

## Изпитен тест № 1-от учебника

1. Дадена е съвкупност разделена на 5 подсъвкупности. Изчислени са разчленителните относителни величини, които имат следните значения: 12% ; 226% ; 20% ; 32% . Колко процента е относителният дял на петата подсъвкупност?

Разчленителните величини се изчисляват по формулата:

$(n_i : \sum n_i) \cdot 100$  и сумата на процентите трябва да е 100. Следователно  $12+26+20+32+x = 100 \Rightarrow x = 10\%$

2. От едни и същи данни са изчислени средни величини, които имат следните значения: 250,50 лв.; 258.44 лв. Коя от двете е средната хармонична? Защо?

Средната хармонична е 258.44 лв. Тя е обратна на средната аритметична и се изчислява с реципрочните и стойности – това е непретеглена хармонична величина.

3. Разполага се с данни за приходите от продажбите на една стока в три магазина, които са съответно 5600 ; 8100 ; 4400 лв. Цената по която тази стока е продавана във всеки от тези магазини е: 8; 9; 12 лв. Изчислете средната цена, по която тази стока е продавана за трите магазина общо?

Изчислява се с помощта на средна хармонична претеглена величина:

$$\bar{X}_h = \frac{\sum x}{\sum \frac{1}{x} \cdot x} \rightarrow \frac{5600 + 8100 + 4400}{\frac{1}{8} \cdot 5600 + \frac{1}{9} \cdot 8100 + \frac{1}{12} \cdot 4400} = \frac{18100}{1996.67} = 9.06 \text{ лв}$$

4. Разполага се със следните данни: вариант „А”: средна грешка на репрезентативността = 0.32 кг.; интервал на доверителността: 4.36 кг. до 5.64 кг.; вариант „Б” :средна грешка на репрезентативността = 0.38; интервал на доверителността: 4.24 кг до 5.76 кг. Посочете вида на подбора и при двата варианта.

Вариант”А”:  $\bar{\Delta x} = 0.64$ , но  $\bar{\Delta x} = M \bar{x} .Z \Rightarrow 0.64 = 0.32.Z \Rightarrow Z = 2$

Случаен повторен подбор

Вариант”Б”:  $\bar{\Delta x} = 0.76$ , но  $\bar{\Delta x} = M \bar{x} .Z \Rightarrow 0.76 = 0.38.Z \Rightarrow Z = 2$

Случаен повторен подбор

6. За измерване теснотата на дадена зависимост чрез коефициента на Крамер са анкетирани 300 души. Броят на групите по факторния признак е три, а по резултативния – четири. Хи квадрат е 378. Изчислете корелационния коефициент на Крамер и го интерпретирайте.

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2_{em}}{\sum \sum f_{ij} \min [(k_1 - 1); (k_2 - 1)]}} ; V = \sqrt{\frac{378}{300 \cdot 2}} \Rightarrow V = \sqrt{0.63} \Rightarrow V = 0.79$$

### Изпитен тест №11- от учебника

Изплатените разходи за работна заплата във фирма “Х” през второто шестмесечие на 2003 г. са както следва:

Месеци	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Разходи / млн.лв /	2	2,5	1,8	2,6	2,4	2,8
Постоянна база	-	125	90	130	120	140
Верижна база	-	125	72	88,9	92,3	116,7

Да се изчислят темповете на развитие.

Да се изчисли абсолютното значение на един процент от прираста.

$$T_{i/1} = \frac{y_i}{y_1} \Rightarrow \begin{aligned} \text{VIII} &\rightarrow \frac{2,5}{2} \cdot 100 = 125\% \\ \text{IX} &\rightarrow \frac{1,8}{2} \cdot 100 = 90\% \\ \text{X} &\rightarrow \frac{2,6}{2} \cdot 100 = 130\% \\ \text{XI} &\rightarrow \frac{2,4}{2} \cdot 100 = 120\% \\ \text{XII} &\rightarrow \frac{2,8}{2} \cdot 100 = 140\% \end{aligned}$$

$$T_{i/i-1} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \Rightarrow \begin{aligned} \text{VIII} &\rightarrow \frac{2,5}{2} \cdot 100 = 125\% \\ \text{IX} &\rightarrow \frac{1,8}{2,5} \cdot 100 = 72\% \\ \text{X} &\rightarrow \frac{2,6}{1,8} \cdot 100 = 88,9\% \\ \text{XI} &\rightarrow \frac{2,4}{2,6} \cdot 100 = 92,3\% \\ \text{XII} &\rightarrow \frac{2,8}{2,4} \cdot 100 = 116,7\% \end{aligned}$$

$$\Delta_{i/1} = y_i - y_1 \Rightarrow \begin{aligned} \text{XI} &\Rightarrow 2,4 - 2 = 0,4 \text{ лв.} \\ \text{XII} &\Rightarrow 2,8 - 2 = 0,8 \text{ лв.} \end{aligned}$$

$$T^l_{i/1} = T_{i/1} - 100 \Rightarrow \begin{aligned} \text{XI} &\Rightarrow 120 - 100 = 20\% \\ \text{XII} &\Rightarrow 140 - 100 = 40\% \end{aligned}$$

$$A_{i/1} = \frac{\Delta_{i/1}}{T_{i/1}}$$

ХІІ спрямо VII	$\frac{0,4}{20} = 0,02$
ХІ спрямо VII	$\frac{0,8}{40} = 0,02$

#### Задача 4.4

Данните за постъпленията на материали във фирма „А” са следните:

