Lista 2

✓ 1. Fie mulțimea $A=\{1,2,3,4\}$. Determinați toate partițiile mulțimii A. Identificați, la alegere, pentru câte o partiție cu 1, 2, 3, respectiv 4 mulțimi, relația de echivalență corespunzătoare.

✓ 2. Care dintre următoarele relații pe $\mathbb{R}$ este o relație de echivalență:
(a) $x \alpha y$ dacă $x-y\in\mathbb{Z}$?
(b) $x \beta y$ dacă $|x-y|<2$?
(c) $x \gamma y$ dacă $x+y\in\mathbb{Z}$?

✓ 3. Fie $\mathcal{R}$ mulțimea relațiilor binare pe $\{1,2,3\}$. Considerăm axiomele de: (1) reflexivitate; (2) simetrie; (3) tranzitivitate. Calculați imaginea funcției următoare: $g:\mathcal{R}\to\{0,1,\dots,7\}$,

$$g(\rho)=a_1+2a_2+4a_3,$$

unde $a_i=1$ (resp. $a_i=0$) dacă ρ satisface (resp. nu satisface) axioma (i).

✓ 4. Pe mulțimea $\mathbb{C}$ definim relația "$\sim$": $z\sim w \iff z-w\in\mathbb{R}$. Arătați că "$\sim$" este relație de echivalență, determinați clasele de echivalență și un SCR pentru "$\sim$". Este funcția $f:\mathbb{C}/_{\sim}\to\mathbb{R}$,

$$f(\widehat{a+bi})=b^2-3b+2$$

bine definită? ($\widehat{a+bi}$ reprezintă clasa de echivalență a lui $a+bi$ modulo "$\sim$").

✓ 5. Fie A mulțimea $\{1,2,\dots,2020\}$. Să se determine numărul relațiilor de echivalență pe A ale căror mulțimi factor sunt formate din 2 clase de echivalență.

✓ 6. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ definim relația "$\sim$":

$$x\sim y \iff x^2-x=y^2-y \text{ sau } x^2-5x=y^2-5y.$$

Verificați dacă "$\sim$" este o relație de echivalență, și în caz afirmativ determinați mulțimea factor și un SCR pentru "$\sim$".

✓ 7. Fie $\mathbb{Z}_{31}$ mulțimea factor a lui $\mathbb{Z}$ modulo relația de echivalență "$\equiv \pmod{31}$". Știind că $\{0,1,\dots,30\}$ este un SCR pentru "$\equiv \pmod{31}$" determinați pentru fiecare din numerele: 2019^{2019}, 2020^{2020}, 2021^{2021} reprezentantul corespunzător. Aceeași cerință pt aceleași numere în $\mathbb{Z}_{100}$.