

Lucas Zenichi Terada

RECONFIGURAÇÃO DAS REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA OPERANDO EM DIFERENTES NÍVEIS DE  
DEMANDA

Campinas  
2018

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Lucas Zenichi Terada

RECONFIGURAÇÃO DAS REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA OPERANDO  
EM DIFERENTES NÍVEIS DE DEMANDA

Projeto de iniciação científica financiada pela Fundação de  
Amparo e Pesquisa do Estado de São Paulo.

Orientador: Marcos Julio Rider Flores

Este exemplar corresponde ao relatório  
parcial do projeto de iniciação científica.

---

Campinas  
2018

## Resumo das atividades

### Resumo

## Lista de Figuras

## Lista de Tabelas

## Nomenclatura

## Sumário

# 1 Introdução

Os sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) são planejados como redes malhadas interconectadas. Entretanto, operam como com uma topologia radial a fim da facilitar a coordenação da proteção e reduzir a corrente de curto circuito dos SDEE. Para obter uma topologia radial existem chaves de interconexões em pontos estratégicos do sistema. Desse modo, a topologia inicial pode ser modificada pela operação das chaves para transferir as demandas entre os diferentes alimentadores e, assim, é possível determinar uma nova topologia com outro ponto de operação, contudo deve continuar sendo uma topologia radial.

O problema de reconfiguração de sistemas de distribuição (RSD) consiste na abertura e/ou fechamento das chaves com o objetivo de melhorar um índice de desempenho. A reconfiguração ótima é uma importante ferramenta para aumentar a confiabilidade de um SDEE, especialmente quando a automação avançada e tecnologias de redes inteligentes (smartgrids) tornam-se mais importante e mais acessível às concessionárias de distribuição.



## 2 Objetivos

## 3 Metodologia

### 3.1 Introdução a Linguagem de Programação Matemática

### 3.2 Hipóteses e definições da formulação do problema

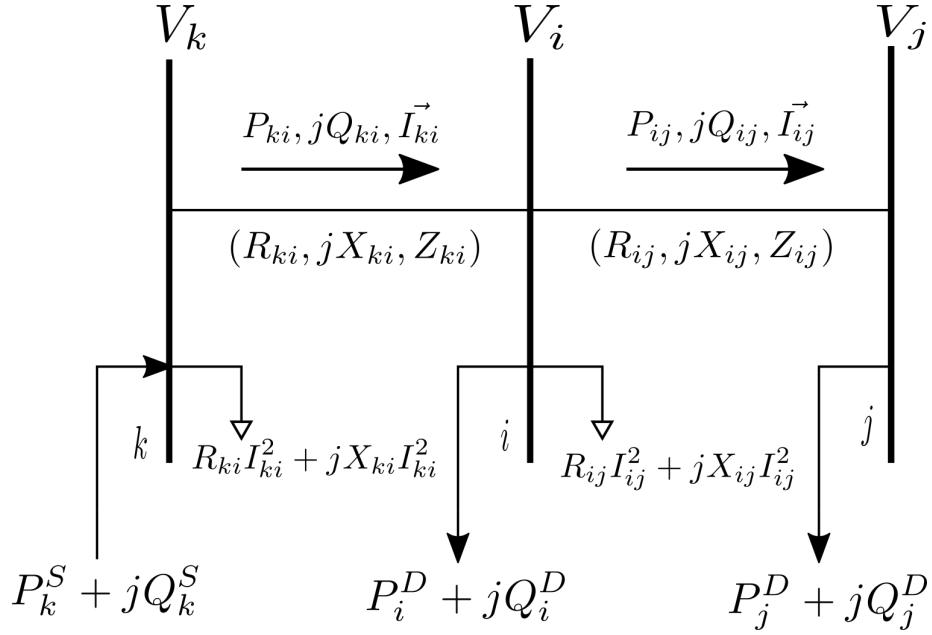


Figura 1: Sistema de distribuição radial

Hipóteses adotadas: Visando representar o funcionamento em regime permanente de um sistema de distribuição de energia, são feitas as seguintes hipóteses (comumente usadas nas formulações de varredura de fluxo de carga [?] e mostradas na figura ??).