МАТЕРИАЛ И	ФАКТИЧЕСКИ ДОСТАВКИ ПЛАНИРАНИ ПРЕЗ МЕСЕЦ ДЕКЕМВРИ		ДОСТАВКИ ЗА МЕСЕЦ ЯНУАРИ		ФАКТИЧЕСКИ ДОСТАВКИ ЗА МЕСЕЦ ЯНУАРИ	
	Количество	Стойност	Количество	Стойност	Количество	Стойност

		(ЛВ.)		(ЛВ.)		(ЛВ.)
А-кг	156	1128	160	1152	175	1460
Б-м	354	9204	360	9360	342	11700
В-м <sup>2</sup>	244	9760	250	10000	237	12600

Да се изчисли:

1. Относителният размер на планираното увеличение(намаление) на размера на доставките за месец януари: а) в натурално изражение; б) в стойностно изражение

2. Процентното изпълнение на плана за доставките: а) в натурално изражение; б) в стойностно изражение

а)

$$\frac{Y_{pl}}{Y_o} \Rightarrow; \frac{160}{156} = 1.03; \frac{360}{354} = 1.02; \frac{250}{244} = 1.02$$

$$б) \frac{1152}{1128} = 1.02; \frac{9360}{9204} = 1.02; \frac{10000}{9760} = 1.02$$

2. Процентно изпълнение на плана за доставките: а) в натурално изражение; б) в стойностно изражение

$$б) \frac{1460}{1152} \cdot 100 = 126.74\%; \frac{11700}{9360} \cdot 100 = 125\%; \frac{12600}{10000} \cdot 100 = 126\%$$

### Задача 5.20

Разполагаме с данни за постоянно заетите лица в земеделските стопанства в община „В” през 2003г.:

ДАТИ	ПОСТОЯННО ЗАЕТИ ЛИЦА(БР)
1.01.2003г.	120
1.04.2003г.	130
1.07.2003г.	280
1.10.2003г.	240
1.01.2004г.	160

Да се изчисли средният брой на постоянно заетите лица през годината.

$$\bar{Y} = \frac{\frac{Y_1 + Y_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} Y_i}{n-1} = \frac{\frac{120 + 160}{2} + (130 + 280 + 240)}{5-1} = \frac{140 + 650}{4} = 198$$

198 постоянно заети лица

### Задача 6.8

Разполагаме с данни за разпределението на група фирми според размера на печалбата:

<b>ПЕЧАЛБА(ХИЛ.Л В.)</b>	<b>ФИРМИ(БР)</b>
до 10	4
над 10 до 12	6
над 12 до 14	8
над 14 до 16	12
над 16 до 18	8
над 18 до 20	2

Да се изчислят: а) средното аритметично отклонение; б) средното квадратично отклонение; в) кватилното отклонение; г) средната разлика; д) дисперсията

За да започне решаването на задачата трябва първо да затворим отворената долна граница. Затварянето ще стане като се осигури същата ширина на интервала както и в останалите групи. За уточнение: работи се с претеглен вариант на формулите, защото броя фирми в отделните групи е различен.

$x$	$f$	$x_d$	$x \cdot f$	$x - \bar{x}$	$x^2 \cdot f$	$C^+$	$C^-$	$C^+ + C^-$	$x \cdot f \cdot (C^+ - C^-)$	$ x - \bar{x}  \cdot f$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
до 10	4	9	36	-5	324	4	40	44	-1296	20	100
10-12	6	11	66	-3	726	10	36	46	-1716	18	54
12-14	8	13	104	-1	1352	18	30	48	-1248	8	8
14-16	12	15	180	1	2700	30	22	52	1440	12	12
16-18	8	17	136	3	2312	38	10	48	3808	24	72
18-20	2	19	38	5	722	40	2	42	1444	10	50
<b><math>\Sigma =</math></b>	<b>40</b>		<b>560</b>						<b>2432</b>	<b>92</b>	<b>296</b>

Изчислявам средната аритметична по формулата:  $\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} \Rightarrow \bar{x} = \frac{560}{40} = 14$

а) Средноаритметично отклонение

- в абсолютен размер - по формула:  $\delta = \frac{\sum |x - \bar{x}| \cdot f}{\sum f} ; \Rightarrow \delta = \frac{92}{40} = 2.3$

- в относителен размер - по формула:  $V_{\delta} = \frac{2.3}{14} \cdot 100 = 16.4 \%$

