

Sumário

1 Objetivos

2 Metodologia

2.1 Introdução a Linguagem de Programação Matemática

2.2 Hipóteses e definições da formulação do problema

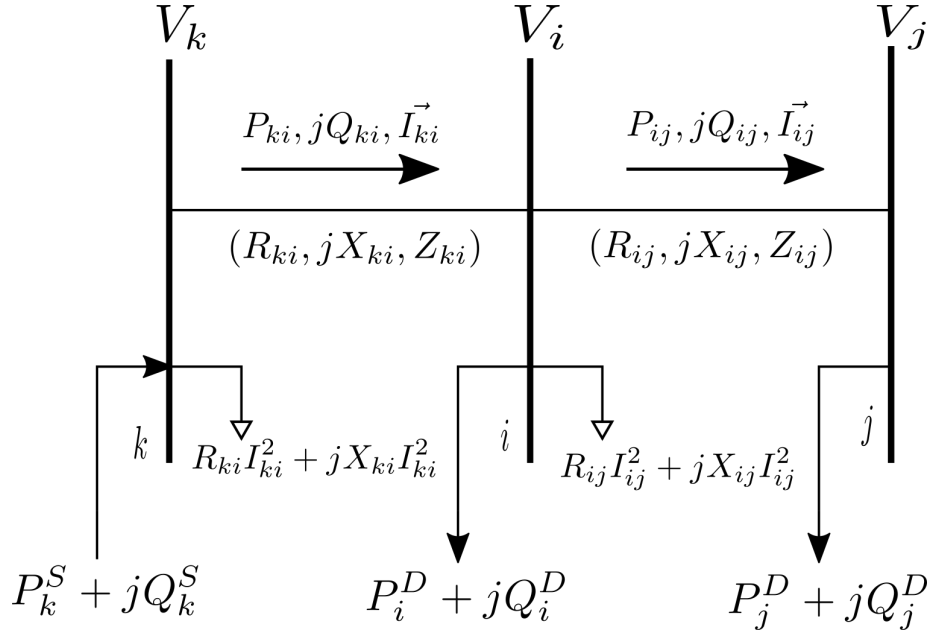


Figura 1: Sistema de distribuição radial

Hipóteses adotadas: Visando representar o funcionamento em regime permanente de um sistema de distribuição de energia, são feitas as seguintes hipóteses (comumente usadas nas formulações de varredura de fluxo de carga [?] e mostradas na figura ??).

- As demandas nas cargas na rede de distribuição são representadas como potência ativa e reativas contantes;
- O sistema é balanceado e representado pelo seu equivalente monofásico;
- As perdas de potência ativa e reativa no circuito ij estão concentradas no nó i .
- As chaves são representadas como circuito curtos de impedância nula.

