Будущее России: взгляд молодых!

ВСОШ ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАНОСТЬ

Создание постквантового протокола KEM на LWR

Цели и задачи:

Разработка отечественного постквантового протокола KEM на базе LWR.
Задачи:

- Анализ существующих решений
- Выбор оптимальной математической базы
- Создать математическую часть алгоритма
- Прототипирование и тестирование алгоритма

Практическая значимость:

Алгоритм вносит вклад в развитие отечественной криптографической базы, предоставляя возможность для дальнейшей стандартизации и внедрения защищённых решений в государственных и коммерческих информационных системах.

Термины:

KEM - механизм инкапсуляции ключей
LWR - обучение с округлением. Криптографическая схема
Кубит - квантовый бит. Имеет состоянии суперпозиции

Актуальность:

В условиях стремительно развивающихся технологий в сфере квантовых компьютеров ставится под угрозу современная криптография. По расчётам экспертов, компьютер с 4000 логическими кубитами способен взломать RSA-2048, что уже выглядит реальной перспективой. Развитие технологий требует перехода на постквантовые схемы, способные обеспечить надёжную защиту

Новизна:

Представленный протокол является первым Российским KEM, основанным на задаче LWR. Использование LWR позволяет упростить реализацию за счёт отказа от шумовых распределений, а также улучшить устойчивость к побочным каналам. Протокол сочетает подходы LWR и корректирующей подсказки (hint), что отличает его от зарубежных аналогов.

Аналитика:

Алгоритм	Основа	Статус
National Institute of Standards and Technology		
Kyber (FIPS 203)	LWE	Стандарт (2024)
HQC (в разработке)	Коды исправляющие ошибки	Резервный (2025)
Saber	LWR	В разработке
Технический комитет 26		
Кодиум	Коды исправляющие ошибки	В разработке
Российские разработки		
???	Решётки	Ранняя разработка
???	На изогениях	Ранняя разработка
???	Гибридные схемы	Ранняя разработка

На данный момент полностью стандартизирован только Kyber. Разработка и стандартизация заняли 8 лет (с 2016г).
Среди российских KEM относительно хорошие результаты показывает только Кодиум. Но у него большие открытые ключи (несколько КБ) и большое время работы (почти в 3 раза дольше, чем у зарубежных протоколов).
Остальные алгоритмы находятся только в ранней стадии разработки и в основном закрыты из-за с их связи с гос структурами.

Алгоритмы взлома:

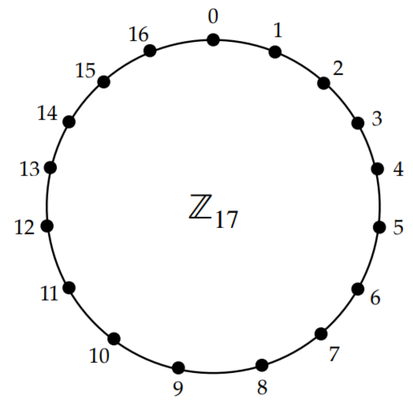
Алгоритм Шора

Задача факторизации сводится к поиску периода функции
$f(x) = a^x \bmod N$, где N — число для разложения, a — случайное число, взаимно простое с N.
Позволяет факторизовать число N за полиномиальное время ($O(\log_3 N)$), используя $O(\log N)$ кубитов.

Алгоритм Гровера

Использует квантовую амплитудную интерференцию
Изменяет асимптотику перебора с $O(2^N)$ на $O(2^{N/2})$

$q = 2^{12}$ - модуль кольца
$p = 2^5$ - точность после округления
$n = 2^3$ - степень многочленов
$d = \frac{q}{p}$ -делитель округления
$offset = \frac{d}{2}$ - смещение
$R = \frac{Z_q[x]}{x^n + 1}$ - кольцо многочленов
threshold = 126 - порог для подсказки



Ключевые формулы:

Округление: $\text{Round}(x) = \left\lfloor \frac{x + offset}{d} \right\rfloor \bmod p$

Умножение полиномов: $c_k = \sum_{\substack{i,j \\ i + j \equiv k \,(mod\, n)}} (-1)^{\left\lfloor \frac{i+j}{n} \right\rfloor} a_i b_j$

Генерация ключей:

Секретный ключ: $s(x) \in R$, $s_i \in \{0, 1\}$
Публичный ключ:
Генерация $a(x) \in R$
Вычисление: $b(x) = \text{Round}(a(x) * s(x)) \bmod (x^n + 1))$
Публичный ключ pk = (a(x), b(x))

Инкапсуляция:

Сообщение $m \in \{0, 1\}^n$
Кодирование: $m^{enc}(x) = \text{encode}(m)$, $m_i^{enc} = m_i * \frac{p}{2}$
Эфемерный секрет: $s'(x) \in R$, $s_i' \in \{0,1\}$.
Вычисление: $u(x) = \text{Round}(a(x)\, s'(x) \bmod (x^n+1))$.
Подсказка:
$b'(x) = b(x) \cdot s'(x) \bmod (x^n+1)$
$h(x) = \text{hint}(b'(x))$
$h(x) = \begin{cases} 1, \text{если } x \bmod d \geq threshold \\ 0, \text{иначе} \end{cases}$
Шифротекст:
$v(x) = \text{Round}(b'(x)) + m^{enc}(x) \bmod p$
ct = (u(x), v(x), h(x))
Общий ключ: K = Hash(Serialize(m))

Декапсуляция:

$w'(x) = u(x)\, s(x) \bmod (x^n + 1)$
$w(x) = \text{Round}(w'(x))$
Коррекция: $w_i' = \begin{cases} w_i + 1, \text{если } h_i = 1 \text{ и } w_i < p - 1, \\ w_i - 1, \text{если } h_i = 0 \text{ и } w_i > 0, \\ w_i, \text{иначе.} \end{cases}$
Восстановление: $m_i^{enc(recovered)} = v_i - w_i' \bmod p$
Декодирование: $\widehat{m}_i = \begin{cases} 1, \text{если } m_i^{enc(recovered)} \geq \frac{p}{2}, \\ 0, \text{иначе.} \end{cases}$
Общий ключ: K′ = Hash(Serialize(m))

Тестирование:

Ключевые аспекты проверки:

- **Корректность восстановления ключа**:
  При базовых настройках успешность составила **35%**.
  После изменения коэффициентов достигнута успешность **67%**.
  Можно добиться успешности в **99%** за счёт снижения криптостойкости
- **Производительность**:
  Время генерации ключей: **<10 мс**.
  Скорость инкапсуляции/декапсуляции: **<50 мс**.

Инфраструктура:
Для анализа использовались локальные машины и облачные среды.
Данные визуализированы через *matplotlib* (графики зависимости).

Выводы:

Тестирование подтвердило, что протокол:

- Корректно функционирует в заданных условиях.
- Не всегда устойчив к ошибкам округления и устойчив к сбоям передачи данных.
- Для промышленного внедрения требуется:
  Масштабирование параметров ($n \geq 512$)
  Доработка защиты от side-channel атак