б) Средноквадратично отклонение

-абсолютен размер - по формула:  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}} ; \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{296}{40}} = \sqrt{7.4} ;$

$$\sigma = 2.72$$

-коефициент на вариация - по формула:  $V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 ; \sigma = \frac{2.72}{14} \cdot 100$

$$\sigma = 19.43 \%$$

в) Квартилно отклонение

-абсолютен размер - по формула;  $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$Q_1 = A_{Q_1} + \left( \frac{\sum f + 1}{4} - n_{Q_1-1} \right) \frac{h}{f_{Q_1}} ; A_{Q_1} = \frac{\sum f + 1}{4} = \frac{41}{4} = 10.25 ; h = 2 ;$$

$$\Rightarrow Q_1 = 12 + \left( \frac{41}{4} - 10 \right) \frac{2}{8} = 12.0625 ; Q_3 = A_{Q_3} + \left( 3 \cdot \frac{\sum f + 1}{4} - n_{Q_3-1} \right) \frac{h}{f_{Q_3}}$$

$$AQ_3 = 30.75 \Rightarrow Q_3 = 16 + 3 \cdot \left( \frac{41}{4} - 30 \right) \frac{2}{8} = 16.188 ;$$

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \Rightarrow Q = \frac{16.188 - 12.063}{2} = 2.0625$$

-коефициент на вариация:  $V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \cdot 100 = \frac{16.188 - 12.063}{16.188 + 12.063} \cdot 100 = 14.60 \%$

г) Средна разлика: по формула:  $G = \frac{\sum [x_i f_i (C^+ - C^-)]}{\frac{\sum f (\sum f - 1)}{2}} = \frac{2432}{40 \cdot (40 - 1)} = 3.12$

-коефициент на вариация по средна разлика:

$$V_G = \frac{G}{\frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}} \cdot 100 = \frac{3.12}{\frac{19+9}{2}} \cdot 100 = 22.29 \%$$

д) дисперсия – по формула:  $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{296}{40} = 7.4$  ;  $\sigma = 2.72$

### задача 7.10

Дадено е разпределението на група работници, според дневната им изработка:

Дневна изработка (бр)	Работници(бр)
7	2
8	12
9	28
10	24
11	16
12	12
13	6

Иска се: 1. да се изчисли: а) коефициентът на асиметрия на Пирсън; б) коефициентът на асиметрия на Юл; в) коефициентът на асиметрия на Боули; г) моментният коефициент на асиметрия; д) моментният коефициент на ексцес

2. Да се определи видът и силата на асиметрията и ексцеса

$x$	$f$	$x \cdot f$	$f \cdot x^2$		$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$	$(x - \bar{x})^3 \cdot f$	$(x - \bar{x})^4 \cdot f$
7	2	14	2		-3	18	-54	162
8	12	96	14		-2	48	-192	192
9	28	252	42	$M_0; Q_1$	-1	28	-28	28
10	24	240	66	Me	0	0	0	0
11	16	176	82	$Q_3$	1	16	16	16
12	12	144	94		2	48	192	192
13	6	78	100		3	54	162	486
$\Sigma$	<b>100</b>	<b>1000</b>				<b>212</b>	<b>96</b>	<b>1076</b>

$$\bar{x} = 10$$

Използвам претеглен вариант на формулите:

$$M_0 = 9 ; \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{212}{100}} = \sqrt{2.12} = 1.46 ; \quad \sigma = 1.46$$

а) коэффициент на Пирсън-  $S_{k1} = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma} = \frac{1}{1.46} = 0.68$

б) коэффициент на Юл – изчислявам медианен случай -  $\frac{\sum f + 1}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$

$$L_{Me} = 10 ; Me = L_{Me} + \left( \frac{\sum f + 1}{2} - S_{me-1} \right) \frac{h_{me}}{f_{me}} ; \Rightarrow M_e = 10 + (50.5 - 42) \cdot \frac{1}{24} ;$$

$$Me = 10.354 ;$$

$$S_{k2} = \frac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma} = \frac{3(10 - 10.35)}{1.46} = -0.72$$

Коефициентът приема стойност от -3 до +3. Тъй като по абсолютна стойност тук коефициента не превишава 1 разпределението е умерено асиметрично.

в) Коефициент на Боули – изчислявам квантилите по съответните формули

$$Q_1 = L_{Q_1} + \left( \frac{\sum f + 1}{4} - f_{kky_{Q1-1}} \right) \frac{h_{Q1}}{f_{Q1}} \quad \text{и} \quad Q_3 = L_{Q3} + \left( 3 \cdot \frac{\sum f + 1}{4} - f_{kky_{Q3-1}} \right) \frac{h_{Q3}}{f_{Q3}} ;$$

$$Q_1 = 9.405 \quad \text{и} \quad Q_3 = 11.614 ;$$

$$K_Q = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Me}{Q_3 - Q_1} = \frac{9.405 + 11.614 - 2 \cdot 10.354}{11.614 - 9.405} = \frac{0.311}{2.209} = 0.141$$

г) Моментен коефициент на асиметрия

$$\gamma = \frac{M_3}{\sigma^3} ; M_3 = \frac{\sum (x - \bar{x})^3 \cdot f}{\sum f} = \frac{96}{100} = 0.96 \Rightarrow \gamma = \frac{0.96}{1.46^3} = 0.31 ;$$

д) Моментен коефициент на ексцес:

$$E = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 ; M_4 = \frac{\sum (x - \bar{x})^4 \cdot f}{\sum f} = \frac{1076}{100} = 10.76 ; \Rightarrow E = \frac{10.76}{1.46^4} - 3 ;$$

$$E = \frac{10.76}{4.54} - 3 ; E = -0.63$$

$E < 0 \Rightarrow$  ексцесът е поднормален (отрицателен)

2. Да се определи видът и силата на асиметрията и ексцеса

а)  $Me > \bar{x} > Mo$  - получените коефициенти позволяват да се направи извод, че е налице дясна положителна асиметрия. Изхождайки от получените стойности за коефициентите на Боули и моментен можем да определим асиметрията като умерена.



