

Lista 01

Teóphilo Vitor de Carvalho Clemente / 20220080516

1) Computação gráfica é a utilização de um computador para criar ou manipular imagens.

2) As três sub-áreas são:

→ Processamento de imagem: área responsável por manipular imagem 2D, como rotacionar, a imagem, segmentar a imagem de acordo com seu conteúdo, encontrar arestas e etc.

→ Análise de imagem: área responsável por extrair informações de uma imagem digital, como detectar objetos e seu respectivo movimento.

→ Síntese de imagem: área responsável por modelar, renderizar e animar imagens. Modelos através de operações matemáticas, renderizadas que geram uma imagem sintética, animos seria cais uma ilusão de movimento através de uma sequência de imagens.

3) Uma base vetorial é um conjunto finito de vetores que gera um espaço vetorial, dado que seu vetor que a compõe não linearmente independentes entre si. Dado que  $C = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_m\}$  é sua condição:

I)  $C$  é LI (linearmente independente)

II)  $[C] = V$  dado  $V$  um espaço vetorial

4) Transformações e mapeamento não fungem, a diferença entre elas é que o mapeamento retorna um escalar e a transformação não retorna um vetor.

5) É uma base vetorial.

6) Uma transformação linear é uma transformação que satisfaça  
dai axiomas, são elas:

$$i) F(u) + F(v) = F(u+v)$$

$$ii) F(K \cdot u) = F(u) \cdot K$$

Já a transformação assim é uma função que pode ser definida  
como uma transformação linear acrescida de uma translação:

$$i) F_a(u) = F(u) + v$$

7) As transformações são: scale, rotation e translation.

- Scale:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

- Rotation:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \\ x_w & y_w & z_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

- Translation:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$$

8) Coordenadas homogêneas eram uma espécie de método para  
incluir as transformações de rotação e translação em uma  
única matriz de operação matricial.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{bmatrix}$$

Temos que R é a matriz de rotação  
e T o vetor de translação

9) Dado  $P_1 = (2, 1, 1)$  temos:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} C_{30} & -\lambda_{30} & 0 \\ \lambda_{30} & C_{30} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{45} & 0 & \lambda_{45} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_{45} & 0 & C_{45} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{60} & -\lambda_{60} \\ 0 & \lambda_{60} & C_{60} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 2,24 \\ 0,87 \\ -0,45 \end{bmatrix}$$

10)

$$P_3 = P_2 + \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,24 \\ -3,13 \\ 4,55 \end{bmatrix}$$

↳ Translação

11) Transformação homogênea unica:

$$R = \begin{bmatrix} C_{30} & -\lambda_{30} & 0 \\ \lambda_{30} & C_{30} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{45} & 0 & \lambda_{45} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_{45} & 0 & C_{45} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{60} & -\lambda_{60} \\ 0 & \lambda_{60} & C_{60} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0,61 & 0,28 & 0,74 \\ 0,35 & 0,74 & -0,57 \\ -0,7 & 0,61 & 0,35 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0,61 & 0,28 & 0,74 & 3 \\ 0,35 & 0,74 & -0,57 & -4 \\ -0,7 & 0,61 & 0,35 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,24 \\ -3,13 \\ 4,56^* \\ 1 \end{bmatrix}$$

\* Erro de arredondamento

12) É a forma de descrever uma orientação de um corpo rígido.

13) Um quaternio é um número que possui 3 partes imaginárias e 1 parte real, dado pelo tensor:

$q = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} + \tau$ , devido a suas propriedades existe uma relação entre um quaternio  $q$  e uma matriz de rotação  $R$  e pode ser vista a seguir:

$$R = \begin{bmatrix} x^2 - y^2 - z^2 + \tau^2 & 2(xy - \tau z) & 2(xz + \tau y) \\ 2(xy + \tau z) & -x^2 + y^2 - z^2 + \tau^2 & yz - \tau x \\ 2(xz - \tau y) & 2(yz + \tau x) & -x^2 - y^2 + z^2 + \tau^2 \end{bmatrix}$$

