

Notite

Cursul 1 - Principiile de baza ale securitatii

Cursul 2 - Sisteme istorice de criptografie. Securitate perfecta

Cursul 3

Cursul 3.1 - Securitate computationala

Cursul 3.2 - Aleatorism

Cursul 4

Cursul 4.0 - Notiuni de securitate mai puternice

Cursul 5

Cursul 5.2 - Securitatea CCA

Cursul 5.3 - Constructii practice PRF

Cursul 6

Cursul 6.1 - Padding Oracle Attack

Cursul 6.3 - Data Encryption Standard (DES)

Cursul 7

Cursul 7.1 - Coduri de autentificare a mesajelor (MAC)

Cursul 7.2 - Functii hash

Cursul 8

Cursul 8.1 - SHA-3

Cursul 8.2 - Aplicatii ale functiilor hash

Cursul 8.3 - Criptografie cu cheie publica (asimetrica)

Cursul 8.5 - Prezumptii criptografice dificile

Cursul 9

Cursul 9.0 - Notiuni de securitate in criptografia asimetrica

Cursul 9.1 - Criptare hibrida

Cursul 9.2 - RSA

Cursul 9.3 - PKCS

Cursul 10

Cursul 10.2 - Problema logaritmului discret (DLP)

Cursul 10.3 - Schimbul de chei Diffie-Hellman

Cursul 10.4 - ElGamal

Cursul 11 - Semnaturi digitale si PKI

Cursul 12 - Criptografia post-cuantica

Cursul 13 - TLS

Cursul 1 - Principiile de baza ale securitatii

- **Domenii de securitate:**
 - **Computer Security:** protejeaza date si resurse (security policies, access control, malware etc.)
 - **Network Security:** protejeaza datele in timpul transmisiei si comunicarii
 - **Software Security:** protejeaza software dintr-un sistem computerizat
 - **Web Security:** protectie fata de un atacator web
- **Confidentiality (1), Integrity (2), Availability (3):** bunurile pot fi vazute (1), modificate (2) sau utilizate (3) doar de persoanele autorizate

Cursul 2 - Sisteme istorice de criptografie. Securitate perfecta

- Procesul de determinare a cheii aferente unui sistem de criptare, cunoscand doar textul criptat si eventual alte informatii auxiliare se numeste **criptanaliza**
- Decriptarea si criptanaliza au acelasi scop: gasirea textului clar. Diferenta consta in faptul ca la criptanaliza nu se cunoaste cheia de decriptare

Definitie

Un **sistem de criptare simetric** definit peste $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$, cu:

- ▶ \mathcal{K} = spațiul cheilor
- ▶ \mathcal{M} = spațiul textelor clare (mesaje)
- ▶ \mathcal{C} = spațiul textelor criptate

este un triplet $(\text{Gen}, \text{Enc}, \text{Dec})$, unde:

1. Gen: este algoritmul probabilistic de generare a cheilor care întoarce o cheie k conform unei distribuții
2. Enc : $\mathcal{K} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C}$
3. Dec : $\mathcal{K} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{M}$

a.î. $\forall m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K} : \text{Dec}_k(\text{Enc}_k(m)) = m$.

1. Sisteme de criptare istorice:

- Pot fi spate cu un efort computational foarte mic
- **Cifruri de permutari / transpozitie:** un cifre de permutare presupune rearanjarea literelor in textul clar pentru a obtine textul criptat (exemplu: Rail Fence)

				→
	M	A	R	T
↓	E	J	I	A
	S	C	P	T

Text clar: mesaj criptat

Cheia: $k = 3$

Text criptat: MARTEJIASCPT

- **Brute Force Attack (cautare exhaustiva):** incercarea, pe rand, a tuturor cheilor posibile pana cand se obtine un text clar cu sens
 - **Principiul cheilor suficiente:** o schema sigura de criptare trebuie sa aiba un spatiu al cheilor suficient de mare a.i. sa nu fie vulnerabila la cautarea exhaustiva
- **Analiza de frecventa:** determinarea corespondentei intre alfabetul clar si alfabetul criptat pe baza frecventei de aparitie a literelor in text, cunoscand distributia literelor in limba textului clar
 - Cifruri de substitutie monoalfabetice: cifrul lui Cezar, substitutia simpla etc.
 - Cifruri de substitutie polialfabetice: sistemul Playfair, sistemul Hill, sistemul **Vinegere**
unde $\text{Enc}_{k_j}(m_i) = m_i + k_j(\text{mod}26)$ si $\text{Dec}_{k_j}(c_i) = c_i - k_j(\text{mod}26)$

Text clar:	c	u	r	s	c	r	i	p	t	o	g	r	a	f
Cheie:	c	h	e	i	e	c	h	e	i	e	c	h	e	i
Text criptat:	E	B	V	A	G	T	P	T	B	S	I	Y	E	N

- **Factorizarea numerelor mari:** astazi nu se cunoaste nici un algoritm care sa factorizeze un numar de 400 de cifre intr-un timp practic (descompunere in numere prime)

2. Sistemele de criptare moderne

Cursul 3

Cursul 3.1 - Securitate computationala

- **Securitatea perfecta:** schema care rezista in fata unui adversar cu putere computationala nelimitata (are insa alte limitari)
 - Textul criptat nu ofera nici un fel de informatie despre textul clar

Definiție

O schemă de criptare peste un spațiu al mesajelor \mathcal{M} este perfect sigură dacă pentru orice probabilitate de distribuție peste \mathcal{M} , pentru orice mesaj $m \in \mathcal{M}$ și orice text criptat c pentru care $Pr[C = c] > 0$, următoarea egalitate este îndeplinită:

$$Pr[M = m | C = c] = Pr[M = m]$$

◦ One Time Pad (OTP)

- același text criptat poate să provină din orice alt text clar cu o cheie potrivită
- are cheia la fel de lungă ca și mesajul criptat
- cheia trebuie să fie folosită o singură dată
- este o **schema perfect sigura**

mesaj:	0	1	1	0	0	1	1	1	1	⊕
cheie:	1	0	1	1	0	0	1	1	0	
text criptat:	1	1	0	1	0	1	0	0	1	

m, k, c de lungime n

$$E_k(m) = m \oplus k = c$$

$$D_k(c) = c \oplus k = m \oplus k \oplus k = m$$

unde

m = mesajul în clar

E_k = criptarea mesajului

k = cheia de criptare

D_k = decriptarea mesajului

c = mesajul criptat

- **Scheme de criptografice moderne:** majoritatea de bazeaza pe **securitate computationala** si pot fi sparte daca atacatorul are la dispozitie suficient spatiu si putere de calcul
 - *Securitatea computationala*: un cifru trebuie sa fie practic, daca nu matematic, indescrifrabil (**principiul lui Kerckhoffs**)
 - calculator desktop: se pot testa aproximativ 2^{57} chei / an
 - supercalculator: se pot testa aproximativ 2^{80} chei / an
 - supercalculator, varsta universului : 2^{112} chei

Cursul 3.2 - Aleatorism

- **Pseudo Random Generator (PRG)** este un algoritm determinist care primeste un **seed** relativ scurt si genereaza o secventa pseudoaleatoare de biti. Notam:
 - lungimea seedului $s = n$
 - lungimea $PRG(s) = l(n)$