б) От отрицателната стойност на моментния коефициент на ексцеса можем да направим извод, че разпределението е поднормално и върхът му е разположен по-ниско от върха на нормалното разпределение.

**10.10.**Производството в един пивоварен завод,приватизиран през 1999 г.,за периода 1994-2003 г. е следната:

Да се изглади динамичния ред по метода на най-малките квадрати,като се използва уравнение на:

а/ права линия

б/ парабола

По кое уравнение е постигнато по- добро изглаждане? Обосновете отговора си!

Години	Производство	t	y.t	T <sup>2</sup>	$\hat{y} = a + bt$	T <sup>3</sup>	y.t <sup>2</sup>	T <sup>4</sup>
1994	60	1	60	1	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.1 = 35,0$	1	60	1
1995	50	2	100	4	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.2 = 38,19$	8	200	16
1996	40	3	120	9	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.3 = 41,28$	27	360	81
1997	30	4	120	16	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.4 = 44,37$	64	480	256
1998	30	5	150	25	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.5 = 47,46$	125	750	625
1999	30	6	180	36	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.6 = 50,55$	216	1080	1296
2000	35	7	245	49	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.7 = 53,64$	243	1715	1701
2001	50	8	400	64	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.8 = 56,73$	512	3200	4096
2002	75	9	675	81	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.9 = 59,82$	729	6075	6561
2003	90	10	900	100	$\hat{y} = 32.01 + 3.09.10 = 62,9$	1000	9000	10000
	<b>490</b>	<b>55</b>	<b>2950</b>	<b>385</b>		<b>2925</b>	<b>22920</b>	<b>24633</b>

### Права линия

- несъкратен

$$\hat{y} = a + bt$$

$$\left| \begin{array}{l} \sum x = N_a + b \sum t \\ \sum yt = a \sum t + b \sum t^2 \end{array} \right|$$

$$\begin{cases} 490 = 10a + 55b : 5 \\ 2950 = 55a + 385b : 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 98 = 2a + 11b \\ 590 = 11a + 77b \end{cases}$$

$$a = \frac{98 - 11b}{2}$$

$$1180 = 1078 - 121b + 154b$$

-съкратен

$$a = \frac{\sum y}{N} = \frac{490}{10} = 49$$

$$b = \frac{\sum yt'}{\sum t'^2} = \frac{510}{330} = 1,545$$

$$\Rightarrow a = 49, b = 1,54$$

$\hat{y}_1 = 49 + 1,545 \cdot (-9) = 35,095$
$\hat{y}_2 = 49 + 1,545 \cdot (-7) = 38,185$
$\hat{y}_3 = 49 + 1,545 \cdot (-5) = 41,275$
$\hat{y}_4 = 49 + 1,545 \cdot (-3) = 44,365$
$\hat{y}_5 = 49 + 1,545 \cdot (-1) = 47,455$
$\hat{y}_6 = 49 + 1,545 \cdot 1 = 50,545$
$\hat{y}_7 = 49 + 1,545 \cdot 3 = 53,635$
$\hat{y}_8 = 49 + 1,545 \cdot 5 = 56,725$
$\hat{y}_9 = 49 + 1,545 \cdot 7 = 59,815$
$\hat{y}_{10} = 49 + 1,545 \cdot 9 = 62,905$

$$\Rightarrow a = 32.01, b = 3,09$$

### Парабола

$$\hat{y} = a + b \cdot t' + c \cdot t'^2$$

$$\begin{cases} \sum y = N \cdot a + b \sum t + c \sum t^2 \\ \sum yt = a \sum t + b \sum t^2 + c \sum t^3 \\ \sum yt^2 = a \sum t^2 + b \sum t^3 + c \sum t^4 \end{cases}$$

$$b = \frac{\sum yt'}{\sum t^2} = \frac{510}{330} = 1,545$$

$(t - \bar{t})$	$(t - \bar{t})^2$	$y \cdot (t - \bar{t})$	$y \cdot (t - \bar{t})^2$	$(t - \bar{t})^4$
-9	81	-540	4860	6561
-7	49	-350	2450	2401
-5	25	-20	1000	625
-3	9	-90	270	81
-1	1	-30	30	1
1	1	30	30	1
3	9	105	315	81
5	25	250	1250	625
7	49	525	3675	2401
9	81	810	7290	6561
<b>0</b>	<b>510</b>	<b>510</b>	<b>21 170</b>	<b>19 338</b>

$$a = \frac{\sum x \cdot \sum t'^4 - \sum t'^2 y \sum t'^2}{N \cdot \sum t'^4 - \sum t'^2 \sum t'^2} = \frac{490 \cdot 19338 - 21170 \cdot 330}{10 \cdot 19338 - 330 \cdot 300} = \frac{2489520}{84480} = 29,4687 \approx 29,47$$