14) Dado que regras parciais realizam a multiplicação de matrizes então teremos:

$$E[D(C[B(A \times P)])] = (E \times D \times C \times B \times A) P$$

15)

$$R_K = \begin{bmatrix} K_x^2(1 - C_0) + C_0 & K_x K_y(1 - C_0) - K_z \lambda_0 & K_x K_y(1 - C_0) + K_y \lambda_0 \\ K_x K_y(1 - C_0) + K_z \lambda_0 & K_y^2(1 - C_0) + C_0 & K_y K_z(1 - C_0) - K_x \lambda_0 \\ K_x K_z(1 - C_0) - K_y \lambda_0 & K_y K_z(1 - C_0) + K_x \lambda_0 & K_z^2(1 - C_0) + C_0 \end{bmatrix}$$

$\theta = 30^\circ$ ,  $K = (1, 1, 1)$  tensor:

$$R_{(1,1,1)} 30^\circ = \begin{bmatrix} 1 - C_{30} + C_{30} & 1 - C_{30} - \lambda_{30} & 1 - C_{30} + \lambda_{30} \\ 1 - C_{30} + \lambda_{30} & 1 - C_{30} + C_{30} & 1 - C_{30} - \lambda_{30} \\ 1 - C_{30} - \lambda_{30} & 1 - C_{30} + S_{30} & 1 - C_{30} + C_{30} \end{bmatrix}$$

15) Continuación

$$R(3,3,3)^{30^\circ} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-\sqrt{3} \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 \\ \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} & 1 \\ \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-\sqrt{3} \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

16)  $\theta = \arccos\left(\frac{R_{11} + R_{22} + R_{33} - 1}{2}\right)$

$$Kx = \frac{R_{32} - R_{23}}{2\lambda_0}, \quad Ky = \frac{R_{13} - R_{31}}{2\lambda_0}, \quad Kz = \frac{R_{21} - R_{12}}{2\lambda_0}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{0+0+0-1}{2}\right) = 120^\circ$$

$$K = \begin{bmatrix} Kx \\ Ky \\ Kz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\lambda_0 \sin(120^\circ)} \\ \frac{1}{2\lambda_0 \sin(120^\circ)} \\ \frac{1}{2\lambda_0 \sin(120^\circ)} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} //$$

Luta 02

Tecatilo Vitor de Carvalho Clemente | 20220080516

1) As palavras que completam são:

- Visualização
- Projeção
- Homogênia

nesta mesma ordem.

2) É uma câmera em que vemos um raio de luz de cada ponto entra, o que torna a imagem mais nítida e próximo do real. O principal problema dela é porque requer tempo de exposição longo e uma quantidade mínima de luz e distância. Uma solução para isso é o uso de lentes.

3) A projeção ortográfica tem o ponto focal no infinito, os raios não paralelos e ortogonais ao plano de projeção. Já na projeção em perspectiva, a câmera trabalha ao longo do eixo Z, tendo o ponto focal na origem, com o plano imagem paralelo a XY a uma distância d (câmera na origem), além disso ela é a mais indicada para uma exibição realista.

4) Neste modelo é necessário especificar a distância focal, tamanho/forma da imagem e planos de corte (definidos na projeção perspectiva),

CONTINUAÇÃO...

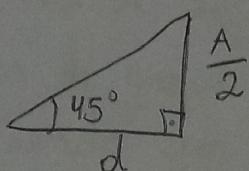
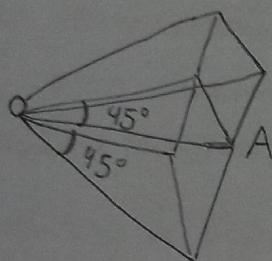
4) Continuação

Além disso precisamos especificar os seguintes conceitos:

- look from: onde está a ponta focal (câmera).
- look at: ponto no mundo centrado na imagem.
- Orientação câmera: look-from → look-at
- View: vetor no mundo indicando "acima" da imagem (norte da câmera).