- As demandas nas cargas na rede de distribuição são representadas como potência ativa e reativas contantes;
- O sistema é balanceado e representado pelo seu equivalente monofásico;
- As perdas de potência ativa e reativa no circuito  $ij$  estão concentradas no nó  $i$ .
- As chaves são representadas como circuito curtos de impedância nula.

## 4 Restrições do problema

### 4.1 Balanço de potência

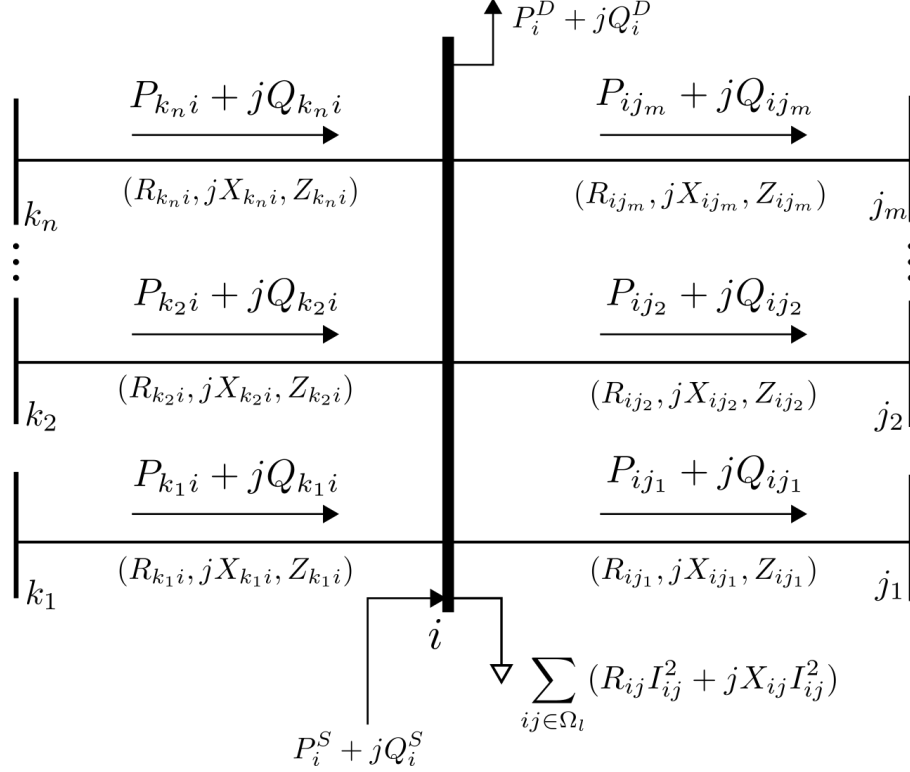


Figura 2: Exemplo de um diagrama de balanço de potência entre nós de um sistema de distribuição de energia elétrica

A figura ?? representa a forma expandida da figura ??, para melhor compreensão do problema de balanço de potência, onde  $m$  e  $n$  representam um número qualquer de nós ligados ao nó  $i$ . Para isso considere que nos parâmetros e variáveis que representam um ramo, o primeiro subíndice representa o nó de partida e o segundo subíndice o nó de chegada (exemplo:  $P_{12}$  representa o fluxo de potência ativa que vai do nó 1 para o nó 2).

Seja  $P_i^D$  e  $Q_i^D$  potência ativa e reativa demandada no nó  $i$  respectivamente e  $P_i^S$  e  $Q_i^S$  potência ativa e reativa gerada no nó  $i$  respectivamente, têm-se que:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2) + Q_i^S = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b$$

Tal que,  $\Omega_l$  é o conjunto de circuitos e  $\Omega_b$  é o conjunto de nós. É possível mudar a variável  $k$  pela variável  $j$ , uma vez que ambas pertencem ao conjunto  $\Omega_l$  e os somatórios envolvendo-as estão desconectadas, desse modo:

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (1)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2) + Q_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2)$$

O sistema de equações não lineares em ?? e ?? representam a operação em regime permanente de uma rede elétrica radial e são frequentemente utilizados no método de varredura de fluxo de carga [?] e [?]

