

Predlog projekta - Problem pomeranja sofe

30. novembar, 2018

Abstract

Problem pomeranja sofe je dvodimenzionalna prezentacija problema pomeranja nameštaja u stvarnom životu. Njegov cilj je nalaženje najveće površine koja se može manevrisati kroz hodnik oblika velikog latiničnog slova L širine jedan.

1 Oblast

Diskretna geometrija

2 Predznanje

3 - Težina od 1 do 5, gde 1 označava najmanju ocenu.

3 Kompleksnost

4.5 - Težina od 1 do 5, gde 1 označava najmanju ocenu.

4 Predznanje

Trigonometrija, izvodi i rotacija objekata u ravni. U nekim delovima dokaza se koriste integrali [2](teorema 5) ali mislim da se to može i treba naučiti u hodu.

5 Opis projekta

Problem je prvi put zvanično definisao austrijsko-kanadski matematičar Leo Moser 1966. godine, iako se pre toga problem više puta neformalno pominjao. Jedna od površina koje mogu proći kroz hodnik velikog latiničnog slova L jeste polukrug poluprečnika 1.

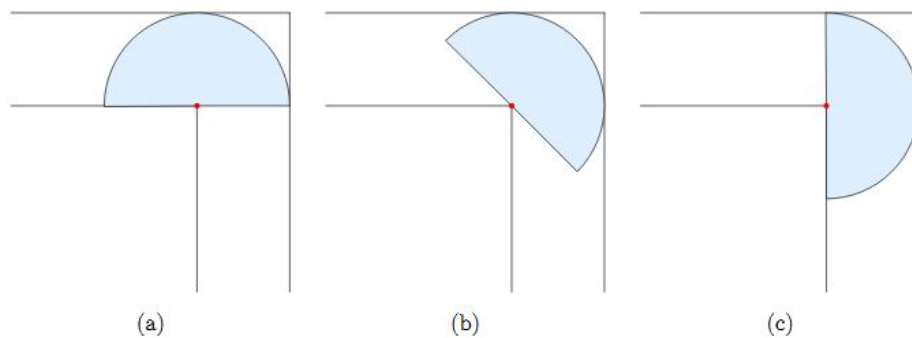


Figure 1: Polukrug

Ovakva sofa ima površinu $\pi/2 \approx 1.57079$.

Moguće je napraviti sofe veće površine. Jedna takva sofa jeste Hamerslejeva sofa.

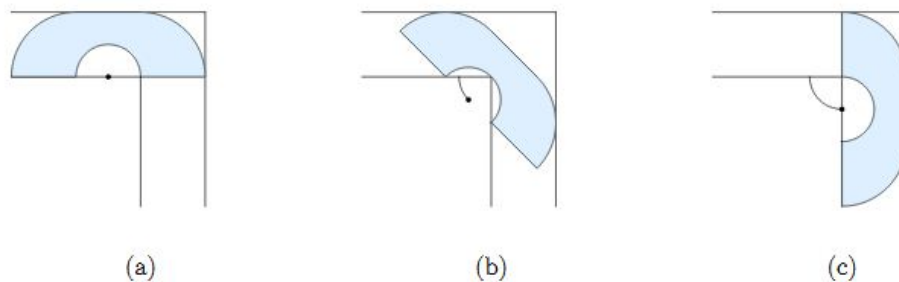
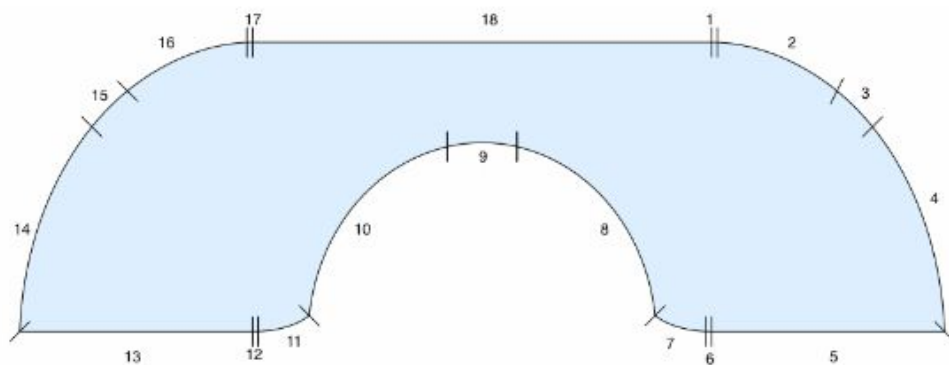


Figure 2: Hamerslejeva sofa

Njena površina je $\pi/2 + 2/\pi \approx 2.20742$. Najveću sofú do sada pronašao je Jozef Gerver 1992. godine [2] (poglavljje 1.1 strana 2). On nije uspeo da dokaže da je ovo najveća moguća sofa. To pitanje je i dalje otvoreno. Granica Gerverove sofe je sačinjena od 18 delova (3 prave, 4 kružna isečka i 11 krivih).