5)

1)



$$d = 100 \text{ mm}$$

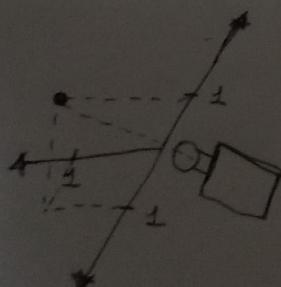
$$\theta = 90^\circ$$

então  $\tan(45^\circ) = \frac{A}{2d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{A}{200 \text{ mm}}$

$$A = 200 \text{ mm} \cdot \frac{1}{2} //$$

então o plano imagem será:  $A \times A = 200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$   
 $= 40000 \text{ mm}^2$  ou 40 000 pixels //

6)



$$\hat{v} = \left( \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$2\sqrt{3} \cdot \hat{v} = (2, 2, 2)$$

→ ponto mais próximo

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4 \rightarrow \left(\frac{K}{\sqrt{3}} - 4\right)^2 + \left(\frac{K}{\sqrt{3}} - 2\right)^2 + \left(\frac{K}{\sqrt{3}} - 2\right)^2 = 4$$

$$\frac{K^2}{3} - \frac{8K}{\sqrt{3}} + 16 + 2\left(\frac{K^2}{3} - \frac{4K}{\sqrt{3}} + 4\right) = 4 \rightarrow K^2 - \frac{16K}{\sqrt{3}} + 20 = 0$$

$$K^2 + \frac{-16K\sqrt{3}}{3} + 20 = 0 \quad K' = 5,773$$

$$K'' = 3,46 //$$

# Lista 03

Tecílio Vitor de Carvalho Clemente / 20220080516

1) A luz é um tipo de radiação eletromagnética.

Temos que a energia da radiação eletromagnética é dada por  $E = h \cdot f$  onde  $f$  é a frequência da radiação e  $h$  é a constante de Planck. Desse modo, a energia da onda eletromagnética é diretamente proporcional a frequência e inversamente proporcional ao comprimento de onda. A luz visível corresponde a uma pequena faixa de frequência de comprimento de onda (700-400nm), sendo que, diferentes cores correspondem a diferentes comprimentos de onda e a intensidade de cada cor é especificada pela amplitude da onda.

Exemplo de cores: Vermelho (630nm-700nm), Verde (490nm-565nm).

2) Não, a imagem formada na nossa retina é 2D, fisicamente seria 3D. Além disso, temos uma limitação do número de reviravés de luz no olho, necessários para captar a imagem completamente. Por fim, temos também uma limitação na largura da banda, ou seja, não captamos todos os comprimentos de onda da luz visível de forma contínua.

3) Ao olhar um objeto sua imagem passará pela córnea e depois a íris, responsável por controlar a quantidade de luz recebida da pupila. Após passar pelo cristalino, a imagem é focada sobre a retina, ali estão os leitões responsáveis pelos lugares mais curtos e os cones que se adaptam à luz e nos faz perceber as cores.

4) Um espaço de cor é uma organização específica de cores. Elas permitem representar as cores de forma reproduzível, tanto em representações analógicas como em digitais. As mais conhecidas são RGB e XYZ, além da HSV.

5) Um espaço aditivo começa em preto e adiciona luz do tipo RGB e a superposição eletromagnética gera as diferentes cores, é bastante utilizado, principalmente em monitores.

Tal o espaço subtrativo começa com branco e os pigmentos filtram a luz, retinando partes do espectro para produzir a cor desejada, utilizado em impressoras.

6) Imagem é entendida como representação de algo. Os formatos vetoriais não formam de representar a imagem:

- Raster: é uma matriz de pixels que representa geralmente uma grade retangular de pixels ou pontos de cor.
- Vetorial: é representada por expressões matemáticas (polígonos, linhas, curvas, pontos).

Os displays vetoriais param de ser usados devido a sua qualidade ser muito inferior ao Raster.

7) O display full-color possui 24 bits, 8 bits para cada canal de cores RGB, assim é possível representar todos as cores que o olho humano é capaz de detectar.