## 4.2 Queda de tensão entre nós

Formulação do Problema de Fluxo de Carga para redes elétricas radiais:

Da figura ??, a queda de tensão do circuito é definida pela equação ??.

$$\vec{V}_i - \vec{V}_j = I_{ij}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3)$$

Em que  $\Omega_l$  é o conjunto de circuitos. Através da fórmula para o cálculo da potência aparente,  $I_{ij}$  pode ser calculado usando a equação ??.

$$I_{ij} = \left( \frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{\vec{V}_j} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4)$$

Substituindo  $I_{ij}$  da equação ?? na equação ?? obtém-se a equação ?? que define a queda de tensão em função das potências e impedâncias do circuito.

Seja  $(P_{ij} + jQ_{ij})^* = (P_{ij} - jQ_{ij})$  logo:

$$(\vec{V}_i - \vec{V}_j)\vec{V}_j^* = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5)$$

Considerando que  $\vec{V}_i = V_i \angle \theta_i$ ,  $\vec{V}_j = V_j \angle \theta_j$  e  $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ , tal que  $V_i$  e  $V_j$  representam as magnitudes da tensão em seus respectivos nós bem como  $\theta_i$  e  $\theta_j$  representam seus ângulos. Dessa forma a equação ?? pode ser escrita decompondo a fase de suas exponenciais, como mostra a equação ??.

$$V_i V_j [\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}] - V_j^2 = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6)$$

Identificando as partes real e imaginária na equação ??, obtém-se:

$$V_i V_j \cos \theta_{ij} = V_j^2 + (R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

$$V_i V_j \sin \theta_{ij} = X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (8)$$

Usando a fórmula da trigonometria, que é a relação básica entre o seno e o cosseno,

$\sin^2(\theta_{ij}) + \cos^2(\theta_{ij}) = 1$ , e somando os quadrados das equações ?? e ??, obtém-se:

$$V_i^2 - 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^2 = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (9)$$

Note que a equação ?? não depende da diferença angular entre as tensões, e é possível obter a magnitude da tensão do nó ( $V_j$ ) em termos da magnitude inicial ( $V_i$ ), o fluxo de potência ativa ( $P_{ij}$ ), o fluxo de potência reativa ( $Q_{ij}$ ), a magnitude do fluxo de corrente ( $I_{ij}$ ) e os parâmetros elétricos do ramo  $ij$ .

### 4.3 Fluxo de corrente em um ramo

Na equação de queda de tensão, a magnitude do fluxo de corrente  $I_{ij}$  é mostrado na equação ?? calculado a partir do produto com seu complexo conjugado.

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^2} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (10)$$

### 4.4 Restrições operativas do sistema

Como visto as equações ??, ??, ?? e ?? são restrições cujas variáveis  $V_i$  e  $I_{ij}$  estão sempre na forma quadrática, por isso é possível fazer uma substituição de variável a fim de tornar mais simples o problema, tal que:

$$I_{ij}^{sqr} = I_{ij}^2 \text{ e } V_i^{sqr} = V_i^2$$

Assim é possível determinar as restrições operativas para o funcionamento da SDEE.

#### 4.4.1 Limites de tensão

Em um sistema de distribuição de energia elétrica é preciso garantir que a tensão em um nó deva estar dentro de uma faixa de operação determinada por norma, por isso uma restrição fundamental para o problema é a restrição de limites de tensão em um nó, determinada pela seguinte equação:

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{sqr} \leq \overline{V}^2 \quad i \in \Omega_b \quad (11)$$

Onde  $\underline{V}$  e  $\overline{V}$  representam os limites inferiores e superiores de tensão, respectivamente, que uma rede pode possuir.