$$c = \frac{N \sum yt'^2 - \sum t'^2 \cdot \sum y}{N \sum t'^4 - \sum t'^2 \cdot \sum t'^2} = \frac{10 \cdot 21170 - 330 \cdot 490}{10 \cdot 19338 - 330 \cdot 300} = \frac{50000}{84480} = 0,5918 \approx 0,59$$

$$\hat{y} = a + b \cdot t' + c \cdot t'^2$$

$$a = 29,47, \quad b = 1,545, \quad c = 0,59$$

$\hat{y}_1 = 29,47 + 1,545 \cdot (-9) + 0,59 \cdot 81 = 29,47 - 13,905 + 47,79 = 63,3$
$\hat{y}_2 = 29,47 + 1,545 \cdot (-7) + 0,59 \cdot 49 = 29,47 - 10,815 + 28,91 = 47,5$
$\hat{y}_3 = 29,47 + 1,545 \cdot (-5) + 0,59 \cdot 25 = 29,47 - 7,725 + 14,75 = 36,495$
$\hat{y}_4 = 29,47 + 1,545 \cdot (-3) + 0,59 \cdot 9 = 29,47 - 4,635 + 5,31 = 30,145$
$\hat{y}_5 = 29,47 + 1,545 \cdot (-1) + 0,59 \cdot 1 = 29,47 - 1,545 + 0,59 = 28,515$
$\hat{y}_6 = 29,47 + 1,545 \cdot 1 + 0,59 \cdot 1 = 29,47 + 1,545 + 0,59 = 31,605$
$\hat{y}_7 = 29,47 + 1,545 \cdot 3 + 0,59 \cdot 9 = 29,47 + 4,635 + 5,31 = 39,415$
$\hat{y}_8 = 29,47 + 1,545 \cdot 5 + 0,59 \cdot 25 = 29,47 + 7,725 + 14,75 = 51,945$
$\hat{y}_9 = 29,47 + 1,545 \cdot 7 + 0,59 \cdot 49 = 29,47 + 10,815 + 28,91 = 69,195$
$\hat{y}_{10} = 29,47 + 1,545 \cdot 9 + 0,59 \cdot 81 = 29,47 + 13,905 + 47,79 = 91,165$

По уравнението на права линия е постигнато по – добро изглаждане, защото  $y - \hat{y} = 0$ , докато при изглаждането на уравнението по параболата  $y - \hat{y} = 0,6$

### Задача 13.7

При наблюдение на шест промишлени предприятия са получени данни за размера на дълготрайните им активи и обема на произведената промишлена продукция:

Предприятие	Активи,млн.лв.	Продукция хил.лв.
1	3	142
2	4	312
3	5	292
4	6	412
5	7	422
6	8	472

Иска се:

1. Да се състави линейно регресионно уравнение, изразяващо зависимостта между размера на дълготрайните активи и обема на продукцията и да се оценят параметрите му.
2. Да се изчисли коефициентът на еластичност между размера на активите и обема на продукцията.
3. Да се изчислят корелационните коефициенти на: а) Фехнер; б) Браве; в) Пирсън.
4. Да се изчислят коефициентите на: а) определението; б) неопределението; в) акорелацията.
5. Да се интерпретират получените резултати.

$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$(y - \hat{y})^2$	$\hat{y}$	$(y - \bar{y})^2$
3	0.142	0.426	9	0.0025	0.192	0.04
4	0.312	1.248	16	0.0036	0.252	0.0009
5	0.292	1.460	25	0.0004	0.312	0.0025
6	0.412	2.472	36	0.0016	0.372	0.0049
7	0.422	2.954	49	0.0001	0.432	0.0064

8	0.472	3.776	64	0.004	0.492	0.0169
$\Sigma=33$	<b>2.052</b>	<b>12.336</b>	<b>199</b>	<b>0.0122</b>	<b>2.052</b>	<b>0.0716</b>

1.  $y = a + b \cdot x$

**Превръщам хил.лв.в млн.лв. и определям параметрите на а и b.**

$$\left| \begin{array}{l} \Sigma y = Na + b \cdot \Sigma x \\ \Sigma yx = a \Sigma x + b \Sigma x^2 \end{array} \Rightarrow \right| \begin{array}{l} 2.052 = 6a + 33b \quad / :3 \\ 12.336 = 33a + 199b \end{array}$$

$$0.684 = 2a + 11b$$

$$12.336 = 33a + 199b \Rightarrow a = \frac{0.684 - 11b}{2} \Rightarrow 12.336 = 33 \left( \frac{0.684 - 11b}{2} \right) + 199b$$

$$12.336 = \frac{22.572 - 363b}{2} + 199b ; 12.336 = 11.286 - 181.5b + 199b ;$$

$$12.336 = 11.286 - 17.5b ; 17.5b = 12.336 - 11.286 ; 17.5b = 1.05$$

$$b = 0.06 \Rightarrow a = \frac{0.684 - 11 \cdot 0.06}{2} \Rightarrow a = 0.012 ;$$

$$\hat{y} = 0.012 + 0.06 \cdot x$$

$$\hat{y}_1 = 0.012 + 0.06 \cdot 3 = 0.192$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} ; \bar{y} = \frac{2.052}{6} = 0.342$$

