Drumuri minime

Ca și în laboratorul trecut, fișierul `grafpond.in` **are următoarea structură: numărul de vârfuri n, numărul de muchii/arce m și lista muchiilor/arcelor cu costul lor (o muchie fiind dată prin extremităţile sale şi cost).**

grafpond.in
5 7 1 4 1 1 3 5 1 2 10 2 3 2 4 2 6 4 5 12 5 2 11

Justificaţi complexitatea+corectitudinea algoritmilor propuşi.

1. **Drum critic (Critical Path Method).** Se citesc din fișierul `activitati.in` următoarele informații despre activitățile care trebuie să se desfășoare în cadrul unui proiect:
   - n – numărul de activități (activitățile sunt numerotate 1,…, n)
   - d_1, d_2, …., d_n durata fiecărei activități
   - m – număr natural
   - m perechi (i, j) cu semnificația: activitatea i trebuie să se încheie înainte să înceapă j

   Activitățile se pot desfășura și în paralel.

   a) Să se determine timpul minim de finalizare a proiectului, știind că acesta începe la ora 0 (echivalent – să se determine durata proiectului) și o succesiune (critică) de activități care determină durata proiectului (un drum critic – v. curs) **O(m + n).**

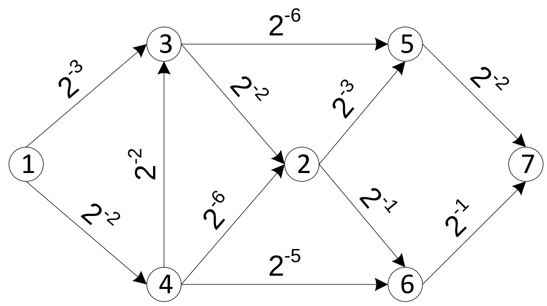
   b) Să se afișeze pentru fiecare activitate un interval posibil de desfășurare (!știind că activitățile se pot desfășura în paralel) **O(m + n).**

activitati.in	iesire
6 **7 4 30 12 2 5** **6** **1 2** **2 3** **3 6** **4 3** **2 6** **3 5**	Timp minim 47 Activitati critice: 4 3 6 1: 0 7 2: 7 11 3: 12 42 4: 0 12 5: 42 44 6: 42 47

Robert Sedgewick and Kevin Wayne, Algorithms, 4th Edition, Addison-Wesley, 2011.

2. Se citesc din fișierul `grafpond.in` informații despre un graf **neorientat** ponderat și de la tastatură un număr k, o listă de k puncte de control ale grafului și un vârf s. Determinați cel mai apropiat punct de control de vârful s și afișați un lanț minim până la acesta, folosind algoritmul lui **Dijkstra** (problema B.2. din laboratorul 1 pentru cazul ponderat) - **O(m log(n)).**

3. (**v. Seminar – Aplicaţie Dijkstra**) Pentru fiecare arc al unei reţele de comunicaţie acestui graf se cunoaşte o pondere pozitivă subunitară reprezentând probabilitatea ca legătura corespunzătoare să nu se defecteze (de forma $1/2^p = 2^{-p}$). Aceste probabilităţi sunt independente, deci **siguranţa unui drum** este egală cu produsul probabilităţilor asociate arcelor care îl compun. Arătaţi că problema determinării unui drum de siguranţă maximă de la un vârf de start s la un vârf destinaţie t (accesibil din s) se poate reduce la o problemă de determinare a unui drum minim între s şi t (pentru un graf cu ponderile modificate). Pornind de la acest fapt, implementaţi un algoritm bazat pe algoritmul lui **Dijkstra** pentru determinarea unui drum de siguranţă maximă între două vârfuri s şi t citite de la tastatură pentru o reţea orientată dată în fişierul retea.in prin următoarele informaţii:
   - n, m – numărul de vârfuri, respectiv arce
   - m linii conţinând triplete de numere naturale i j p cu semnificaţia: (i,j) este arc în reţea cu probabilitatea să nu se defecteze egală cu 2^{-p} **O(m log(n)).**



4. **Drumuri minime din surse multiple** http://www.infoarena.ro/problema/catun **O(m log(n)).**

5. **Bellman Ford** Se dă un graf orientat ponderat (în fişierul `grafpond.in`) şi un vârf s citit de la tastatură. Dacă graful nu conține circuite negative accesibile din s afişați câte un drum minim de la s la fiecare dintre celelalte vârfuri accesibile din s, altfel afişați un astfel de circuit (folosind algoritmul Bellman Ford) **O(nm)**

6. **Floyd-Warhsall**

   a) Dat un graf orientat ponderat (în fisierul `grafpond.in`), afişați matricea distanțelor dacă graful nu conține circuite de cost negativ și un circuit cu cost negativ în caz contrar. **O(n³)**

   b) Fie G un graf neorientat ponderat. Pentru două vârfuri u şi v ale lui G, notăm cu d(u, v) **distanța** de la vârful u la vârful v.

   Pentru un vârf v, **excentricitatea** lui v este cea mai mare distanță de la acest vârf la celelalte vârfuri:

   $$e(v) = \max\{d(v, u) \mid u \in V\}$$

   Excentricitatea minimă a vârfurilor se numește **raza** grafului:

   $$r(G) = \min\{e(v) \mid v \in V\}$$

   Mulțimea vârfurilor cu excentricitatea minimă (egală cu r(G)) se numeşte **centrul** grafului:

$$c(G) = \{ v \in V \mid e(v) = r(G)\}$$

Excentricitatea maximă a vârfurilor se numeşte **diametrul** grafului; altfel spus, diametrul este cea mai mare distanță dintre două vârfuri:

$$diam(G) = \max\{e(v) \mid v \in V \} = \max\{d(u, v) \mid v, u \in V \}$$

Se citesc din fișierul `grafpond.in` informații despre un graf **neorientat** ponderat G. Să se determine, folosind algoritmul **Floyd-Warhsall**, raza, diametrul, centrul grafului și un lanț diametral (un lanț minim P între două vârfuri u și v cu ponderea w(P)=d(u,v)=diam(G)). **O(n**^{3})