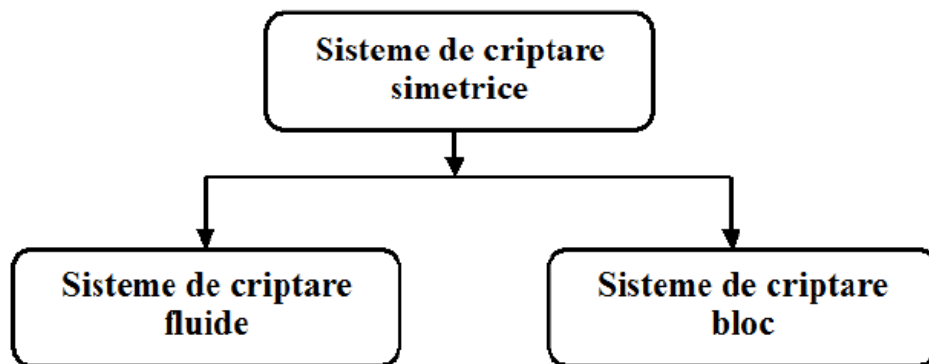
PRG prezinta interes daca: $l(n) \geq n$, astfel *nu* genereaza aleatorism
- Un **sir pseudoaleator** arata similar unui **sir uniform aleator** din punctul de vedere al oricarui algoritm polinomial. Astfel, algoritmul polinomial nu poate face diferenta intre cele doua
- Distributia outputului unui **PRG** este departe de a fi uniforma
- **Proprietatile unui seed:**
 - Seed-ul trebuie sa fie suficient de lung incat un atac brute force sa nu fie fezabil
 - Seed-ul unui **PRG** este analogul cheii unui sistem de criptare
 - Seed-ul trebuie ales uniform si mentinut secret
- **Criptarea baza pe PRG** se obtine din OTP prin inlocuirea pad cu $G(k)$
 - Daca G este PRG arunci pad si $G(k)$ sunt indistinctibile pentru orice adversar PPT
 - OTP si sistemul de criptare bazat pe PRG sunt indistinctibile pentru un adversar PPT
- **Sistemul OTP si sistemul de criptare bazat pe PRG** sunt sigure doar daca cheia este folosita o singura data
- **Vulnerabilitati ale seed-ului:**
 - CWE-336: **Same Seed in Pseudo-Random Number Generator**
 - CWE-339: **Small Seed Space in PRNG**: spațiul seed-urilor posibile este mic
 - CWE-337: **Predictable Seed in Pseudo-Random Number Generator**: a PRNG is initialized from a predictable seed, such as the process ID or system time.
 - CWE-338: **Use of Cryptographically Weak PRNG**: the product uses a PRNG in a security context, but the PRNG's algorithm is not cryptographically strong.

Adversat PPT: probabilistic polynomial time adversary.

Securitatea computationala este o versiune mai slaba a securitatii perfecte.

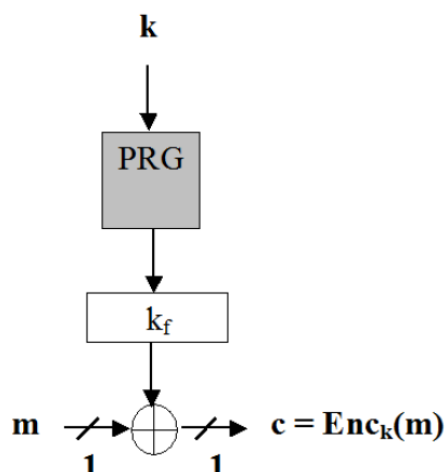
Cursul 4

Cursul 4.0 - Notiuni de securitate mai puternice



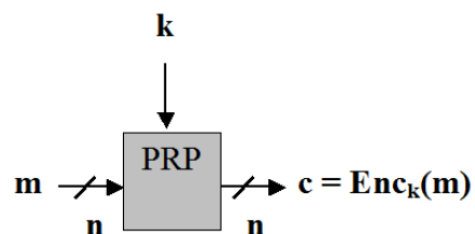
Sisteme de criptare fluide

- criptarea bitilor se realizeaza individual
- criptarea unui bit din textul clar este **independenta** de orice alt bit din text
- necesari computationale reduse
- utilizare: telefoane mobile, dispozitive incorporate, PDA
- par sa fie mai putin sigure, multe sunt sparte



Sisteme de criptare bloc

- criptarea bitilor se realizeaza in blocuri de cate n biti
- criptarea unui bit din textul clar este **dependentă** de bitii din text care apartin aceluasi bloc
- necesari computationale mai avansate
- utilizare: internet
- par sa fie mai sigure, incredere mai mare



- Permutare pseudoaleatoare sau **Pseudo Random Permutation (PRP)**

- **PRP** sunt necesare pentru constructia **sistemelor bloc**
- **PRG** sunt necesare pentru constructia **sistemelor fluide**
- o functie **determinista** si **bijectiva** care pentru o cheie fixata produce la iesire o permutare a intrarii, **indistinctibila** fata de o permutare aleatoare. Aceasta este **eficient calculabila**
- Functie pseudoaleatoare sau **Pseudo Random Function (PRF)**
 - o generalizare a notiunii de permutare aleatoare
 - o functie **cu cheie** care este **indistinctibila** fata de o functie aleatoare
- Sistemele de criptare bloc sunt **instantieri sigure** ale PRP. Pentru n suficient de mare, un PRP este **indistinctibil** de un PRF. Pentru PRP avem nevoie si de invertibilitate.
- **Atacul nasterilor** necesita $O(2^{n/2})$ evaluari ale functiei H

Cursul 5

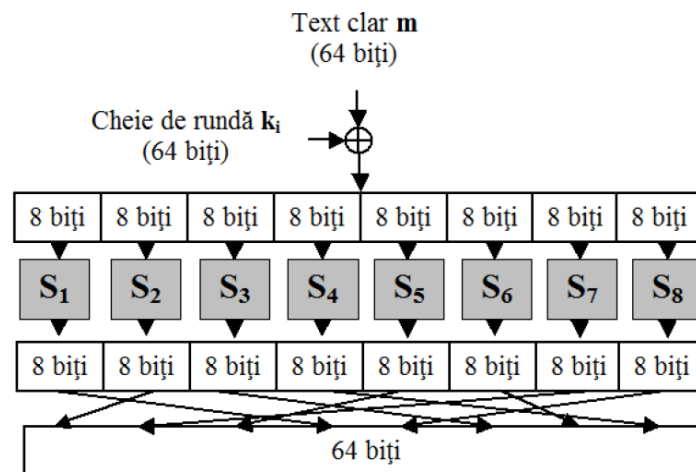
Cursul 5.2 - Securitatea CCA

- Atac cu text clar ales - **Chosen Plain-text Attack (CPA)**:
 - Atacatorul are posibilitatea sa obtina criptarea unor texte clare alese de el
 - Adversarul este **pasiv**: interactioneaza cu un **oracol de criptare**
- Atac cu text criptat ales - **Chosen Ciphertext Attack (CCA)**:
 - Atacatorul are posibilitatea sa obtina decriptarea unor texte criptate alese de el
 - Adversarul este **activ** si are putere crescuta: interactioneaza cu un **oracol de criptare** si cu un **oracol de decriptare** si poate rula atacuri in timp polinomial
- Un sistem de criptare **CCA-sigur este intotdeauna CPA-sigur** fiindca CPA este CCA in care atacatorul nu foloseste oraculul de decriptare
 - Un sistem de **criptare determinist NU** poate fi CCA-sigur fiindca sistemul nu e CPA sigur deci nu poate fi CCA-sigur
- Securitatea pentru **criptare simpla implica** securitate pentru **criptare multipla**
- Securitate CCA \Rightarrow Securitate CPA \Rightarrow Securitate Semantica