$$\hat{y}^2 = 0.012 + 0.06 \cdot 4 = 0.252$$

$$\bar{y} = 0.342$$

$$\hat{y}_3 = 0.012 + 0.06 \cdot 5 = 0.312$$

$$\hat{y}_4 = 0.012 + 0.06 \cdot 6 = 0.372$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} ; \bar{x} = \frac{33}{6} = 5.5$$

$$\hat{y}_5 = 0.012 + 0.06 \cdot 7 = 0.432$$

$$\bar{x} = 5.5$$

$$\hat{y}_6 = 0.012 + 0.06 \cdot 8 = 0.492$$

Интерпретацията на стойностите на регресионните коефициенти е следната: параметърът а показва величината на промишлената продукция при по- малък размер на дълготрайните активи. Това означава, че при нисък размер на дълготрайните активи обемът на промишлената продукция ще е 0.012 млн.лв. По-важна е обаче стойността на регресионния параметър b. Неговата величина показва, че при увеличаване размера на дълготрайните активи с 1 млн.лв. обемът на промишлената продукция нараства с 0.06 млн.лв..

2. Коефициент на еластичност:  $Ke = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$  ;  $Ke = 0.06 \cdot \frac{5.5}{0.342}$  ;  $Ke = 0.965$

3. Корелационен коефициент на:

а) Фехнер

-обикновен коефициент на Фехнер

$x$	$y$	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$A/B$	$(x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
3	0.142	-2.5	-0.2	A	0.5	6.25	0.04
4	0.312	-1.5	-0.03	A	0.045	2.25	0.0009
5	0.292	-0.5	-0.05	A	0.025	0.25	0.0025
6	0.412	0.5	0.07	A	0.035	0.25	0.0049
7	0.422	1.5	0.08	A	0.12	2.25	0.0064
8	0.472	2.5	0.13	A	0.325	6.25	0.0169
$\Sigma = 33$	<b>2.052</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>x</b>	<b>1.05</b>	<b>17.5</b>	<b>0.3191</b>

$$Kf = \frac{A+B}{A+B} = \frac{6-0}{6+0} ; Kf = 1 ;$$

-подобрен коефициент на Фехнер:  $Kfp = \frac{\Sigma(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\Sigma[(x - \bar{x})(y - \bar{y})]} = \frac{1.05}{1.05} = 1$

б) Коефициент на Браве:  $r = \frac{\Sigma(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x - \bar{x})^2 \cdot \Sigma(y - \bar{y})^2}} = \frac{1.05}{\sqrt{17.5 \cdot 0.3191}} ;$

$$r = \frac{1.05}{\sqrt{5.584}} = \frac{1.05}{2.36} ; r = 0.44$$

в) Коефициент на Пирсън :  $r = \sqrt{1 - \frac{\Sigma(y - \hat{y})^2}{\Sigma(y - \bar{y})^2}} \Rightarrow r = \sqrt{1 - \frac{0.0122}{0.3191}} = \sqrt{1 - 0.038} ;$

$$r = \sqrt{0.962} \Rightarrow r = 0.98$$

От получените стойности на корелационните коефициенти може да се направи извод , че между размера на дълготрайните активи и обема на произведената продукция съществува силна зависимост.

4.а) Коефициент на определението (детерминация) :

$$Ko = r^2 ; Ko = 0.98^2 = 0.96$$

б) Коефициент на неопределението (индетерминация) :

$$K_{HO} = 1 - r^2; \Rightarrow 1 - 0.96 = 0.04$$

**в) Коефициент на акорелация :**

$$K_{ак} = \sqrt{1 - r^2} = \sqrt{0.04} \Rightarrow K_{ак} = 0.2$$

#### **Задача 14.4**

Години	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Производство	21.4	27.0	24.2	26.5	27.0	28.5
хил.т						

**Иска се:**

**1. Да се изчислят индекси**

**а) с постоянна база 1998г.**

**б) с верижна база;**

**2. Да се извършат разчети въз основа на които от индекси с постоянна база да се премине към индекси с верижна база и от индекси с верижна база да се премине към индекси с постоянна база.**

**а) с постоянна база :**  $\frac{y_1}{y_0}$ ;  $y_0 = \frac{21.4}{21.4} = 1$ ;  $y_1 = \frac{27}{21.4} = 1.26$ ;  $y_2 = \frac{24.2}{21.4} = 1.13$ ;

$y^3 = \frac{26.5}{21.4} = 1.24$ ;  $y_4 = \frac{27}{21.4} = 1.26$ ;  $y_5 = \frac{28.5}{21.4} = 1.33$ ;

**б) с верижна база :**  $\frac{y_2}{y_1}$ ;  $y_1 = \frac{27.0}{21.4} = 1.26$ ;  $y_2 = \frac{24.2}{27.0} = 0.90$ ;  $y^3 = \frac{26.5}{24.2} = 1.10$ ;

$y_4 = \frac{27.0}{26.5} = 1.02$ ;  $y_5 = \frac{28.5}{27.0} = 1.06$ ;

**2. От постоянна към верижна база**

$$\frac{1.26}{1} = 1.26; \frac{1.13}{1.26} = 0.90; \frac{1.24}{1.13} = 1.10; \frac{1.26}{1.24} = 1.02; \frac{1.33}{1.26} = 1.06;$$

