

## Lista tutoriat 1

1) Fie  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Aflați  $A^{-1}$  folosind teorema Cayley-Hamilton.

2) Fie  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3m+4 \\ 1 & m & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z})$ .

a) Determinați  $m$  astfel încât  $A^{-1} \in M_3(\mathbb{Z})$

b) Pentru  $m=0$ , calculați  $A^{-1}$  folosind algoritmul Gauss-Jordan.

3) a) Fie  $A \in M_2(\mathbb{C})$ . Dacă  $\exists K \in \mathbb{N}, K \geq 2$  astfel încât  $A^K = O_2$ , arătați că  $A = O_2$ .

b) Fie  $f: M_2(\mathbb{C}) \rightarrow M_2(\mathbb{C}), f(X) = X^n$ . Să se arate că  $f$  nu e nici injectivă, nici surjectivă,  $\forall n \geq 2$ .

c) Fie  $A \in M_n(\mathbb{C})$ . Dacă  $A^n \neq O_n$ , arătați că  $A^K \neq O_n, \forall K \in \mathbb{N}$ .

d) Fie  $f: M_m(\mathbb{C}) \rightarrow M_n(\mathbb{C}), f(X) = X^m$ . Studiați injectivitatea, surjectivitatea, respectiv bijectivitatea funcției  $f, \forall m \geq n \geq 2$ .

4) Fie  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Să se determine forma echelon redusă și rangul lui  $A$ .

5) Fie  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) Să se scrie polinomul caracteristic.

b) Calculați  $A^{100}$ , utilizând teorema Cayley-Hamilton.