Cursul 5.3 - Constructii practice PRF

- **Constructia practica a PRF-ului:**
- Se construiesc functia F , pe baza mai multor functii aleatoare f_i de dimensiune mai mica
 - Consideram F pe 128 de biti si 16 functii aleatoare f_1, f_2, \dots, f_{16} pe cate 8 biti
$$F_k(x) = f_1(x_1) \parallel f_2(x_2) \parallel \dots \parallel f_{16}(x_{16})$$
 - Spunem ca functiile $\{f_i\}$ introduc **confuzie** in functia F
 - Se introduce **difuzie** prin amestecarea (permutarea) bitilor la iesirea din functie
 - Se repeta o **runda** (care presupune confuzie si difuzie) de mai multe ori

- Repetarea **confuziei** si **difuziei** face ca modificarea unui singur bit la intrare sa fie propagata asupra tuturor bitilor de iesire
- O **retea de substitutie - permutare** este o implementare a constructiei anterioare de *confuzie-difuzie* in care functiile $\{f_i\}$ sunt fixe si se numesc permutari
 - $\{f_i\}$ se numesc **Substitution Boxes - S-boxes**



- **Principii de baza** in proiectarea retelelor de substitutie - permutare:
 - **Principiul 1:** Inversibilitatea S-box-urilor - daca toate S-box-urile sunt inversibile atunci retea este inversibila (*necesitate functionala - descriptare*)
 - **Principiul 2:** Efectul de avalansa - un singur bit modificat la intrare trebuie sa afecteze toti bitii din secventa de iesire (*necesitate de securitate*)
- **Advanced Encryption Standard (AES)**
 - Este o **retea de substitutie - permutare** pe 128 de biti care poate folosi chei de 128, 192 si 256 de biti. Lungimea cheii determina numarul de runde:

Lungime cheie (biți)	128	192	256
Număr runde	10	12	14

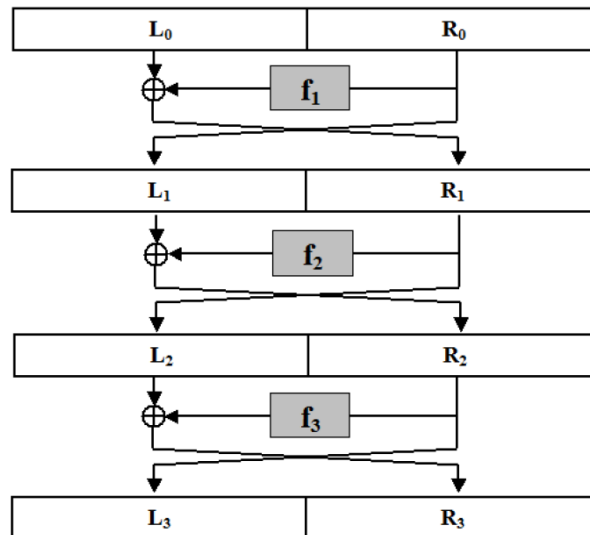
- Foloseste o matrice de octeti 4×4 numita **stare**, starea initiala fiind mesajul clar
- **Starea este modificata** pe parcursul rundelor prin 4 tipuri de operatii: *AddRoundKey*, *SubBytes*, *ShiftRows*, *MixColumns*
- Singurele **atacuri netriviale** sunt asupra AES cu numar redus de runde
 - **AES-128** cu 6 runde: necesita 2^{72} criptari
 - **AES-192** cu 8 runde: necesita 2^{188} criptari

■ **AES-256** cu 8 runde: necesita 2^{204} criptari

- Nu exista un atac mai eficient decat **brute force** pentru AES cu numar complet de runde

- **Rețele Feistel**

- Se aseamana rețelilor de substitutie - permutare avand componentele: S-box, permutare, procesul de derivare a cheii, runde
- Permite obtinerea unei **structuri inversibile** folosind **elemente neinvertibile** (S-box-uri)



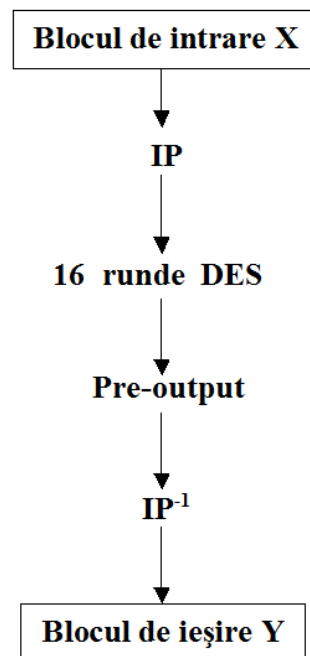
Cursul 6

Cursul 6.1 - Padding Oracle Attack

- Atacul cere ca un adversar sa poata afla numai daca un text criptat modificat este unul valid (care se poate decripta corect), nefiind necesara intreaga functionalitate a unui oracol de decriptare (care intoarce textul clar corespunzator unui text criptat).
 - Acesta poate fi exploatat pentru a afla intregul text clar. Sunt necesare $256 \times bt$ pentru a gasi intregul mesaj clar, unde bt este numarul de octeti din mesajul original
- **CBC cu padding PKCS7**: serverul actioneaza ca un oracol de padding - adversarul ii trimite texte criptate si afla daca padding-ul este corect sau nu

Cursul 6.3 - Data Encryption Standard (DES)

- **DES** este o **retea Feistel** cu 16 runde si o cheie de 56 de biti
- Procesul de derivare a cheii (*key schedule*) obtine o sub-cheie de runda k_i pentru fiecare runda, pornind de la cheia master k
 - Fiecare sub-cheie k_i reprezinta permutarea a 48 de biti din cheia k
 - Procedura de obtinere a sub-cheilor este fixa si cunoscuta, singurul secret este cheia master
- Modificarea unui bit de intrare afecteaza mereu **cel putin** 2 biti de iesire
- **DES** poate fi spart din **cautare exhaustiva**
 - *Problema*: lungimea mica a cheii

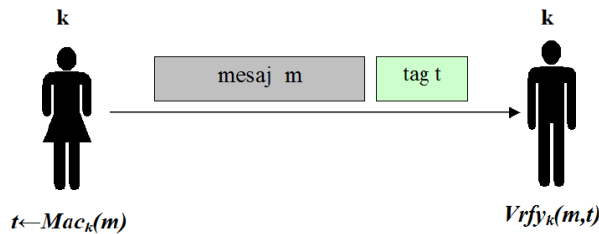


- **Criptanaliza avansata**
 - *Criptanaliza diferentiala*: presupune complexitate de timp 2^{37} dar cere ca atacatorul sa analizeze 2^{36} texte criptate obtinute dintr-o multime de 2^{47} texte clare alese
 - *Criptanaliza liniara*: necesita 2^{43} texte criptate dar textele clare nu trebuie sa fie alese de atacator, ci doar cunoscute de acesta
- **Triplu DES (3DES)**: tripla invocare a lui DES folosind doua sau trei chei
 - Foarte **eficient** in implementarile *hardware*, **lent** la implementari *software*
 - Popular in aplicatii financiare si protejarea informatiilor biometrice din pasapoarte
 - Nu se cunoaste niciun atac practic

Cursul 7

Cursul 7.1 - Coduri de autentificare a mesajelor (MAC)

- Scopul de baza al criptografiei este sa asigure **comunicarea sigura** de-a lungul unui canal public de comunicare
 - **Confidentialitatea** se obtine prin **schemele de criptare**
 - **Integritatea** se obtine prin **coduri de autentificare a mesajelor (MAC)**
 - Criptarea, in general, nu ofera integritatea mesajelor
- Scopul MAC-urilor este de a impiedica un adversar sa modifice un mesaj trimis fara ca partile care comunica sa nu detecteze modificarea