#### 4.4.2 Limite de corrente

Assim como as tensões, o fluxo de corrente também deve ser limitado para não comprometer o SDEE. Assim a equação que descreve a restrição é:

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad ij \in \Omega_l \quad (12)$$

#### 4.4.3 Chaves presentes no sistema

Para reconfiguração do SDEE, existem chaves ao longo da rede que podem ser modificadas de modo a garantir a operação desejada. Considere as seguintes restrições:

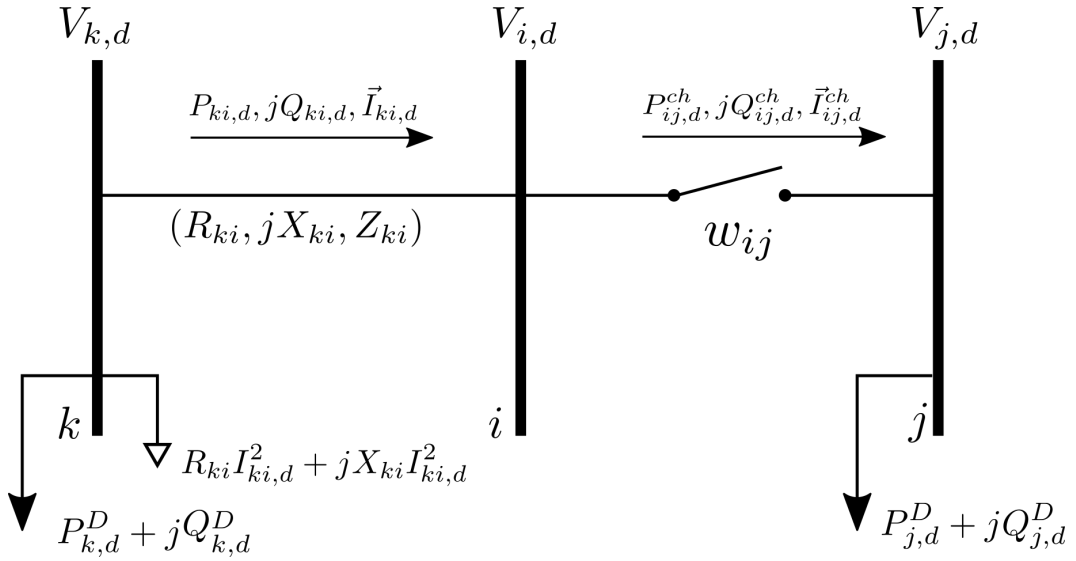


Figura 3: Modelo de uma Cl conectada entre dois nós

- Balanço de potência

Com base na figura ?? faz-se necessário reformular as equações de balanço de potência adicionando as variáveis que representam as chaves na modelagem do problema.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) + \sum_{ji \in \Omega_{ch}} P_{ji}^{ch} - \sum_{ij \in \Omega_{ch}} P_{ij}^{ch} + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (13)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2) + \sum_{ji \in \Omega_{ch}} Q_{ji}^{ch} - \sum_{ij \in \Omega_{ch}} Q_{ij}^{ch} + Q_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (14)$$

Onde  $\Omega_{ch}$  representa o conjunto de chaves da rede elétrica e  $w_{ij}$  é uma variável binária que representa o estado da chave  $ij$ , se  $w_{ij} = 1$  a chave  $ij$  está fechada, caso contrário a

chave está aberta, ver figura ???.  $P_{ij}^{ch}$  e  $Q_{ij}^{ch}$  representam o fluxo de potência ativa e reativa da chave  $ij$ .

As restrições expressas nas equações ?? e ?? são uma extensão das equações ?? e ??, considerando a presença de chaves na rede elétrica.