**От верижна към постоянна база**

$$1.06 * 1.02 * 1.10 * 0.90 * 1.26 * 1 = 1.33$$

$$1.02 * 1.10 * 0.90 * 1.26 * 1 = 1.26$$

$$1.10 * 0.90 * 1.26 * 1 = 1.24$$

$$0.90 * 1.26 * 1 = 1.13$$

$$1.26 \cdot 1 = 1.26$$

#### Задача 14.14

Цехове	Базисен период		Отчетен период	
	Работници(бр )	Средства за работна заплата (лв)	Работници(бр )	Индивидуал на работна заплата (лв)
Пловдив	80	16000	20	220
Асеновград	50	7500	60	160
Карлово	30	3600	100	140

1. Да се изчислят индивидуалните работни заплати за базисния период за всеки цех
2. Да се изчислят индивидуалните индекси на работна заплата
3. Да се изчисли средната работна заплата:
  - а) през базисния период;
  - б) през отчетния период;
4. Да се изчисли индексът на променлив състав;
5. Да се изчисли индексът на постоянен състав като:
  - а) агрегатен;
  - б) средноаритметичен;
  - в) среднохармоничен;
6. Да се изчисли индексът на структурните промени;
7. Да се направи икономическа оценка на получените резултати;

#### 1. Индивидуални работни заплати:

- за Пловдив :  $\frac{16000}{80} = 200_{лв}$  ;
- за Асеновград :  $\frac{7500}{50} = 150_{лв}$  ;
- за Карлово :  $\frac{3600}{30} = 120_{лв}$  ;

#### 2. Индивидуални индекси на работна заплата :



- за Пловдив :  $\frac{220}{200} = 1.1$  ;

- за Асеновград :  $\frac{160}{150} = 1.07$  ;

- за Карлово :  $\frac{140}{120} = 1.17$  ;

3. Средна работна заплата :  $\bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$  ;  $\bar{p}_1 = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1}$

а) през базисния период:  $\frac{16000 + 7500 + 3600}{80 + 50 + 30} = \frac{27100}{160} = 169.38 \text{ лв}$

б) през отчетния период:  $\frac{20 \cdot 120 + 60 \cdot 160 + 100 \cdot 140}{20 + 60 + 100} = \frac{26000}{180} = 144.44 \text{ лв}$

4. Индекс на променлив състав :  $I_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0}$  ;

$$\frac{144.44}{169.38} = 0.853$$

**5. Индекс на постоянен състав:**

а) като агрегатен

$q_1$	$q_0$	$q_0 \cdot p_0$	$q_1 \cdot p_1$	$p_0$	$p_1$	$p_0 \cdot q_1$	$p_1 \cdot q_0$
80	20	16000	2400	200	220	4000	17600
50	60	7500	9600	150	160	9000	8000
30	100	3600	14000	120	140	12000	4200
$\sum = 160$	180	27100	26000			25000	29800

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} ; \Rightarrow \frac{26000}{27100} = 0.96 ;$$

б) като средноаритметичен:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_0 q_0}{p_1 q_1}} \cdot p_1 q_1 ; \frac{26000}{\frac{27100}{26000}} \cdot 26000 = 0.96 ;$$

в) като среднохармоничен :

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_0 q_0}{p_1 q_1}} ; I_{pq} = \frac{26000}{\frac{27100}{26000}} \cdot 26000 = 0.96 ;$$

6. Индекс на структурни промени:  $I_{str}(p_o) = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_1}{\sum q_0}$ ;

$$\frac{25000}{27000} \cdot \frac{180}{160} = 0.82 ;$$

$$I_{str}(q_i p_i) = \frac{\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}{\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}} ; \frac{\frac{26000}{29800}}{\frac{25000}{27100}} = \frac{0.87}{0.92} = 0.95 ;$$

7. Икономическа оценка – средната работна заплата се е намалила с 15 % (0.85.100-100) в сравнение с базисния период. Промените в структурата на броя работници са довели до намаляване на средната работна заплата и увеличаване на индивидуалната работна заплата.

### Задача 17.3

Към 31.12.2003г. в един град живеят 220000 жители. Жените са 50.5% от средногодишното население,като 72% от тях са във фертилна възраст. През годината са родени 640 деца,от които 340 са момчета. Починали са 800 души, от които 30 са деца,ненавършили едногодишна възраст. През годината в града трайно са се заселили 80 души, а други 202- трайно са се изселили. Предходната година са родени 16 деца по-малко. До 15-годишна възраст ще достигнат 96% от родените момичета. От 1.01. до 31.12 .2003г. 132000 се водят в регистъра ГРАОН като икономически активни лица. Средногодишният брой на лицата на 15 и повече навършени години е 78% от средногодишният брой на населението,като само 54% от тях са заети,а останалите са безработни. Към същия момент в Бюрото по труда са регистрирани 856 незаети работни места.