O frame-buffer é a memória que armazena as imagens a serem exibidas, com 96 bits é realizado processos de cor (24), canal alpha (8), z-buffer (32), double buffering (32).

8) A tabela de cores é um conjunto finito de cores, comumente usada para facilitar a precisão de uma imagem quando há restrição de hardware ou software.

$$\text{Algoritmo} \Rightarrow C = \frac{R + G + B}{3}; C \cdot N = C;$$

$$\text{around}(C) = i; \text{tabela}[i];$$

- 9) JPEG - 24 bits, pequeno, bastante comprimido.  
 TIFF - 8, 24 bits, médio, bom para propósitos gerais.  
 GIF - 1, 4, 8 bits, médio, bastante popular.  
 PPM - 24 bits, grande, fácil leitura e escrita.  
 EPS - 1, 2, 4, 8, 24 bits, escâner, ótima para impressão.

10) A convolução neste contexto serve para ~~filtragem~~ filtragem de imagens.

Forma contínua:

$$F(x, y) * g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha, \beta) g(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$

Dirigida:

$$F[x, y] * g[x, y] = \pm \sum_{M=0}^{M-1} \sum_{N=0}^{N-1} F[M, N] g[x-M, y-N]$$

11) Filtragem é o ato de remover algum conteúdo indesejável, é realizada uma operação de processamento onde podemos retirar fundo, ruídos e outros.

12)

1- Filtro marcante:

$$\frac{1}{9} * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2- Filtro para realce de arestas:

$$\frac{\partial}{\partial X} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial}{\partial Y} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad \rightarrow Sobel$$

3- Filtro gaussiano (suavizador):

$$g_{\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

4- Filtro gaussiano (gradiente):

Mermo do filtro de Sobel,  $g'_{\sigma}(x) = \frac{-x}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

5- Filtro laplaciano de Gaussiano:

$$g''_{\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ \frac{x^2}{\sigma^5} - \frac{1}{\sigma^3} \right] e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad \rightarrow Detecta texturas$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Linta 04

Teófilo Vitor de Carvalho Clemente | 20220080516

1) A radiância é a intensidade radiante proveniente de uma fonte, em uma dada direção  $\theta$  por unidade de área perpendicular a esta direção. Já a irradiação é a radiação eletromagnética incidente numa superfície, por unidade de área.

2) - O termo difuso ( $K_d$ ): modela a superfície opaca a nível microscópico, sendo a luz incidente refletida igualmente em todos os direções.

- O termo especular ( $K_s$ ): modela a reflexão em que grande parte da luz incidente reflete em uma única direção, sendo a direção definida pela incidência.

- O termo ambiente ( $K_a$ ): modela a interrelação entre todos as reflexões no objeto de uma cena.

3) Em relação à atenuação, a intensidade da luz diminui com o quadrado da distância da fonte:

$$Id + a = Ka \cdot Ia + Fatt \cdot I_{light} (N \cdot L) Kd, \text{ onde } Fatt = \frac{1}{d^2}$$

Também é possível reparar 3 equações para RGB, no caso de luzes coloridas, usan a distância observador-superfície para dar efeitos extrínsecos e intrínsecos.

$$Id + a = Ka \cdot Ia + Fatt \cdot I_{light} (Kd \cdot cos(\theta) + Ks \cdot cos(\theta)^{MSHINE})$$

A equação utiliza 3 modos de reflexão (ambiente, difusa e especular) adicionando efeitos de atenuação baseados em distância ( $Fatt$ ).  $\theta$  é o ângulo entre raio refletido e observador, e  $\phi$  é ângulo entre a direção da luz normal,  $Ia$  e  $I_{light}$ , são luz ambiente e intensidade respectivamente.

5) Se ocorre transparência na cena modelada pela lei de Snell: nela  $n_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) = n_2 \cdot \text{sen}(\theta_2)$ , onde  $n_1$  é o índice de refração do meio 1,  $\theta_1$  é o ângulo entre raio incidente e o normal;  $\theta_2$  é ângulo entre o raio refratado e o normal e  $n_2$  é o índice de refração do meio 2.