Fie $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$~~ c) $[f]_{R_0, R_0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, d) $[f]_{R_0, R_0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$,

e) $[f]_{R_0, R_0} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -1 & 8 \\ 6 & -7 & 4 \end{pmatrix}$. În caz afirmativ, să se determine reperul și matricea diagonală.

2) Fie șirul Fibonacci $(f_n)_{n \geq 0}$, $f_0 = 0$, $f_1 = 1$, $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$.

a) Determinați matricea A a.î. $\begin{pmatrix} f_{n+2} \\ f_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} f_{n+1} \\ f_n \end{pmatrix}$

b) Diagonalizați A și calculați A^n .

c) $f_n = ?$ (formula generală în funcție de n , aici cu numărul de aur $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$)

3) Fie $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x_1, x_2, x_3) = (4x_1 + x_2 + x_3, x_1 + 4x_2 + x_3, x_1 + x_2 + 4x_3)$.

Precizați dacă \exists un reper R în raport cu care $[f]_{R,R}$ este diagonală.

În caz afirmativ, determinați A^n , unde $A = [f]_{R_0, R_0}$,

$R_0 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$