3 Restrições do problema

3.1 Balanço de potência

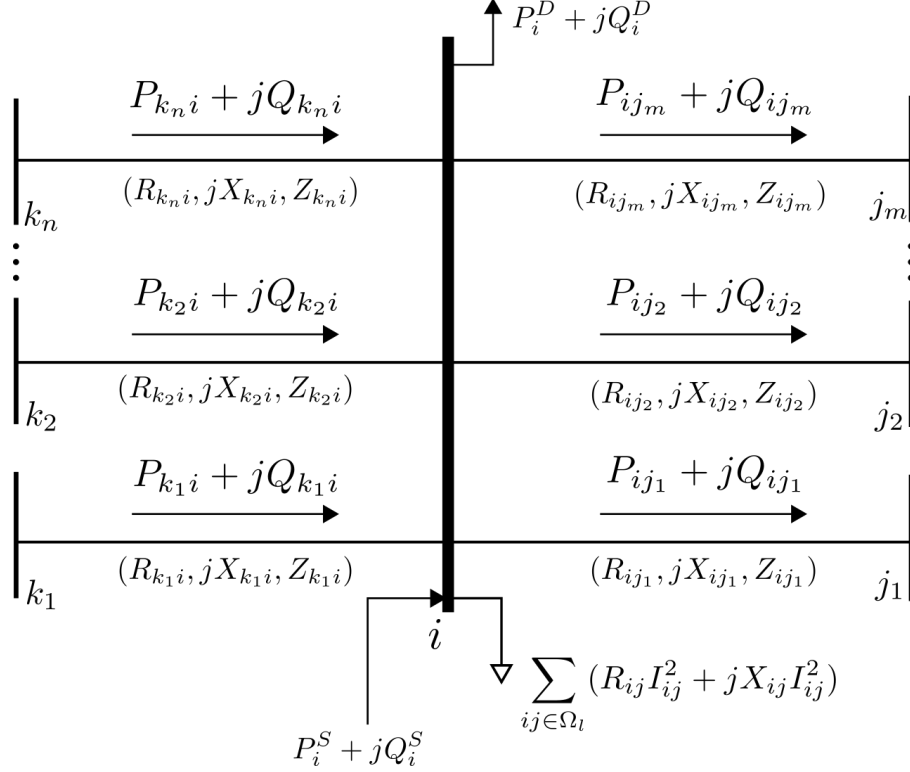


Figura 2: Exemplo de um diagrama de balanço de potência entre nós de um sistema de distribuição de energia elétrica

A figura ?? representa a forma expandida da figura ??, para melhor compreensão do problema de balanço de potência, onde m e n representam um número qualquer de nós ligados ao nó i . Para isso considere que nos parâmetros e variáveis que representam um ramo, o primeiro subíndice representa o nó de partida e o segundo subíndice o nó de chegada (exemplo: P_{12} representa o fluxo de potência ativa que vai do nó 1 para o nó 2).

Seja P_i^D e Q_i^D potência ativa e reativa demandada no nó i respectivamente e P_i^S e Q_i^S potência ativa e reativa gerada no nó i respectivamente, têm-se que:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2) + Q_i^S = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b$$

Tal que, Ω_l é o conjunto de circuitos e Ω_b é o conjunto de nós. É possível mudar a variável k pela variável j , uma vez que ambas pertencem ao conjunto Ω_l e os somatórios envolvendo-as estão desconectadas, desse modo:

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (1)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2) + Q_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2)$$

O sistema de equações não lineares em ?? e ?? representam a operação em regime permanente de uma rede elétrica radial e são frequentemente utilizados no método de varredura de fluxo de carga [?] e [?]

3.2 Queda de tensão entre nós

Formulação do Problema de Fluxo de Carga para redes elétricas radiais:

Da figura ??, a queda de tensão do circuito é definida pela equação ??.

$$\vec{V}_i - \vec{V}_j = I_{ij}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3)$$

Em que Ω_l é o conjunto de circuitos. Através da fórmula para o cálculo da potência aparente, I_{ij} pode ser calculado usando a equação ??.

$$I_{ij} = \left(\frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{\vec{V}_j} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4)$$

Substituindo I_{ij} da equação ?? na equação ?? obtém-se a equação ?? que define a queda de tensão em função das potências e impedâncias do circuito.

Seja $(P_{ij} + jQ_{ij})^* = (P_{ij} - jQ_{ij})$ logo:

$$(\vec{V}_i - \vec{V}_j)\vec{V}_j^* = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5)$$

Considerando que $\vec{V}_i = V_i \angle \theta_i$, $\vec{V}_j = V_j \angle \theta_j$ e $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$, tal que V_i e V_j representam as magnitudes da tensão em seus respectivos nós bem como θ_i e θ_j representam seus ângulos. Dessa forma a equação ?? pode ser escrita decompondo a fase de suas exponenciais, como mostra a equação ??.

$$V_i V_j [\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}] - V_j^2 = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6)$$

Identificando as partes real e imaginária na equação ??, obtém-se:

$$V_i V_j \cos \theta_{ij} = V_j^2 + (R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

$$V_i V_j \sin \theta_{ij} = X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (8)$$

Usando a fórmula da trigonometria, que é a relação básica entre o seno e o cosseno,

$\sin^2(\theta_{ij}) + \cos^2(\theta_{ij}) = 1$, e somando os quadrados das equações ?? e ??, obtém-se:

$$V_i^2 - 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^2 = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (9)$$

Note que a equação ?? não depende da diferença angular entre as tensões, e é possível obter a magnitude da tensão do nó (V_j) em termos da magnitude inicial (V_i), o fluxo de potência ativa (P_{ij}), o fluxo de potência reativa (Q_{ij}), a magnitude do fluxo de corrente (I_{ij}) e os parâmetros elétricos do ramo ij .

