Lăzăroiu Teodora - Bianca, 141

2.1. $n^{\lfloor y \rfloor + 1} \in \omega(n^{\lfloor y \rfloor} \log n) \Leftrightarrow n^9 \in \omega(n^8 \log n)$

$f(n) \in \omega(g(n)) \Rightarrow \exists\ c, n_0 > 0$ a.î.

$0 \leq c\, g(n) < f(n)$

unde $f(n) = n^9$

$g(n) = n^8 \log n$

Știm că $\log n < n \mid \cdot n^8$

$n^8 \log n < n^9 \Rightarrow c = 1, n_0 = 1$

$\Rightarrow n^9 \in \omega(n^8 \log n)$

c.c.t.d.

2.2. $T(n) = 3T(n-1) + 3$

$T(n) = 3(3T(n-2) + 3) + 3 = 3^2 T(n-2) + 3 \cdot 3 + 3 =$

$= 3^2(3T(n-3) + 3) + 3 \cdot 3 + 3 = 3^3 T(n-3) + 3^2 \cdot 3$

$+ 3^1 \cdot 3 + 3^0 \cdot 3 = \ldots = 3^n T(0) + 3(3^0 + 3^1 + \ldots + 3^{n-1})$

$= 3^n + 3 \cdot \frac{3^n - 1}{2} \in O(3^n)$

Demonstrație prin inducție:

Presupunem $T(k)$ adevărat și arătăm

că $T(k) \rightarrow T(k+1)$

$T(k+1) = 3T(k) + 3 = 3(3^k + 3 \cdot \frac{3^k - 1}{2}) + 3 =$

$= 3^{k+1} + 3^2 \cdot \frac{3^k - 1}{2} + 3 = 3^{k+1} + \frac{3^{k+2} - 3^2}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2}$

$= 3^{k+1} + \frac{3^{k+2} - 9 + 6}{2} = 3^{k+1} + 3 \cdot \frac{3^{k+1} - 1}{2}$ c.c.t.d.