Да се изчисли:

1. Броят на населението на 1.01.2003 г.

$$St = S_1 + N - M \pm K, \text{ където}$$

St- брой на населението през t година

S<sub>1</sub>- брой на населението от последното преброяване;

**N- брой на родените през периода деца;**

**M-брой на починалите през периода лица;**

**K-результат от емиграция и миграция;**

$$St = 22000 + 640 - 800 + 80 - 202; St = 219718 \text{ души}$$

**2.Средногодишният брой на населението в града**

$$\bar{S} = \frac{S_H + S_K}{2} ; \text{където}$$

$\bar{S}$  - средногодишен брой на населението

$S_H$  -брой в началото на годината

$S_K$  - брой в края на годината

$$\bar{S} = \frac{219718 + 220000}{2} = 219859 \text{ души}$$

**3.Коефициент на раждаемост**

$$\text{а) общ- } n = \frac{N}{\bar{S}} \cdot 1000 \Rightarrow n = \frac{640}{219859} \cdot 1000 = 2.91\text{‰} ;$$

$$\text{б) специфичен - } n' = \frac{N}{\bar{S}_{d(15-49)}} \cdot 1000 = \frac{640}{79940} \cdot 1000 = 8.01\text{‰}$$

**4.Коефициент на смъртност :**

$$\text{а) общ - } m = \frac{M}{\bar{S}} \cdot 1000 ; m = \frac{800}{219859} \cdot 1000 = 3.64\text{‰}$$

$$\text{б) детска смъртност- } m_0 = \frac{M_0}{\frac{1}{3} \cdot N' + \frac{2}{3} \cdot N''} \cdot 1000 \text{ където,}$$

$M_0$  -брой на починалите деца ненавършили 1 година;

$N'$  - брой на родените деца през предходната година;

$N''$  - брой на родените деца през текущата година;

$$m_0 = \frac{30}{\frac{1}{3} \cdot 624 + \frac{2}{3} \cdot 640} \cdot 1000 ; m_0 = \frac{30}{208 + 426.67} \cdot 1000 = 47.27\text{‰}$$

**5. Естествен прираст:**

$$\text{а) абсолютен размер - } P = N - M \Rightarrow P = 640 - 800 = -240 \text{ жители}$$

$$\text{б) относителен размер - } P\% = n - m \Rightarrow P\% = 2.91 - 3.64 = -0.73 \%$$

**6. Коефициент на възпроизводство на населението:**

а) брутo -  $n_d = \frac{N_d}{S_{d(15-49)}} \cdot 1000 \Rightarrow n_d = \frac{300}{79940} \cdot 1000 = 3.75 \text{ ‰}$  ;

б) нето -  $n'_d = \frac{n_d(15)}{S_{d(15-49)}} \cdot 1000 = \frac{288}{79940} \cdot 1000 = 3.60 \text{ ‰}$

**7. Коефициент на брачност и бракоразводност- няма данни в условието**

**8. Коефициент на:**

а) емиграцията -  $Ke = \frac{Em}{\bar{S}} \cdot 1000 \Rightarrow Ke = \frac{202}{219859} \cdot 1000$  ;  $Ke = 0.92 \text{ ‰}$

б) имиграцията -  $Ki = \frac{I}{\bar{S}} \cdot 1000 \Rightarrow Ki = \frac{80}{219859} \cdot 1000$  ;  $Ki = 0.36 \text{ ‰}$

в) общата миграция -  $K = \frac{E+I}{\bar{S}} \cdot 1000 \Rightarrow K = \frac{80+202}{219859} \cdot 1000$  ;  $K = 1.28 \text{ ‰}$

**9. Коефициент на жизненост**

$Kж = \frac{N}{M}$  ;  $Kж = \frac{640}{800} = 0.8$  ;

**10. Показатели на икономическа активност на населението;**

а) брутo -  $Ka_{\text{брутo}} = \frac{Sa}{\bar{S}} \cdot 100 = \frac{132000}{219859} \cdot 100 = 60.04 \text{ ‰}$

б) нето -  $Ka_{\text{нето}} = \frac{s_a}{\bar{S}_{15}} \cdot 100 = \frac{132000}{171490} \cdot 100 = 76.97 \text{ ‰}$

**11. Показателят за заетостта на работната сила**

$Ko = \frac{To}{\bar{S}_{15}} \cdot 100 = \frac{92605}{171490} \cdot 100 \Rightarrow Ko = 54 \text{ ‰}$

**12. Показателите за безработицата:**

а) брутo -  $K'_v = \frac{T_v}{\bar{S}} \cdot 100 \Rightarrow K'_v = \frac{78886}{219859} \cdot 100 = 35.88 \text{ ‰}$

б) нето -  $K''_v = \frac{T_v}{\bar{S}_{15}} \cdot 100 \Rightarrow K''_v = \frac{78886}{171490} \cdot 100 = 44.25 \text{ ‰}$

**13. Показателите за безработните падащи се на 100 незаети работни**

места -  $Kt = \frac{T_v}{Pt} \cdot 100$  ;  $\Rightarrow \frac{78886}{856} \cdot 100 = 9.216 \text{ ‰}$  ;

**14. Показатели за устойчивост на работната сила:**

а) пряк -  $Ks' = \frac{T_0}{T_v} \cdot 100 \Rightarrow \frac{92604}{78886} \cdot 100 = 117.38 \text{ ‰}$  ;

**б) обратен -**  $Ks'' = \frac{T_v}{T_0} \cdot 100 \Rightarrow \frac{78886}{92604} \cdot 100 = 85.19 \%$