3.3 Fluxo de corrente em um ramo

Na equação de queda de tensão, a magnitude do fluxo de corrente I_{ij} é mostrado na equação ?? calculado a partir do produto com seu complexo conjugado.

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^2} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (10)$$

3.4 Restrições operativas do sistema

Como visto as equações ??, ??, ?? e ?? são restrições cujas variáveis V_i e I_{ij} estão sempre na forma quadrática, por isso é possível fazer uma substituição de variável a fim de tornar mais simples o problema, tal que:

$$I_{ij}^{sqr} = I_{ij}^2 \text{ e } V_i^{sqr} = V_i^2$$

Assim é possível determinar as restrições operativas para o funcionamento da SDEE.

3.4.1 Limites de tensão

Em um sistema de distribuição de energia elétrica é preciso garantir que a tensão em um nó deva estar dentro de uma faixa de operação determinada por norma, por isso uma restrição fundamental para o problema é a restrição de limites de tensão em um nó, determinada pela seguinte equação:

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{sqr} \leq \overline{V}^2 \quad i \in \Omega_b \quad (11)$$

Onde \underline{V} e \overline{V} representam os limites inferiores e superiores de tensão, respectivamente, que uma rede pode possuir.

3.4.2 Limite de corrente

Assim como as tensões, o fluxo de corrente também deve ser limitado para não comprometer o SDEE. Assim a equação que descreve a restrição é:

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad ij \in \Omega_l \quad (12)$$

3.4.3 Chaves presentes no sistema

Para reconfiguração do SDEE, existem chaves ao longo da rede que podem ser modificadas de modo a garantir a operação desejada. Considere as seguintes restrições:

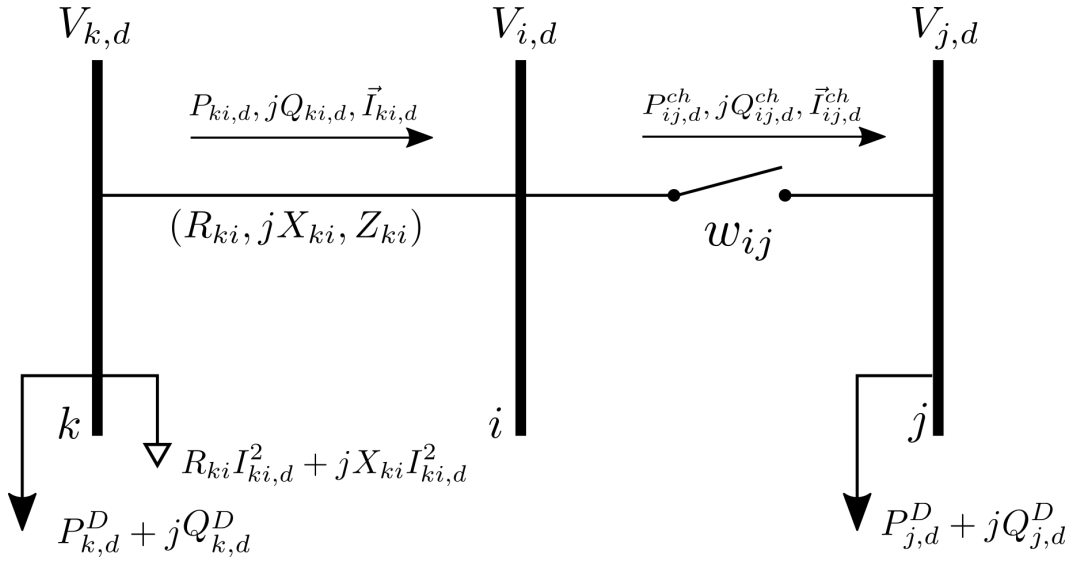


Figura 3: Modelo de uma Cl conectada entre dois nós

- Balanço de potência

Com base na figura ?? faz-se necessário reformular as equações de balanço de potência adicionando as variáveis que representam as chaves na modelagem do problema.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij}I_{ij}^2) + \sum_{ji \in \Omega_{ch}} P_{ji}^{ch} - \sum_{ij \in \Omega_{ch}} P_{ij}^{ch} + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (13)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij}I_{ij}^2) + \sum_{ji \in \Omega_{ch}} Q_{ji}^{ch} - \sum_{ij \in \Omega_{ch}} Q_{ij}^{ch} + Q_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (14)$$

Onde Ω_{ch} representa o conjunto de chaves da rede elétrica e w_{ij} é uma variável binária que representa o estado da chave ij , se $w_{ij} = 1$ a chave ij está fechada, caso contrário a

chave está aberta, ver figura ???. P_{ij}^{ch} e Q_{ij}^{ch} representam o fluxo de potência ativa e reativa da chave ij .