Filip Gibs je uradio numeričku studiju o ovom problemu i izvršio je računanje u Javi. Njegovi rezultati su se poklopili sa Gerverovim.[3] Postoje modifikacije ovog problema. Jedna od njih jeste da posmatramo hodnik ugla različitog od $\pi/2$. Zbog takvih modifikacija su se

pojavile sofe različitih oblika:

1) Paralelogram

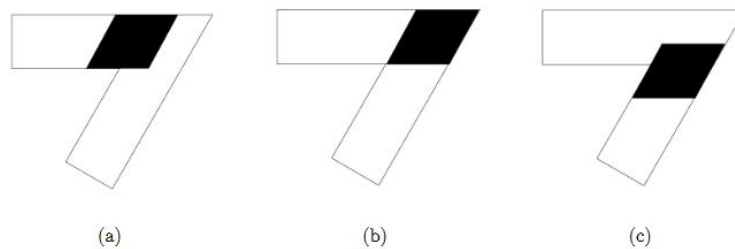


Figure 3: Paralelogram

2) Kružni isječak

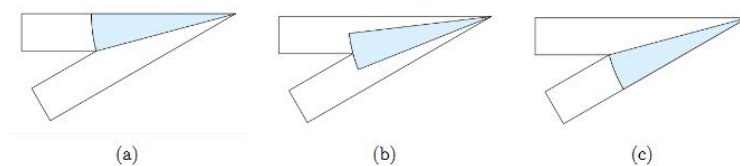


Figure 4: Kružni isječak

3) RHAM sofa

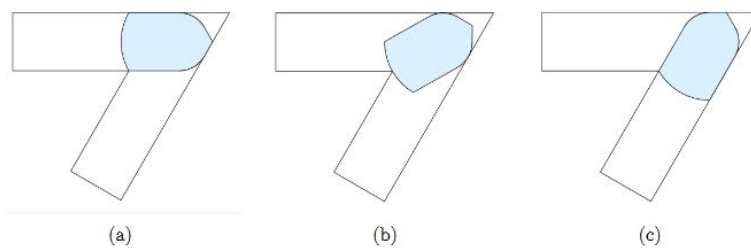


Figure 5: RHAM sofa

Naravno, postavlja se pitanje koja je sofa najveća. Ovako izgleda grafik zavisnosti površina različitih sofa od ugla hodnika.

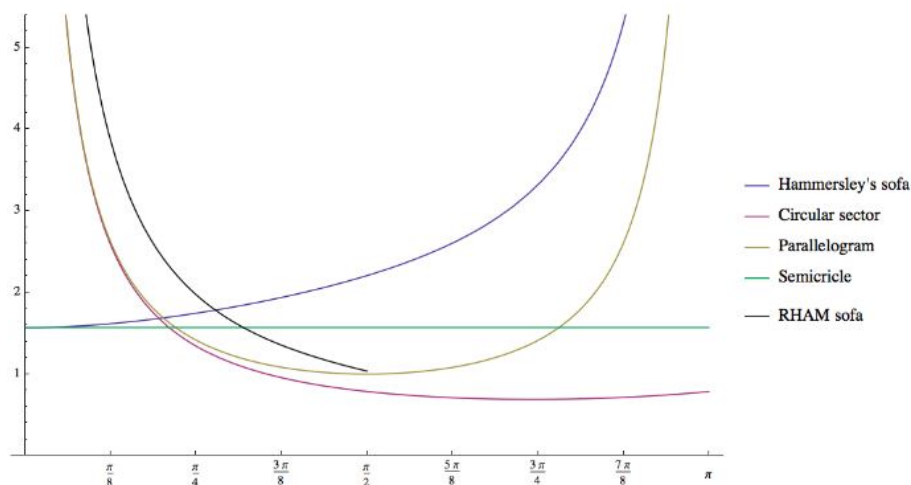


Figure 6: Grafik zavisnosti površina različitih sofa od ugla hodnika

6 Cilj projekta

Jedan od ciljeva projekta je upoznavanje sa oblastima matematike sa kojima se do sada nismo susretali, kao što je diskretna geometrija. Moj glavni cilj je da uradim nešto novo u matematici. Ako se odradi nešto ozbiljnije od projekta se može napraviti naučni rad.

