

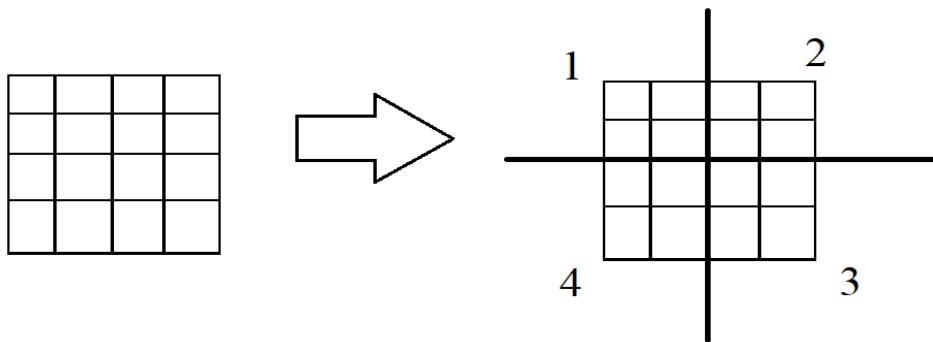
Secțiunea 9-10 avansați

DESCRIERE SOLUȚII

PROBLEMA 1 MIHAI

Prima observație este că dacă există o dimensiune impară, Mihai poate câștiga. Acest lucru rezultă din faptul că Mihai poate tăia în 2 dreptunghiuri noi identice dreptunghiul inițial prin eliminarea coloanei/rândului din mijloc (având în vedere că există o dimensiune impară), iar apoi poate juca simetric pe cele 2 dreptunghiuri: de fiecare dată când Tema face o mutare pe unul dintre dreptunghiuri, Mihai poate face una în oglindă pe celalalt dreptunghi. Așadar, pentru fiecare mutare a Temei, Mihai are o mișcare garantată și deci va avea ultima mutare.

A doua observație este că dacă ambele dimensiuni sunt pare, Tema îl va învinge pe Mihai. Având în vedere că există 2 dimensiuni, se pot trasa 2 axe care despart dreptunghiul în 4 cadrane:



După trasarea acestor cadrane Tema poate juca simetric pe diagonală, adică pentru orice mutare a lui Mihai care elimină ceva doar din cadranul 1 duce la o eliminare simetrică în cadranul 3 din partea Temei, pentru mutări în cadranul 2, răspunsul este dat cu mutări simetrice din cadranul 4, și vice-versa pentru cadranele 3 și 4. Dacă o mutare elimină un rând continuu sau o coloană continuă care trece prin 2 cadrane, atunci, întrucât celelalte cadrane vor fi reprezentări simetrice ale celor asupra cărora s-a aplicat mutarea (dar înainte ca aceasta să fi fost aplicată), mutarea poate fi făcută reflectată cu atenție pe celelalte 2 cadrane. Aceasta strategie funcționează deoarece invariantul următor este menținut la finalul fiecărei mutări al Temei: 1-3 au aceeași formă în oglindă și 2-4 au aceeași formă în oglindă. Deci, toate cadranele pot fi goale numai după rândul Temei. Deci Tema va câștiga.

Având în vedere aceste observații, pentru fiecare dreptunghi dat, se afișează 1 dacă cel puțin una din dimensiuni e impară și 0 altfel.

PROBLEMA 2 RUMBAL

Pentru a rezolva problema trebuie să facem o observație esențială:

Dacă, de exemplu, soldatul de pe poziția 4 va cădea de pe masă în stânga, atunci toți soldații de pe poziții mai mici (1,2,3) vor cădea de asemenea datorită faptului că se vor suprapune. Astfel, pentru eficientizarea soluției vom căuta binar cea mai din dreaptă poziție de pe care un soldat va

Secțiunea 9-10 avansați

cădea în stânga și analog cea mai din stânga poziție pe care va cădea un soldat în dreapta. Combinând aceste rezultate putem afla câți soldați au ramas pe tablă.

PROBLEMA 3 PEPENI

Prima observație este că putem precalcuła pentru fiecare valoare de la 1 la n daca este sau nu posibil să obținem numărul respectiv de antiradiati. În continuare, problema se rezolvă printr-o adaptare a problemei rucsacului. Astfel, în `rucsac[i]` vom reține cea mai din dreapta poziție în care se poate obține suma `i`. Se parcurg intervalele, sortate crescător după `L[i]` și `R[i]` (prioritar `L[i]`), iar pentru fiecare interval actualizăm `rucsac[j]` pentru `j` de la `n-p` la 1.

PROBLEMA 4 PREMIU

Mai întâi, calculăm modurile în care Mario **nu** primește “Premiul cel Mare”, folosind programarea dinamică. Notăm `dp[n][m][0]` și `dp[n][m][1]`, numărul de cazuri favorabile, având `n` exerciții de matematică și `m` exerciții de română lucrate și ultimul exercițiu lucrat este de matematică, respectiv de română. Astfel, vom avea următoarea formulă de recurență a dinamicii:

$$dp[n][m][0] = dp[n-1][m][1] + dp[n-2][m][1] + \dots + dp[n-\min(n, a-1)][m][1]$$

$$dp[n][m][1] = dp[n][m-1][0] + dp[n][m-2][0] + \dots + dp[n][m-\min(m, b-1)][0].$$

Acum, ca să aflăm numărul de cazuri în care Mario câștigă “Premiul cel Mare”, calculăm numărul de cazuri totale, din care scădem numărul de cazuri nefavorabile (`dp[n][m][0] + dp[n][m][1]`). Numărul de cazuri totale este egal cu numărul de permutări cu repetiție.

<https://www.pbinfo.ro/articole/18941/elemente-de-combinatorica>