As restrições expressas nas equações ?? e ?? são uma extensão das equações ?? e ??, considerando a presença de chaves na rede elétrica.

Além do balanço de potência outras restrições devem ser estabelecidas devido a presença de chaves, são elas:

- Diferença de tensões entre dois nós conectadas por uma chave

A diferença de tensão entre nós, na presença de chaves, deve ser igual a zero, uma vez que, de acordo com as hipóteses adotadas, a impedância da chaves é representada como uma impedância nula. Sendo assim, usando as variável binária w_{ij} é possível equacionar a restrição da seguinte forma:

$$-(\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - w_{ij}) \leq V_i^{sqr} - V_j^{sqr} \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - w_{ij}) \quad ij \in \Omega_{ch} \quad (15)$$

Note que se w_{ij} for igual a 1 (chave fechada), a diferença entre as tensões no nó i e nó j será igual a zero, o que condiz a hipótese adotada.

- Fluxo de potência na chave

O fluxo de potência na chave é determinada pelas equações abaixo.

$$-(\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch})w_{ij} \leq P_{ij}^{ch} \leq (\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch})w_{ij} \quad ij \in \Omega_{ch} \quad (16)$$

$$-(\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch})w_{ij} \leq Q_{ij}^{ch} \leq (\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch})w_{ij} \quad ij \in \Omega_{ch} \quad (17)$$

Note que se a variável w_{ij} for igual a 0 (chave aberta) o fluxo de potência na chave é igual a zero o que condiz com a proposta do elemento de circuito na rede, quando igual a 1 as restrições representam o fluxo máximo de potência ativa e reativa permitida na chave quando está energizada.

3.4.4 Restrição de radialidade

A representação de um SDEE é feita através de nós e circuitos. Fazendo analogia com a teoria de grafos, um SDEE pode ser considerado como um grafo formado por n arcos e m nós. Da teoria de grafos, uma árvore é um grafo conexo sem ciclos, assim é possível comparar a topologia radial de um SDEE com uma árvore. Como mostrado em [?], a árvore de um grafo é um sub-grafo com $(m - 1)$ arcos.

Assim, pode-se dizer que a topologia de um SDEE com n_b nós é radial se satisfaz as duas seguintes condições: Condição 1: a solução deve apresentar (n_b) circuitos; e Condição 2: a solução deve gerar uma topologia conexa. Note que a restrição de radialidade tem

que ser formada pelas condições 1 e 2. Somente a condição 1 não garante a radialidade do SDEE. O problema de RSD cumpre com as seguintes características: 1) apenas uma única subestação existente no SDEE (nó da subestação); 2) todos os outros nós são nós de carga; 3) a primeira lei de Kirchhoff, deve ser cumprida, e 4) o objetivo é encontrar a melhor topologia radial. A condição 1 é satisfeita pela seguinte restrição:

$$|\Omega_l| + \sum_{ij \in \Omega_{ch}} w_{ij} = |\Omega_b| - 1 \quad (18)$$

Em que $|\Omega|$ é um operador que calcula o número de elementos do conjunto Ω .

Uma solução que satisfaz a restrição de balanço de potência (primeira Lei de Kirchhoff) tem de fornecer a demanda de potência em cada nó de carga. De modo que existe um caminho entre a subestação e os nós de carga. Portanto, cada nó está ligado com a subestação, formando um grafo conexo, o que comprova a Condição 2. Assim, quando as restrições de balanço de potência são combinadas com a Condição 1, cada nó de carga está ligada por um único caminho com a subestação, isto é, o SDEE é conexo, sem malhas.

