Calculabilitate & Complexitate

NU

ce $\vee$ pot calcula

chiar dacă am memorie

timp oricât de mare.

$\Downarrow$

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

NU!

NU

ce $\vee$ pot calcula

eficient ?

$\uparrow$

$\overline{F} : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

FUNCȚIA LUI

ACKERMANN

$A(0, n) = n+1$

$A(m+1, 0) = A(m, 1)$

$A(m+1, n+1) =$
$\qquad A(m, A(m+1, n))$

$m = 0$

$A(1, 0) = A(0, 1) = 2$

$A(1, 1) = A(0, A(1, 0)) = A(0, 2) = 3$

$A(1, n+1) = A(0, A(1, n)) = A(1, n) + 1$

$$A(1, n) = n + 2$$

FUNCTIA
LUI COLLATZ

```
def collatz (n):
    while (n > 1):
        if (n % 2 == 0)
            n = n/2
        else
            n = 3n + 1
    return 0
```

$2 \Rightarrow 1 \rightarrow$ return 0

$3 \Rightarrow 10 \Rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow \underline{1} \rightarrow 0$

$6 \rightarrow 3$

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26$
$\rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow \ldots 10$

$\underline{f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}}$ "mai multe" decât $\underline{programe}$

infinit!

A ar. nr. de elemente ca $B \iff \exists f : A \rightarrow B$

$$A \text{ ac. numär de elemente cu } B \iff \exists f : A \to B \text{ bijectivă}$$

Cantor $\longrightarrow$ multimi infinite!

$$f : \mathbb{N} \longrightarrow 2\mathbb{N} \qquad f(x) = 2x$$

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \qquad \text{Proponde}$$

$$\mathbb{R} \xleftarrow{\quad\not\longrightarrow\quad} \text{Nr naturale}$$

$$e^x \Big\downarrow$$

$$(0,\infty) \xleftarrow{\frac{1}{x+1}} (0,1)$$

(T) $\underline{\text{Nu}}$ există bijecție $\mathbb{N} \longrightarrow (0,1)$

$\underline{\text{Dem}}$. Pp există bijecție

$$x_0 = 0.\boxed{a_1} a_2 \ \text{-} \ \text{-} \ \text{--}$$
$$x_1 = 0.b_1 \boxed{b_2} . \ \text{-} \ \text{-} \cdot \ \cdot$$
$$\vdots = 0.c_1 c_2 \boxed{\cdot} \ \text{-} \ \text{-}$$

x_n

Să creez $\gamma \in (0, 1)$ care nu e în listă

Exemplu   MATIASEVICI

Se dă $p(x_1 \cdots x_n)$ cu coef. întregi

Vreau să
decid $\exists (x_1 \ldots x_n) \in \mathbb{Z}^n$

$$p(x_1 \ldots x_n) = 0$$