1. Alice si Bob stabilesc o cheie secreta k care este partajata
2. Cand Alice ii trimite un mesaj lui Bob, calculeaza intai un tag t pe baza mesajului m si a cheii k si trimite perechea (m, t) . Tagul este generat printr-un algoritm numit Mac
3. La primirea perechii (m, t) Bob verifica daca tagul este valid cu un algoritm de verificare $Vrfy$

- **Definitia formală** a unui cod de autentificare a mesajelor:

Un *cod de autentificare a mesajelor (MAC)* definit peste $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{T})$ este format dintr-un triplet de algoritmi polinomiali $(Gen, Mac, Vrfy)$ unde:

1. $Gen(1^n)$: este algoritmul de generare a cheii k (aleasă uniform pe n biți)
2. $Mac : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{T}$ este algoritmul de generare a tag-urilor
 $t \leftarrow Mac_k(m)$;
3. $Vrfy : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \times \mathcal{T} \rightarrow \{0, 1\}$
 este algoritmul de verificare ce întoarce un bit
 $b = Vrfy_k(m, t)$ cu semnificația că:
 - ▶ $b = 1$ înseamnă valid
 - ▶ $b = 0$ înseamnă invalid

$$a.\hat{t} : \forall m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K} \ Vrfy_k(m, Mac_k(m)) = 1.$$

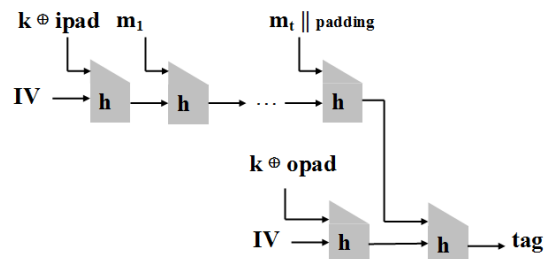
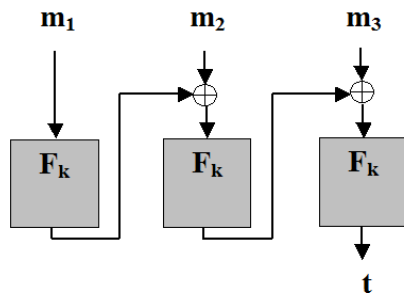
- Niciun adversar polinomial **nu ar trebui** sa poata genera un tag **valid** pentru niciun mesaj nou care nu a fost deja trimis si autentificat de partile care comunica
 - Adversarul are *acces* la *mesajele* trimise intre parti impreuna cu tag-urile aferente
 - Este activ si poate influenta autentificarea unor mesaje **alese de el**, dar nu mesaje trimise
- Definitia MAC **nu ofera protectia impotriva atacurilor prin replicare** - in care un adversar copiaza mesajul impreuna cu tagul trimis de partile de comunicare
 - Proiectia impotriva replicarii trebuie facuta la nivel inalt de aplicatiile care folosesc MAC-uri
- **Functiile pseudoaleatoare (PRF)** sunt un instrument bun pentru a construi MAC-uri **sigure**, care nu poate fi falsificat prin atacurile cu mesaj ales
- **Constructii MAC:**
 - Exista doua constructii de baza care se folosesc in practica:
 - **CBC-MAC:** folosit pe larg in industria bancara
 - **HMAC:** pentru protocoale de internet (SSL, IPsec, SSH, ..)

1. CBC-MAC

2. HMAC (Hash MAC)

Doar iesirea ultimului bloc constituie tag-ul. Intoarcerea tuturor blocurilor intermediare duce la pierderea securitatii.

unde i_{pad} consta in byte-ul 0x5C repetat,
 o_{pad} consta in byte-ul 0x36 repetat iar
 IV reprezinta o constanta fixa



- **Authenticated encryption:** combinarea *confidentialitatii* si a *integritatii datelor*
 - **Nu orice combinatie** de criptare sigura si MAC sigur ofera ambele proprietati de securitate
 - Trei abordari uzuale pentru combinarea criptarii si autentificarii mesajelor:

1. *Criptare-și-autentificare:* criptarea și autentificarea se fac independent. Pentru un mesaj clar m , se transmite mesajul criptat $\langle c, t \rangle$ unde

$$c \leftarrow \text{Enc}_{k_1}(m) \text{ și } t \leftarrow \text{Mac}_{k_2}(m)$$

La recepție, $m = \text{Dec}_{k_1}(c)$ și dacă $\text{Vrfy}_{k_2}(m, t) = 1$, atunci întoarce m ; altfel întoarce \perp .

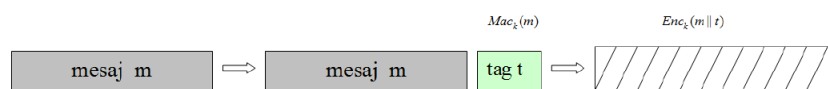


Combinatia **nu este neaparat sigura**. Un MAC sigur nu implica confidentialitate

2. *Autentificare-apoi-criptare:* întâi se calculează tag-ul t apoi mesajul și tag-ul sunt criptate împreună

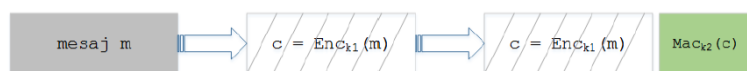
$$t \leftarrow \text{Mac}_{k_2}(m) \text{ și } c \leftarrow \text{Enc}_{k_1}(m || t)$$

La recepție, $m || t = \text{Dec}_{k_1}(c)$ și dacă $\text{Vrfy}_{k_2}(m, t) = 1$, atunci întoarce m ; altfel întoarce \perp .



Combinatia **nu este neaparat sigura**. Se poate construi o schema de criptare CPA-sigura care impreuna cu orice MAC sigur nu poate fi CCA-sigura

3. Criptare-apoi-autentificare



Combinatia **este intotdeauna sigura**. Se foloseste in IPsec

- Pentru scopuri de criptare diferite trebuie folosite **chei diferite** (criptare si autentificare)
- Scheme de criptare autentificare: OCB, GCM, CCM, EAX. *TLS* foloseste GCM

Cursul 7.2 - Functii hash

- **Functii** care primesc ca argument o secventa de **lungime variabila** pe care o comprima intr-o secventa **de lungime fixata, mai mica**
 - Complexitate de cautare intr-o functie hash este de $O(1)$
- **Coliziune**: pentru 2 valori $x \neq x'$ avem $H(x) = H(x')$
 - In criptografie, o functie hash impune ca determinarea unei coliziuni sa fie dificila
- Exista 3 niveluri de securitate:
 - **Rezistent la coliziuni**: cea mai puternica notiune de securitate
 - **Rezistent la a doua preimage**: presupunem ca fiind dat x este dificil de determinat $x' \neq x$ a.i. $H(x) = H(x')$
 - **Rezistent la prima preimage**: presupunem ca fiind dat $H(x)$ este imposibil de determinat x

Cursul 8

Cursul 8.1 - SHA-3

- **Message Digest 5 (MD5)**: output pe 128 biti, nu e rezistent la coliziuni
- **Secure Hash Algorithm**:
 - **SHA-1**: output 160 biti, prima coliziune practica 2^{63} evaluari ale functiei hash, nesigur
 - **SHA-2**: prezinta 2 versiuni - **SHA-256 si SHA-512** in functie de lungimea output-ului. Nu se cunosc vulnerabilitati iar **SHA-2 si SHA-3** sunt **rezistente la coliziuni**
 - **SHA-3**: ales printr-o competitie publica (echipa Keccak)
 - Lungimea secventei de iesire $n = 224, 256, 384, 512$ biti
 - Eficienta crescuta fata de SHA-2, utilizare in HMAC
 - Rezistent la coliziuni, prima si a doua preimage
 - Parametrizabila, numar de runde variabil si foloseste **sponge functions**