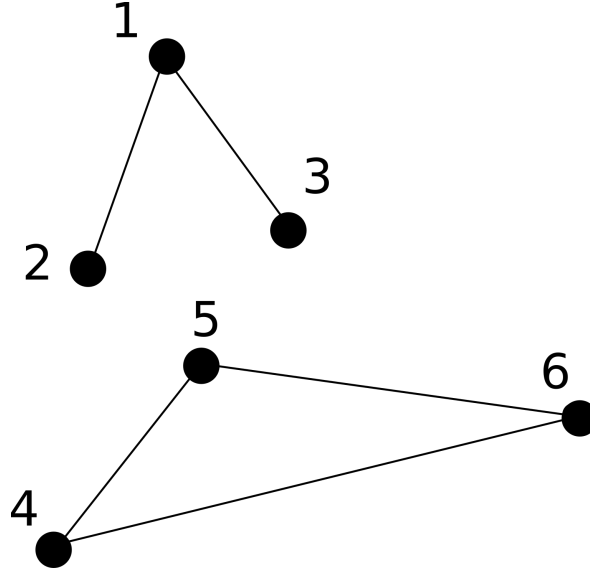


Figura 4: Exemplo de rede não radial que obedece a equação ??

Observe que a figura ??, embora respeite a equação ?? (5 ramos para 6 nós), não é uma topologia radial. Isso pode acontecer se levar somente em consideração a equação ??.

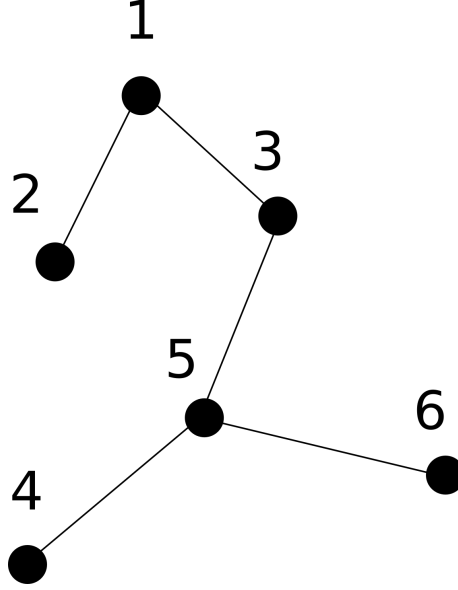


Figura 5: Exemplo de rede radial que obedece a equação ??

Observe agora a figura ??, note que ela é uma topologia radial, como dito anteriormente é necessário duas condições para garantir tal configuração, como no problema já existem equações que garantem a primeira Lei de Kirchhoff, a topologia final será radial. Observe que todos os nós estão interligados, direto ou indiretamente, com o nó 1 (nó da subestação). Isso acontece pois as equações de balanço de potência obrigam que haja fluxo de potência para atender as demandas dos mesmos.

Assim a equação ?? junto com ?? e ?? fornecem as condições necessárias para e suficientes para garantir uma topologia final radial [?].

4 Modelo matemático do problema

Com base nas deduções e hipóteses adotadas anteriormente, o problema de reconfiguração de uma rede elétrica radial pode ser representado utilizando um modelo de programação linear inteiro misto (PNLIM), mostrado a seguir:

$$\text{Min} = c^{lss} \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{sqr}$$

Sujeito a:

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{sqr}) + \sum_{ji \in \Omega_{ch}} P_{ji}^{ch} - \sum_{ij \in \Omega_{ch}} P_{ij}^{ch} + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{sqr}) + \sum_{ji \in \Omega_{ch}} Q_{ji}^{ch} - \sum_{ij \in \Omega_{ch}} Q_{ij}^{ch} + Q_i^S = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$V_i^{sqr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} - V_j^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$-(\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - w_{ij}) \leq V_i^{sqr} - V_j^{sqr} \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - w_{ij}) \quad ij \in \Omega_{ch}$$

$$-(\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch}) w_{ij} \leq P_{ij}^{ch} \leq (\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch}) w_{ij} \quad ij \in \Omega_{ch}$$

$$-(\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch}) w_{ij} \leq Q_{ij}^{ch} \leq (\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch}) w_{ij} \quad ij \in \Omega_{ch}$$

$$|\Omega_l| + \sum_{ij \in \Omega_{ch}} w_{ij} = |\Omega_b| - 1$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad i \in \Omega_b$$

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad ij \in \Omega_l$$

$$w_{ij} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_{ch}$$

5 Implementando o PNLIM

PNLIM_RSD.dat