

Lista temelor 4

1) $f: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x], f(P) = P + P' + P''$.

a) ~~Se~~ Studiați liniaritatea, injectivitatea, surjectivitatea și bijectivitatea lui f .

b) $[f]_{R_0, R_0} = ?$, $R_0 = \{1, x, x^2\}$

2) $f: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_1[x]$ liniară, $f(x+2) = x+1$, $f(-x^2+3) = 2x+3$, $f(2x+5) = -x+1$.

Determinați f .

3) $f: \mathbb{R}_1[x] \rightarrow \mathbb{R}_1[x]$ liniară. Să se afle expresia analitică pentru f dacă:

a) $[f]_{R_0, R_0} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; b) $[f]_{R, R} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $R = \{x-1, 2x+2\}$

4) Fie aplicația liniară $f_m: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $[f_m]_{R_0, R_0} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & m \\ 2 & 3 & m \\ m & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Determinați m astfel încât $f_m \in \text{Aut}(\mathbb{R}^3)$.

5) $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ liniară, $g(V_i) = U_i$, $i = \overline{1, 3}$, $V_1 = (-1, 1, 1)$, $V_2 = (1, 1, 1)$, $V_3 = (0, 2, 1)$,

$$U_1 = 2V_1 + 3V_2 - V_3, U_2 = V_1 + 3V_2 + V_3, U_3 = V_3$$

a) $g = ?$

b) $[g]_{R_0, R_0} = ?$

c) $\ker g$, $\text{Im } g = ?$

6) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, -x_2)$. Arătați că $f \in \text{Aut}(\mathbb{R}^2)$