Cursul 8.2 - Aplicatii ale functiilor hash

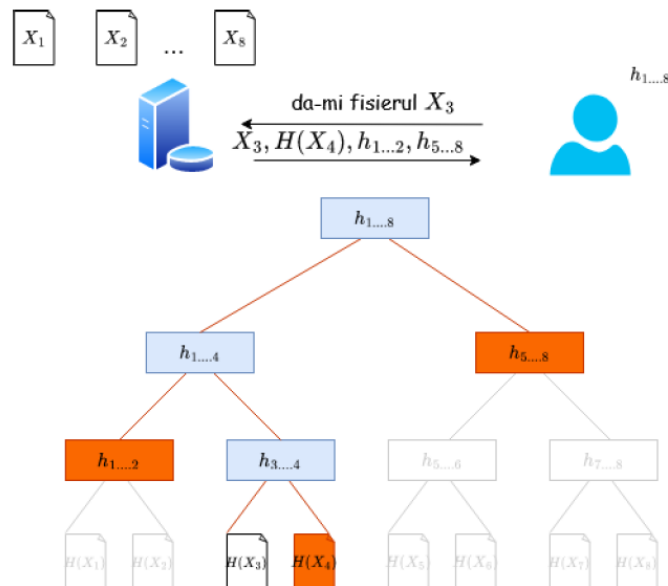
- Cel mai bun atac generic pentru gasirea de coliziuni ne spune ca avem nevoie de functii hash cu output-ul de $2n$ biti pentru securitate impotriva adversarilor care ruleaza in 2^n

- Exemplu: daca dorim **gasirea de coliziuni** sa necesite timp 2^{128} atunci trebuie sa alegem functii hash cu output-ului de 256 biti
- Pentru **sistemele de criptare bloc** avem nevoie de n biti pentru securitate impotriva adversarilor care ruleaza in timp 2^n
- Funcțiile hash pot fi folosite pentru a construi **MAC-uri de lungime variabila** in HMAC

$$x \rightarrow H(x) \rightarrow Mac_k(H(x))$$

- Aplicatii** pentru functiile hash:

- Amprentarea virusurilor*: scannerele de virusi pastreaza hash-ul virusilor cunoscuti
- Deduplicarea datelor*: stocarea in cloud partajata de mai multi utilizatori
- Un client incarca mai multe **fișiere** pe server si doreste ca atunci cand le recupereaza sa **verifice** **daca au fost modificate** folosind functii hash. Solutii:
 - clientul stocheaza local $h_1 = H(x_1), \dots, h_n = H(x_n)$ si verifica daca $h_i = H(x'_i)$ pentru fiecare fisier x'_i recuperat. *Dezavantaj*: spatiul creste liniar in n
 - clientul stocheaza local un singur $h = H(x_1, \dots, x_n)$. *Dezavantaj*: pentru a verifica x_i trebuie sa recupereze toate fisierele x_1, \dots, x_n
 - Arborii Merkle**: compromis intre cele doua solutii de mai sus



Pe baza valorilor returnate, utilizatorul poate re-calcula valoarea radacinii pentru a verifica daca este aceeași cu valoarea stocata de el:

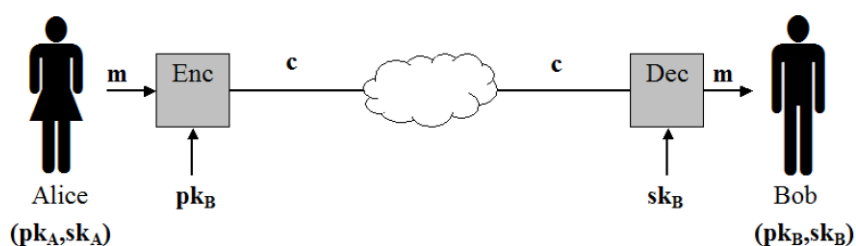
user-ul calculează $H(X_3)$, apoi $h'_{3...4} = H(H(X_3), H(X_4))$,
 $h'_{1...4}$ si $h'_{1...8}$ si verifica daca $h'_{1...8} = h_{1...8}$

- Atac de tip dictionar**: incercarea spargerii unei parole folosind cuvinte cu sens sau parole uzuale

- **Salting:** adaugarea unei secvente aleatoare de n biti, distincta pentru fiecare utilizator
 - Adversarul nu poate precalcula valorile hash inainte de a obtine acces la fisierul de parole
 - Prin citirea parolelor adversarul nu isi poate da seama ca doi utilizatori au aceiasi parola

Cursul 8.3 - Criptografie cu cheie publica (asimetrica)

- **Cheia simetrica:** asigura confidentialitatea si integritatea mesajelor transmise pe canale nesecurizate - necesita o cheie secreta comuna partilor care se poate trimite:
 1. printr-un canal nesecurizat - **NU**, poate fi interceptata si folosita la decriptare
 2. printr-un canal sigur - posibil doar la nivel guvernamental sau militar
- **Cheie asimetrica:** doua chei diferite folosite pentru criptare si decriptare



- *Cheia publica p_k :* folosita pentru **criptare** - larg raspandita pentru a se putea cripta
- *Cheia privata s_k :* folosita pentru **decriptare** - cunoscuta doar de entitatea corespunzatoare

Un *sistem de criptare asimetric* definit peste $(\mathcal{M}, \mathcal{C})$, cu:

- ▶ \mathcal{M} = spațiul textelor clare (mesaje)
- ▶ \mathcal{C} = spațiul textelor criptate

este un triplet $(\text{Gen}, \text{Enc}, \text{Dec})$, unde:

1. $\text{Gen}(1^n)$ - generează cheile (pk, sk)
2. Enc - primește la intrare o cheie publică pk și un mesaj m și calculează $c \leftarrow \text{Enc}_{pk}(m)$
3. Dec - primește la intrare o cheie secretă pk și un mesaj criptat c și întoarce mesajul clar sau eroare (simbolul \perp)

a.î. $\forall m \in \mathcal{M}, (pk, sk)$ generate cu algoritmul $\text{Gen}(1^n)$
 $\text{Dec}_{sk}(\text{Enc}_{pk}(m)) = m$.