7 Priprema za rad

Ponavljjanje trigonometrijskih formula. [9]

Ponavljjanje izvoda. [10] (ovde se nalaze, pored teorije, i rešeni zadaci sa primerima)

Ponavljjanje rotacija u ravni. [11]

Upoznavanje sa pojmom diskretna geometrija. [12]

8 Check points za zagrevanje

Pogledati [8] radi boljeg razumevanja problema.

Pročitati [1].

Dokazivanje Radanove leme [12] (poglavlje 1.3)

Dokazivanje Helijeve teoreme [12] (poglavlje 1.3)

Razumevanje, ili još bolje dokazivanje, teorema 1, 2, 3 i 4 iz [2].

9 Ideje za dalji rad

Početna ideja je bila da se u projektu dokaže da je Gerverova sofa najveća moguća ili da se otkrije veća. Nakon čitanja radova na ovu temu nisam siguran koliko je ovo moguće, zato predlažem još neke pravce toka ovog projekta:

1. Posmatranje hodnika koji ima dva ili više skretanja različitih uglova (već postoje radovi na temu hodnika sa dva skretanja od po $\pi/2$ [4](poglavlje 1.2) [5])

2. Posmatranje hodnika čije se širine pre i posle skretanja razlikuju (u standardnom problemu je širina hodnika konstantna i iznosi 1. Nisam našao radove na ovu temu)

3. Objedinjavanje što više različitih modifikacija (smatram da je moguće smisliti modifikaciju ovog problema koji do pre nije izučavan iz razloga što uvek možemo odabrati broj skretanja sa tačnim vrednostima uglova i širinama hodnika. Mislim da je ovo najverovatniji pravac toka projekta)

4. Posmatranje problema u više dimenzija (već postoje neki radovi na ovu temu [7])

5. Snižavanje gornje granice za površinu sofe (ona je prvobitno iznosila ≈ 2.82 , a onda je spuštена na ≈ 2.37 [6])

References

- [1] Wagner, Neal R. (1976). "The Sofa Problem" (PDF). The American Mathematical Monthly. <http://sci-hub.tw/10.2307/2977022>
- [2] Romik, Dan Differential Equations and Exact Solutions in the Moving Sofa Problem <http://sci-hub.tw/10.1080/10586458.2016.1270858> - lepo je definisan problem, relativno jednostavno predstavljeno šta se hronološki dešavalo i način razmišljanja dok se dolazilo do solucija i modifikacija.
- [3] Philip Gibbs, A computal Study on Moving Sofa Problem, <http://vixra.org/pdf/1411.0038v1.pdf>

- [4] Romik, Dan (2017). "Differential equations and exact solutions in the moving sofa problem". Experimental Mathematics. <http://sci-hub.tw/10.1080/10586458.2016.1270858>
- [5] Romik, Dan. "The moving sofa problem - Dan Romik's home page". UCDavis. Retrieved 26 March 2017. <https://www.math.ucdavis.edu/~romik/movingsofa/>
- [6] Yoav Kallus, Dan Romik Improved upper bounds in the moving sofa problem <http://sci-hub.tw/10.1016/j.aim.2018.10.022>
- [7] <https://mathoverflow.net/questions/246914/sofa-in-a-snaky-3d-corridor>
- [8] Guo, David Sofa Problem <https://www.youtube.com/watch?v=mRgetQzO0hU>
smatram da ima veoma korisnih stvari u ovom videu. Predstavlja različite modifikacije ovog problema.
- [9] <https://www.mathportal.org/algebra/trigonometry/trigonometric-formula.php> - trigonometrijske formule (ponavljanje)
- [10] <http://www.elfak.ni.ac.rs/downloads/informacije/studenti/blanketi/matematika-2-izvodi.pdf> - izvodi
- [11] <http://elearning.rcub.bg.ac.rs/moodle/pluginfile.php/33233/modresource/content/1/Predavanje>
strane 10-13
- [12] Matousek, Jiri Introduction to Discrete Geometry
<https://kam.mff.cuni.cz/~matousek/kvg1-tb.pdf>

Unused "captionsetup[1] on input line AtEndDocument