Além do balanço de potência outras restrições devem ser estabelecidas devido a presença de chaves, são elas:

- Diferença de tensões entre dois nós conectadas por uma chave

A diferença de tensão entre nós, na presença de chaves, deve ser igual a zero, uma vez que, de acordo com as hipóteses adotadas, a impedância da chaves é representada como uma impedância nula. Sendo assim, usando as variável binária  $w_{ij}$  é possível equacionar a restrição da seguinte forma:

$$-(\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - w_{ij}) \leq V_i^{sqr} - V_j^{sqr} \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - w_{ij}) \quad ij \in \Omega_{ch} \quad (15)$$

Note que se  $w_{ij}$  for igual a 1 (chave fechada), a diferença entre as tensões no nó  $i$  e nó  $j$  será igual a zero, o que condiz a hipótese adotada.

- Fluxo de potência na chave

O fluxo de potência na chave é determinada pelas equações abaixo.

$$-(\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch})w_{ij} \leq P_{ij}^{ch} \leq (\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch})w_{ij} \quad ij \in \Omega_{ch} \quad (16)$$

$$-(\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch})w_{ij} \leq Q_{ij}^{ch} \leq (\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch})w_{ij} \quad ij \in \Omega_{ch} \quad (17)$$

Note que se a variável  $w_{ij}$  for igual a 0 (chave aberta) o fluxo de potência na chave é igual a zero o que condiz com a proposta do elemento de circuito na rede, quando igual a 1 as restrições representam o fluxo máximo de potência ativa e reativa permitida na chave quando está energizada.

#### 4.4.4 Restrição de radialidade

A representação de um SDEE é feita através de nós e circuitos. Fazendo analogia com a teoria de grafos, um SDEE pode ser considerado como um grafo formado por  $n$  arcos e  $m$  nós. Da teoria de grafos, uma árvore é um grafo conexo sem ciclos, assim é possível comparar a topologia radial de um SDEE com uma árvore. Como mostrado em [?], a árvore de um grafo é um sub-grafo com  $(m - 1)$  arcos.

Assim, pode-se dizer que a topologia de um SDEE com  $n_b$  nós é radial se satisfaz as duas seguintes condições: Condição 1: a solução deve apresentar  $(n_b)$  circuitos; e Condição 2: a solução deve gerar uma topologia conexa. Note que a restrição de radialidade tem

que ser formada pelas condições 1 e 2. Somente a condição 1 não garante a radialidade do SDEE. O problema de RSD cumpre com as seguintes características: 1) apenas uma única subestação existente no SDEE (nó da subestação); 2) todos os outros nós são nós de carga; 3) a primeira lei de kirchhoff, deve ser cumprida, e 4) o objetivo é encontrar a melhor topologia radial. A condição 1 é satisfeita pela seguinte restrição:

$$|\Omega_l| + \sum_{ij \in \Omega_{ch}} w_{ij} = |\Omega_b| - 1 \quad (18)$$

Em que  $|\Omega|$  é um operador que calcula o número de elementos do conjunto  $\Omega$ .

Uma solução que satisfaz a restrição de balanço de potência (primeira Lei de Kirchhoff) tem de fornecer a demanda de potência em cada nó de carga. De modo que existe um caminho entre a subestação e os nós de carga. Portanto, cada nó está ligado com a subestação, formando um grafo conexo, o que comprova a Condição 2. Assim, quando as restrições de balanço de potência são combinadas com a Condição 1, cada nó de carga está ligada por um único caminho com a subestação, isto é, o SDEE é conexo, sem malhas.

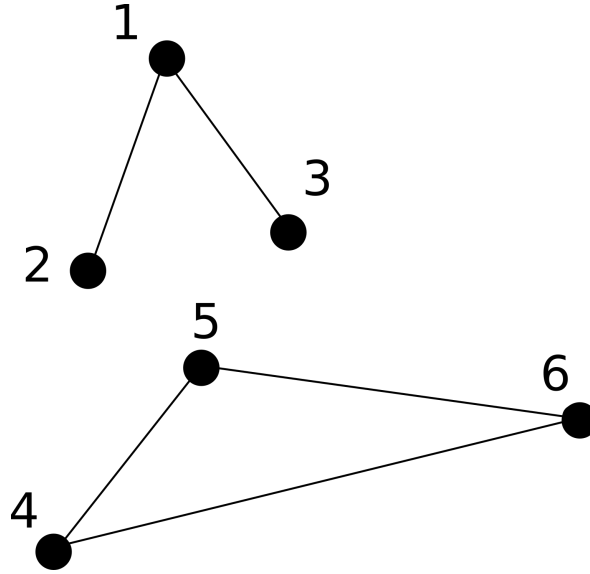


Figura 4: Exemplo de rede não radial que obedece a equação ??