Criptarea simetrica

- necesita secretizarea intregii chei
- rolurile emitatorului si receptorului pot fi schimbare intre ele
- pentru fiecare mesaj primit de la un emitator diferit trebuie sa partajeze o cheie secreta diferita

Criptarea asimetrica

- necesita secretizarea a jumatate de cheie
- rolurile emitatorului si receptorului **NU** pot fi schimbare intre ele
- o pereche de chei asimetrice permite oricui sa transmita informatie criptata catre entitatea corespunzatoare

Cursul 8.5 - Prezumtii criptografice dificile

- **Criptografia moderna** se bazeaza pe prezumtia ca anumite probleme **nu** pot fi rezolvate in timp **polinomial**. *Scheme de criptare* si autentificare se bazeaza pe prezumtia existentei *permutarilor pseudoaleatoare*
- La **criptografia simetrica** (cu cheie secreta) am vazut **primitive** criptografice (i.e. functii hash, PRG, PRF) care pot fi construite eficient *fara* a implica teoria numerelor;
 - La **criptografia asimetrica** (cu cheie publica) constructiile cunoscute se bazeaza pe probleme *matematice* dificile din *teoria numerelor*

1. Problema factorizarii numerelor intregi

- Dat fiind un numar compus N , problema cere sa se gaseasca doua **numere prime** x_1 si x_2 pe n biti a.i. $N = x_1 \times x_2$ - problema devine dificila pentru numere foarte mari
- Nu se cunosc algoritmi polinomiali pentru problema factorizarii

2. Problema logaritmului discret

Cursul 9

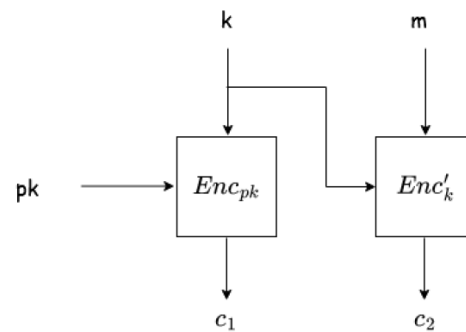
Cursul 9.0 - Notiuni de securitate in criptografia asimetrica

- **Securitatea perfecta** in criptografia asimetrica: analog cu cea simetrica doar ca adversarul cunoaste, in afara textului criptat, si cheia publica
 - **Securitatea perfecta NU** este posibila in **cadrul criptografiei cu cheie publica**
 - Nicio schema de criptare cu cheie publica **determinista** nu poate fi semnatic sigura pentru *interceptarea simpla* (nicio schema determinista din *criptografia simetrica* nu e CPA sigura)
- **Indistinctibilitatea** este echivalenta cu definita **securitatii CPA**
 - In cazul **criptarii asimetrice** adversarul nu mai are nevoie de oraculul de criptare fiindca are access la cheia publica p_k deci *isi poate criptata singur mesajele*
- Notiunea de **securitate CCA** ramane identica: adversarul poate interactiona cu un *oracol de decriptare*, fiind un adversar activ care poate rula atacuri in timp polinomial

Cursul 9.1 - Criptare hibrida

- Criptarea cu **cheie secreta** se realizeaza *mult mai rapid* decat criptarea cu cheie publica
 - Pentru mesaje *suficient de lungi* se foloseste criptarea cu cheie secreta in tandem cu criptarea cu cheie publica - **criptare hibrida**

1. Expeditorul alege o cheie k pe care o cripteaza folosind cheia publica a destinatarului, rezultand $c_1 = Enc_{pk}(k)$
2. Expeditorul cripteaza m folosind o schema de criptare cu cheie secreta Enc' cu cheia k , rezultand $c_2 = Enc'_k(m)$
3. Mesajul criptat este $c = (c_1, c_2)$



Cursul 9.2 - RSA

- Este cel mai cunoscut si utilizat algoritm cu cheie publica
 - Se bazeaza pe dificultatea factorizarii numerelor mari $N = p \cdot q$, p si q prime
 - Daca nu se cunosc p, q atunci calculul celorlalte valori este la fel de dificil ca factorizarea
- Prezumptia RSA este ca exista un algoritm *GenRSA* pentru care problema RSA este dificila
 - **Algoritm GenRSA:** input = n , output = N, e, d
 1. genereaza p si q prime, n -biti, $N = p \cdot q$
 2. $\phi(N) = (p - 1)(q - 1)$
 3. gaseste e a.i. $\gcd(e, \phi(N)) = 1$
 4. calculeaza $d = e^{-1} \bmod \phi(N)$
 5. returneaza N, e, d
- Sistemul de criptare **Textbook RSA** bazat pe problema anterioara:
 - Se ruleaza GenRSA pentru a determina N, e, d
 - **Cheia publica** este $p_k = (N, e)$
 - **Cheia privata** este $s_k = d$
 - **Enc:** data cheia publica (N, e) si un mesaj m intoarce $c = m^e \bmod N$
 - **Dec:** data cheia secreta (N, d) si un mesaj criptat c intoarce $m = c^d \bmod N$
 - Sistemul de criptare este **corect** dar **nu este CPA** sau **CCA**-sigur: **este determinist**

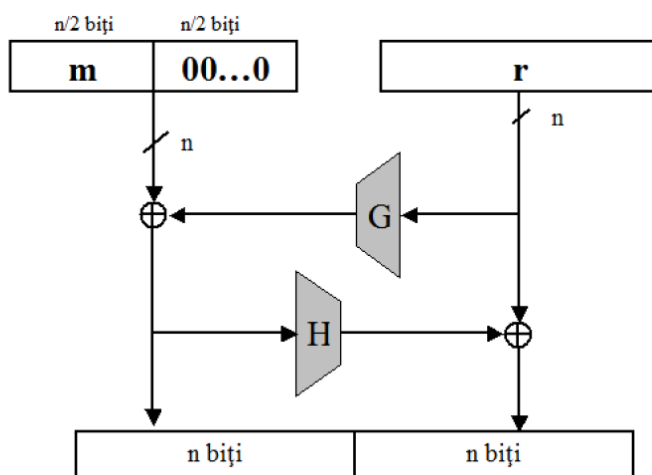
Cursul 9.3 - PKCS

- **Padded RSA:** Eliminarea determinismului din Textbook RSA prin adaugarea unui padding *pad* generat aleator la mesajul clar inainte de criptare
 - Pentru $l(n)$ foarte mare e posibil un atac brute force, pentru $l(n)$ mic este CPA-sigur
- **Public-Key Cryptography Standard (PKCS)** foloseste *Padded RSA* si este utilizat in HTTPS, SSL/TLS, XML Encryption (PKCS v1.5)
 - Se crede ca este CPA-sigur dar nu este demonstrat. Nu este CCA-sigur

- Criptarea se realizeaza altfel: unde r este ales aleator

$$(00000000||00000010||r||00000000||m)^e \mod N$$

- **Optimal Asymmetric Encryption Standard (OAEP)** un standard PKCS (v2.0) care e CCA-sigur
 - Este de fapt o metoda **nedeterminista** si **inversabila** de padding
 - Transforma un mesaj m de lungime $n/2$ intr-o secventa m' de lungime $2n$



unde G, H sunt functii hash si r este o secventa generata aleator

Cursul 10

Cursul 10.2 - Problema logaritmului discret (DLP)

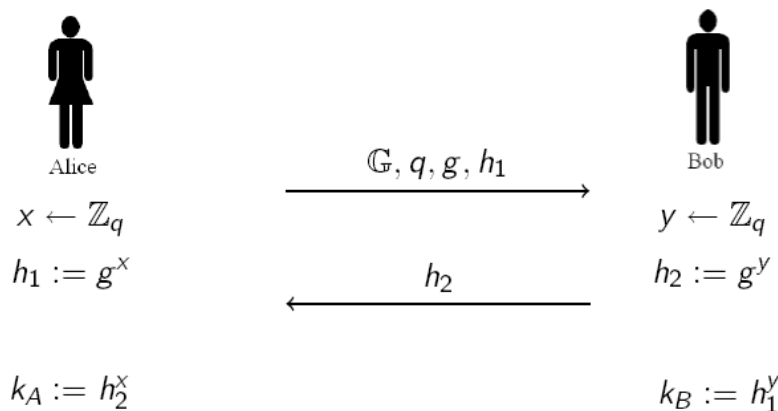
- Fie G un grup ciclic de ordin q cu $|q| = n$ iar g este generatorul lui G
 - pentru fiecare $h \in G$ exista un unic $x \in \mathbb{Z}_q$ a.i. $g^x = h$
 - se cere gasirea lui x stiind G, q, g, h unde $x = \log_g h$
- Problema se poate rezolva prin brute force in complexitate de timp $O(q)$
 - Exista algoritmi mai eficienti decat brute force, impartiti in doua categorii:
 - algoritmi *generici* care functioneaza in grupuri arbitrare (ciclice)
 - algoritmi *non-generici* care lucreaza pe grupuri specifice
- Se pot construi **functii hash** rezistente la **coliziuni** bazate pe **difficultatea DLP**
- Cel mai bun algoritm pentru DLP este **sub-exponentiala**

