

Lista 3

- ✓ 1. Pe mulțimea \mathbb{R} a numerelor reale definim legea de compoziție " \perp ", prin:

$$x \perp y = \sqrt[5]{x^5 + y^5} \quad (\forall) x, y \in \mathbb{R}.$$

Să se studieze proprietățile acesteia.

- ✓ 2. Pe mulțimea \mathbb{R} a numerelor reale, definim legea de compoziție " $*$ ", prin:

$$x * y = ax + by + c, \text{ unde } a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Să se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$ a.i. legea să fie comutativă și asociativă.

- ✓ 3. Pe mulțimea \mathbb{R} a numerelor reale definim legea de compoziție " $*$ ", prin:

$$x * y = xy + ax + by + c, \text{ unde } a, b, c \in \mathbb{R}.$$

a) Ce relație există între a, b, c pentru ca legea să fie asociativă?

b) Legea " $*$ " este asociativă \Leftrightarrow are element neutru.

c) Există elemente neinvertibile?

- ✓ 4. Pe mulțimea \mathbb{R} a numerelor reale definim legea de compoziție " \circ ", prin:

$$x \circ y = 2(xy - 1) - xy \quad (\forall) x, y \in \mathbb{R}.$$

Să se arate că mulțimea $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ este o parte stabilă față de legea " \circ ", iar $(\mathbb{R} \setminus \{2\}, \circ)$ este un grup comutativ.

- ✓ 5. Să se arate că mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} x+uy & 2y \\ -7y & x-uy \end{pmatrix} \mid x \neq 0 \right\}$, împreună cu operația de înmulțire a matricelor formează un grup comutativ.

- ✓ 6. Fie $M = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{a} & \hat{b} \\ -\hat{b} & \hat{a} \end{pmatrix} \mid \hat{a}, \hat{b} \in \mathbb{Z}_{103} \right\}$. Este mulțimea $M \setminus \left\{ \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix} \right\}$ un grup în raport cu operația de înmulțire a matricelor?