Observe que a figura ??, embora respeite a equação ?? (5 ramos para 6 nós), não é uma topologia radial. Isso pode acontecer se levar somente em consideração a equação ??.

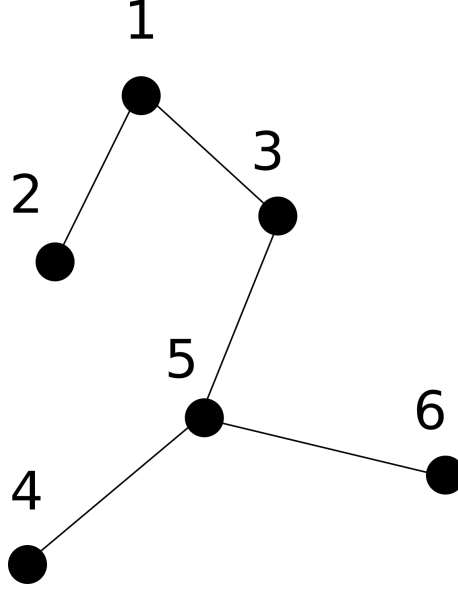


Figura 5: Exemplo de rede radial que obedece a equação ??

Observe agora a figura ??, note que ela é uma topologia radial, como dito anteriormente é necessário duas condições para garantir tal configuração, como no problema já existem equações que garantem a primeira Lei de Kirchhoff, a topologia final será radial. Observe que todos os nós estão interligados, direto ou indiretamente, com o nó 1 (nó da subestação). Isso acontece pois as equações de balanço de potência obrigam que haja fluxo de potência para atender as demandas dos mesmos.

Assim a equação ?? junto com ?? e ?? fornecem as condições necessárias para e suficientes para garantir uma topologia final radial [?].

## 5 Modelo matemático do problema

Com base nas deduções e hipóteses adotadas anteriormente, o problema de reconfiguração de uma rede elétrica radial pode ser representado utilizando um modelo de programação linear inteiro misto (PNLIM), mostrado a seguir:

$$\text{Min} = c^{lss} \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{sqr}$$

Sujeito a:

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{sqr}) + \sum_{ji \in \Omega_{ch}} P_{ji}^{ch} - \sum_{ij \in \Omega_{ch}} P_{ij}^{ch} + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b$$



$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{sqr}) + \sum_{ji \in \Omega_{ch}} Q_{ji}^{ch} - \sum_{ij \in \Omega_{ch}} Q_{ij}^{ch} + Q_i^S = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$V_i^{sqr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} - V_j^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$-(\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - w_{ij}) \leq V_i^{sqr} - V_j^{sqr} \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - w_{ij}) \quad ij \in \Omega_{ch}$$

$$-(\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch}) w_{ij} \leq P_{ij}^{ch} \leq (\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch}) w_{ij} \quad ij \in \Omega_{ch}$$

$$-(\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch}) w_{ij} \leq Q_{ij}^{ch} \leq (\bar{V} \bar{I}_{ij}^{ch}) w_{ij} \quad ij \in \Omega_{ch}$$

$$|\Omega_l| + \sum_{ij \in \Omega_{ch}} w_{ij} = |\Omega_b| - 1$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad i \in \Omega_b$$

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad ij \in \Omega_l$$

$$w_{ij} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_{ch}$$

## 6 Implementando o PNLIM

PNLIM\_RSD.dat

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (19)$$