Cursul 10.3 - Schimbul de chei Diffie-Hellman

- **Diffie** si **Hellman** au introdus **3 primitive** cu **cheie publica** diferite, care folosesc aceiasi structura de schimb de chei
 1. **Sisteme de criptare cu cheie publica**
 2. **Semnaturi digitale:** analog MAC-urilor

3. Schimbul de chei

- Un **protocol de schimb de chei** se realizeaza intre doua persoane care nu partajeaza in prealabil niciun secret si pot **genera o cheie comuna, secreta**
 - Comunicarea necesara pentru stabilirea cheii se face printr-un *canal public*
 1. Alice genereaza un grup ciclic G de ordin q cu $|q| = n$ si g unde generator al grupului
 2. Alice alege $x \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ si calculeaza $h_1 = g^x$
 3. Alice ii trimite lui Bob mesajul (G, g, q, h_1)
 4. Bob alege $y \leftarrow^R \mathbb{Z}_q$ si calculeaza $h_2 = g^y$
 5. Bob ii trimite h_2 lui Alice si intoarce cheia $k_B = h_1^y$
 6. Alice primeste h_2 si intoarce cheia $k_A = h_2^x$
 - **Corectitudinea protocolului** presupune $k_A = k_B$ ceea ce se verifica usor



- O conditie **minimala** pentru ca protocolul sa fie **sigur** este ca **DLP** sa fie **difficila** in G
- **Problema de calculabilitate Diffie-Hellman (CDH):** un adversar sa poata afla cheia comuna $k_A = k_B$ cunoscand h_1, h_2, G, g (din canalul public de comunicare)
- **Problema de decidabilitate Diffie-Hellman (DDH):** un adversar sa poata sa poata **distinge** cheia comuna $k_A = k_B$ fata de o valoarea aleatoare
- Schimbul de chei Diffie-Hellman este nesigur pentru un **adversar activ** deoarece acesta poate **intercepta informatiile** transmise pe **canalul public**:
 - Cand Alice ii trimite mesajul lui Bob acesta poate fi interceptat de un atacator ce il poate impersona pe Bob si poate comunica cu Alice - atac de tipul **Man-in-the-Middle**

Cursul 10.4 - ElGamal

- Un sistem de criptare baza pe schimbul de chei Diffie-Hellman
 - Este **nedeterminist**, datorita alegerii aleatoare a lui y la fiecare criptare
 - Se bazeaza pe **difficultatea DLP**, altfel este nesigur
 - Are proprietatea de **homomorfism**: $Dec_s k(c_1 \cdot c_2) = Dec_s k(c_1) \cdot Dec_s k(c_2)$
 - Utilizarea **parametrilor publici** G, q, g apoi fiecare utilizator isi fenereaza cheia x

- Daca **problema decizionala DDH** este **dificila** in grupul G atunci schema de criptare ElGamal este CPA-sigura, dar nu este CCA-sigura

Cursul 11 - Semnaturi digitale si PKI

- Schemele de **semnatura digitala** reprezinta echivalentul MAC-urilor in criptografia cu cheie publica, desi exista cateva diferente importante intre ele
 - O schema de semnatura digitala ii permite unui **semnatar** S care a stabilit o cheie publica p_k sa semneze un mesaj incat oricine care cunoaste cheia p_k poate verifica originea mesajului ca fiind S si integritatea lui
- **MAC-urile** si **schemele de semnatura digitala** sunt folosite pentru **asigurarea integritatii** mesajelor cu urmatoarele **diferente**:
 - Scheme de semnaturi digitale sunt **public verificabile** si au proprietatea **non-repudierii** - un semnatar nu poate nega faptul ca a semnat un mesaj
 - MAC-urile au avantajul ca sunt de 2-3 ori **mai rapide** decat semnaturile digitale

O semnătură digitală definită peste $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{S})$ este formată din trei algoritmi polinomiali (Gen, Sign, Vrfy) unde:

1. Gen: este algoritmul de generare a perechii de cheie publică și cheie privată (pk, sk)
2. Sign : $\mathcal{K} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{S}$ este algoritmul de generare a semnăturilor $\sigma \leftarrow \text{Sign}_{sk}(m)$;
3. Vrfy : $\mathcal{K} \times \mathcal{M} \times \mathcal{S} \rightarrow \{0, 1\}$ este algoritmul de verificare ce întoarce un bit $b = \text{Vrfy}_{pk}(m, \sigma)$ cu semnificația că:
 - ▶ $b = 1$ înseamnă valid
 - ▶ $b = 0$ înseamnă invalid

a.î : $\forall m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}, \text{Vrfy}_{pk}(m, \text{Sign}_{sk}(m)) = 1.$

- Semnaturile digitale **nu** sunt rezistente la **atacuri prin replicare** i.e un atacator trimite un mesaj semnat mai departe, fara sa fie autorizat de semnatar
 - **Paradigma "hash-and-sign"** este **sigura**: inainte de semnare mesajul trece printr-o functie hash - atata timp cat functia este rezistenta la coloziiuni (folosita larg in practica)
- **Semnatura digitala baza pe RSA**
 1. Gen genereaza N, e, d si $p_k = (N, e)$ iar $s_k = d$
 2. Sign(s_k, m) semneaza mesajul m folosind cheia $s_k = d$ astfel $\sigma = m^d \text{mod } N$
 3. Vrfy(p_k, m, σ) semneaza este valida daca si numai daca $m = \sigma^e \text{mod } N$
 - Aceasta **nu este sigura**, deoarece un atac poate fi generat astfel:
 - scop adversar: falsificarea semnaturii mesajului $m \in \mathbb{Z}_N^*$ e pentru $p_k = (N, e)$
 - actiune adversar: alege $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}_N^*$ a.i. $m = m_1 \cdot m_2 \text{mod } N$
 - obtine semnaturile σ_1 si σ_2 pentru mesajele m_1, m_2
 - intoarce $\sigma = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \text{ mod } N$ ca semnatura valida pentru m

- aceasta este o *semnatura valida* pentru ca:

$$\sigma^e = (\sigma_1 \cdot \sigma_2)^e = (m_1^d \cdot m_2^d)^e = m_1^{ed} \cdot m_2^{ed} = m_1 \cdot m_2 = m \bmod N$$

- **Semnatura digitala baza pe RSA-FDH** (full domain hash)

1. *Gen* genereaza N, e, d si $p_k = (N, e)$ iar $s_k = d$
2. $Sign(s_k, m)$ semneaza mesajul m folosind cheia $s_k = d$ astfel $\sigma = H(m)^d \bmod N$
3. $Verify(p_k, m, \sigma)$ semneaza este valida daca si numai daca $H(m) = \sigma^e \bmod N$

- Aceasta schema **este sigura** daca H indeplineste doua conditii:

1. H este rezistent la coliziuni
2. $H : \{0, 1\}^* \rightarrow \mathbb{Z}_N^*$

- **Scheme de identificare:** sunt protocoale interactive care permit unei parti (**Prover**) sa isi demonstreze identitatea in fata unei alte parti (**Verifier**)

