CURS #5

Tuesday, November 8, 2022 2:06 PM

A recursivă $\Leftrightarrow f_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$

calculată de M.T

A rec. enumerabilă $\Leftrightarrow f_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ \uparrow & x \notin A \end{cases}$

calculată de o M.T.

$K = \{ \langle \alpha, x \rangle \mid M_\alpha(x) \downarrow \}$ rec. enumerabilă

nu este recursivă

A r.e $\not\Rightarrow$ $\bar{A}$ r.e.

A recursivă $\Rightarrow$ $\bar{A}$ recursivă

(T) A recursivă $\Leftrightarrow$ A, $\bar{A}$ r. enumerabile

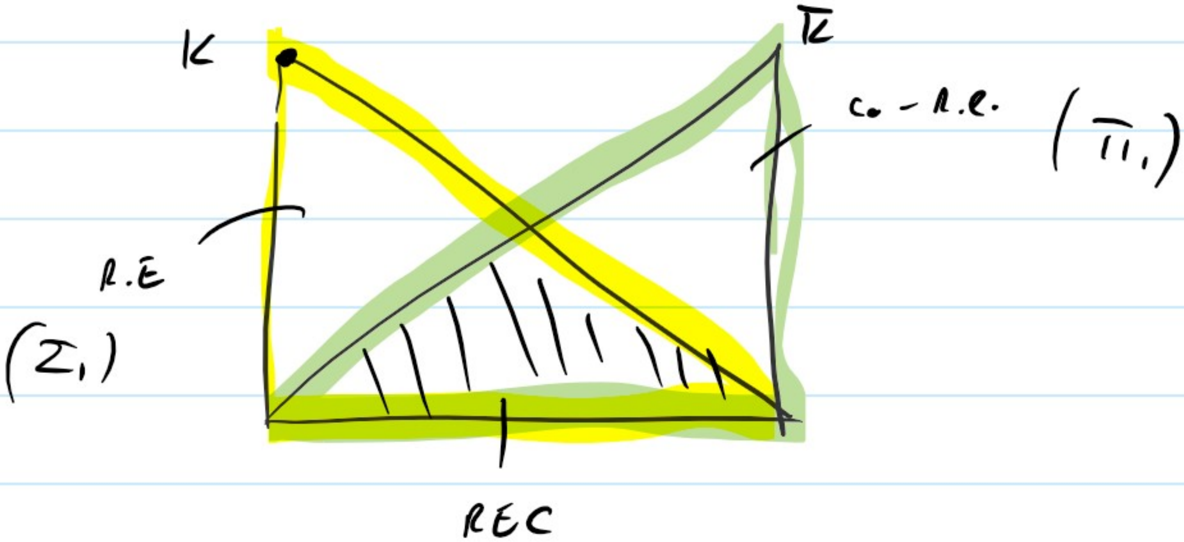
$\Rightarrow$) M $f_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$

M' $f'_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ \uparrow & x \notin A \end{cases}$

$\Leftarrow$) A r.e. M_1 $f_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ \uparrow & x \notin A \end{cases}$

$\bar{A}$ r.e. M_2 $f_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} 1 & x \in \bar{A} \\ \uparrow & x \notin \bar{A} \end{cases}$

$M(x)$: $\begin{cases} \text{simulez în paralel } M_1(x) \text{ și } M_2(x) \\ \text{Dacă } M_1(x) = 1 \to \text{return } 1 \\ \text{Dacă } M_2(x) = 1 \to \text{return } 0 \end{cases}$



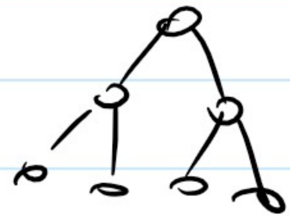
$A \le_m B$

COMPLEXITATE COMPUTAȚIONALĂ

(CAP. 2 ARORA - BARAK)

<u>ALG. EFICIENT</u> $\equiv$ complexitate $O(n^k)$

$k = 2, 3, \dots$

BACKTRACKING ≡ 

↓

2^n exponențial

↓

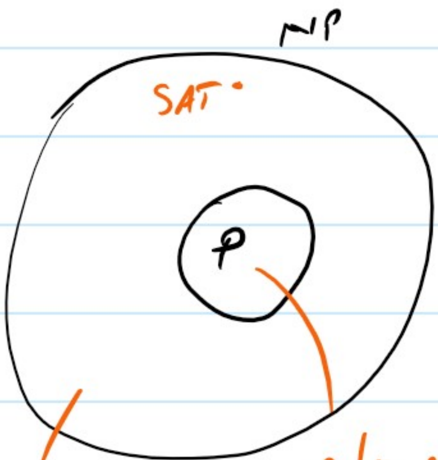
NU este eficient.

Complexitate polinomială vs. "exponențială"

↓

să verific o soluție e ușor

să găsesc o soluție **nu** e ușor



ușor de verificat o sol! greu de găsit

alg cu compl $O(n^k)$

$$P \neq NP?$$

1.000.000 $

(Clay Prize)

$M(x) < f(n)$ pași

$|x| = n$

$DTIME(f) = \{ A \mid A$ poate fi rezolvată de o M.T. a.î. $M(x)$ face $O(f(|x|))$ pași $\}$

$$P = \bigcup_{c \geq 1} DTIME(n^c)$$

↑

programare liniară

(SIMPLEX)

$$\begin{cases} \max(2x+3y) \\ x + y \leq 5 \\ 2x + y \leq 7 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

NP (nondeterministic polynomial time)

$L \subseteq \{0,1\}^*$ este în clasa NP $\Leftrightarrow$ există un polinom p

$p: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

și o mașină Turing M

a.î.

(1) $M(y)$ rulează în $O(|y|^k)$ pași

(2)

$x \in L \Leftrightarrow \exists u \in \{0,1\}^{p(|x|)}$ a.î.

$x \in L \iff \exists\, u \in \{0,1\}^{*}$ a.î. $M(\langle x, u\rangle) = 1$

u = witness (martor) pt x

Ex1 $L = SAT = \{ \varphi \mid \exists\, u$ a.î. $\varphi(u) = TRUE \}$

$x \rightsquigarrow \varphi$

$u \longrightarrow u$

$M(\langle x, u\rangle)$

înlocuiește variabilele din x cu valorile specificate de u

verific că $\varphi(u) = TRUE$

Ex2 SUDOKU $n \times n$

INPUT: Tablă $n \times n$ parțial completată

DE DECIS: Pot completa restul tablei până la o config. legală

x = codificarea inputului

↓

cuvânt de lungime n^2

fiecare literă $0..n$

$0 \equiv$ căsuță liberă

u = codificarea unei completări

↓

cuvânt de lungime n^2

fiecare litere de la $1..n$.

$M(x, u)$ verifică

(1) u extinde pe x

(2) u verifică regulile SUDOKU

Exp (TSP) **Se dă** matrice de distanțe

Target k pt distanța totală

Ne decis $\exists$ un circuit C prin graf cu $\sum d(x_i, x_{i+1}) \leq k$?

x = codificare a inputului

u = codificare a circuitului

$M(x, u)$ verifică faptul că u este un circuit și că $l(u) \leq k$ conform lui x.