Listă probleme

1) Fie $Q:\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$, $Q(x)= x_1^2+x_2^2+x_3^2-2x_4^2-2x_1x_2+2x_1x_3-2x_1x_4+$
$+2x_2x_3-4x_2x_4$.

Să se aducă la o formă canonică.

2) Fie $Q:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ o formă pătratică și $G=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ matricea asociată.

Să se diagonalizeze Q.

3) Fie $g:\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g(x,y) = a x_1y_1+b x_1y_2+b x_2y_1+c x_2y_2$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$

a) Să se arate că g este o formă biliniară simetrică.

b) Să se arate că g este produs scalar $\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ ac-b^2>0. \end{cases}$

4) Fie $\{2,\ 3-2x,\ 1-2x+x^2\}$ un reper în $\mathbb{R}_2[x]$. Ortonormați reperul.

5) În $(\mathbb{R}^4, g_0)$ avem reperul

$R=\{f_1=(-1,2,2,1),\ f_2=(-1,1,-5,-3),\ f_3=(-3,2,8,7),\ f_4=(0,-1,1,0)\}$.

Să se ortonormeze.

6) Notăm $C([a,b])=\{f:[a,b]\to\mathbb{R} \mid f \text{ continuă}\}$ și

$g: C([a,b]) \to \mathbb{R}$, $g(f,h)=\int_a^b f(t)h(t)\,dt$.

Este $(C([a,b]),g)$ spațiu vectorial euclidian?

7) În $(M_2(\mathbb{R}),g)$, $g(A,B)=Tr(A^t\cdot B)$, $\forall A,B\in M_2(\mathbb{R})$

a) Arătați că g e produs scalar; b) $R=\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$ reper.

Să se ortonormeze R.

Scanned with CamScanner