- Daca *problema logaritmului discret* este **difficila**, atunci schema de **identificare Schnorr** este sigura **impotriva atacurilor pasive**
- Daca problema logaritmului discret este **difficila** si H este **modelata ca o functie aleatoare**, atunci **semnatura Schnorr** este **sigura**

- Alte scheme de semnatura digitala: **Digital Signature Algorithm (DSA)** bazat pe problema logaritmului discret si **ECDSA** care este varianta DSA bazata pe curbe eliptice (standard), ambele fiind incluse in **Digital Signature Standard (DSS)**

- **Certificatul digital** este o semnatura care ataseaza unei entitati o anumita cheie publica, pentru ca aceasta sa poata fi distribuita in mod sigur

- Exemplu: Charlie doreste sa emita un certificat pentru Bob. Charlie are cheia generata (pk_C, sk_C) iar Bob are cheia generata (pk_B, sk_B) iar Charlie cunoaste pk_B atunci:

$$\text{cert}_{C \rightarrow B} = \text{Sign}_{sk_C}(" \text{Cheia lui Bob este } pk_B ")$$

- **Public Key Infrastructure (PKI):** permite distribuirea la scara larga a cheilor publice. Exista mai multe modele de PKI, dupa cum urmeaza:

1. **Modelul cu o singura autoritate de certificare (CA)** in care toata lumea are incredere si care emite certificate pentru cheile publice

- Oricine foloseste serviciile CA trebuie sa obtina o **copie legitima** a cheii ei publice pk_{CA}

2. **Modelul cu autoritati multiple de certificare:** se bazeaza pe delegare si lanturi de certificare, toate certificarile se pot verifica pana se ajunge la **CA-ul root**

$$pk_A, \text{cert}_{B \rightarrow A}, pk_B, \text{cert}_{C \rightarrow B}$$

3. **Modelul "web-of-trust":** oricine poate emite certificate pentru orice altcineva si fiecare utilizator decide cata incredere poate acorda certificatelor emise de alti utilizatori

- **Invalidarea certificatelor** se poate face prin mai multe metode
 1. **Expirarea:** se include data expirării în certificat și se verifică cu validitatea semnăturii
 2. **Revocarea:** includerea unui număr serial, pe care CA-ul îl poate include pe o listă de certificate revocate pe care o publică la finalul zilei

Cursul 12 - Criptografia post-cuantica

- În cadrul criptografiei de până acum am discutat despre un **adversar PPT** care rulează în timp **polinomial** pe un calculator conventional (**clasic**)
- Apariția unui **calculator cuantic** care să poate fi folosit în practică va însemna că toți algoritmi cu cheie publică folosiți în prezent dar și protocoalele asociate devin **vulnerabile**

Criptografia cuantica

- implementari folosind calculatoare cuantice, fenomene mecanice cuantice și canale de comunicare cuantice
- dificil de implementat la scară largă
- în unele cazuri este sigură necondiționat

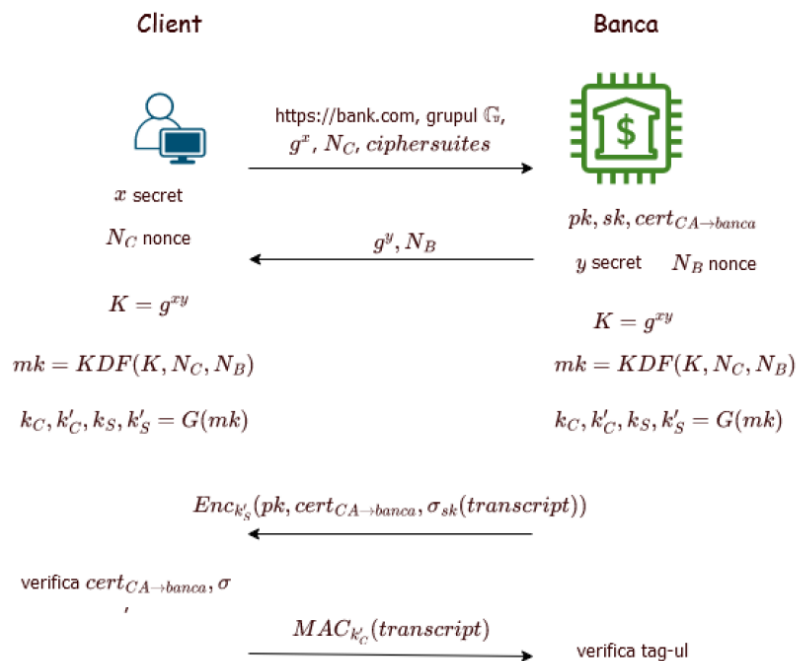
Criptografia post-cuantica

- implementari folosind calculatoare clasice
- este sigură și în fața unui adversar care are un calculator cuantic
- se bazează pe probleme matematice dificile computațional chiar și pentru algoritmi cuantici

- Algoritmi cuantici presupun în general **creșterea dimensiunii cheii** și oferă îmbunătățiri de ordin **polinomial** față de cei mai buni algoritmi clasici
- Problema factorizării și a logaritmului discret devin ușoare pentru un calculator cuantic - timp polinomial (algoritmul lui Shor)
- **Problema dificilă pentru un calculator cuantic:** problema Learning with Errors

Cursul 13 - TLS

- **Transport Layer Security:** un protocol folosit de browser-ul web pentru **https**
 - Primele versiuni se numeau **Secure Sockets Layer (SSL)**
 - Versiuni: **SSL 3.0** (1995), **TLS 1.0** (1999), **TLS 1.1** (2006) - toate au probleme de securitate, **TLS 1.2** (2008), **TLS 3.0** (2018) cea mai sigură. Se recomandă folosirea *minim a TLS 1.2*
- **Protocolul TLS** permite unui client (browser) și un server (website) să stabilească un *set de chei* folosit la **comunicarea criptată și autenticată**. Constă în două părți
 1. *protocolul handshake:* realizarea schimbului de chei care stabilește un set de chei comune
 2. *protocolul record-layer:* folosește cheile stabilite pentru criptare și autentificare
- **Protocolul Handshake:**



- **Key Derivation Function (KDF):** algoritm criptografic pentru derivarea de chei, pe baza unui PRF
- G : generator de numere **pseudo-aleatoare** (PRG)
- **Ciphersuites:** colectie de algoritmi criptografici.

- **TLS suporta 5 chipersuites**

- $TLS_AES-128-GCM-SHA256$
- $TLS_AES-256-GCM-SHA384$
- $TLS_CHACHA20-POLY1305-SHA256$
- $TLS_AES-128-CCMSHA256$
- $TLS_AES-128-CCM-8-SHA256$



- **Transcript:** reprezinta mesajele trimise in cadrul protocolului pana la momentul curent
- **Cheile** k'_s si k'_c sunt folosite doar la handshake iar **clientul** si **serverul** au la final cheile k_s si k_c pe care le folosesc ulterior pentru criptare si autentificare
 - *Clientul* are garantia ca la final a partajat cheile cu **server-ul legitim** si ca acestea nu au fost **interceptate** sau **modificate** de o terta parte
 - **TLS 1.2:** clientul si server-ul foloseau o **schema de criptare** cu **cheie publica** in locul schimbului de chei Diffie-Hellman - compromiterea cheii secrete a serverului K duce la compromiterea tuturor cheilor de sesiune
 - **TLS 1.3:** are proprietatea de **forward secrecy** care presupune ca, in cazul compromiterii server-ului, cheile de sesiune anterioare nu sunt compromise
 - cheia K este calculata pe baza secretului y in fiecare sesiune, fiind nou de fiecare data