Tema: Zaporedja
Oblika: frontalna
Poglavje: Uvod
Pripomočki: tabla

(Vprašaš, kaj je zaporedje. Načeloma že itak vejo, kaj je zaporedje – nekaj si sledi po vrsti, lahko so to števila, črke, simboli itd.)

Zaporedje števil je niz števil, ki si sledijo po vrsti, npr. *(naj predlagajo sami)*

$$8, 6, 45, -9, \sqrt{19}, \pi, e^2, i-8\ldots$$

Vsako število v zaporedju se imenuje **člen zaporedja**. V splošnem lahko zaporedje zapišemo s simboli:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\ldots, a_n, a_{n+1}\ldots,$$

kjer so a_1 prvi člen zaporedja, a_2 drugi člen zaporedja itd.; a_n imenujemo n-ti člen oz. **splošni člen** zaporedja.

Končno zaporedje ima končno število členov (npr. $1, 2, 3, 2, 1$), **neskončno** pa neskončno (npr. $3, 6, 9, 12, 15\ldots$).

Nas zanimajo zaporedja, ki jim lahko določimo člene *(naštevaš zaporadja, za vsako najprej vprašaš za naslednje konkretne člene, šele nato za splošni člen)*:

$1, 2, 3, 4, 5, 6\ldots$	$a_n = n$
$2, 4, 8, 16, 32\ldots$	$a_n = 2^n$
$1, 2, 4, 8, 16, 32\ldots$	$a_n = 2^{n-1}$
$4, 7, 10, 13, 16\ldots$	$a_n = 3n+1$
$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13\ldots$	$a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$ (Fibonaccijevo zaporedje)

Zaporedje realnih števil je predpis, ki naravnim številom po vrsti priredi realna števila:

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} 1 &\longmapsto a_1 \\ 2 &\longmapsto a_2 \\ 3 &\longmapsto a_3 \\ &\vdots \\ n &\longmapsto a_n \end{aligned}$$

Pišemo lahko kar $f(n) = a_n$.

(Seveda lahko slikamo tudi v $\mathbb{C}$, ampak potem se nam zatakne pri lastnostih zaporedij in nimamo veliko za početi z njimi. Vedno začnemo z 1 (lahko bi tudi z 0, se vse le zamakne).)

Predstavitve zaporedij

- Zapišemo njegove člene: $0, 2, 4, 6, 8\ldots$ *(Tu je nevarnost treh pikic, ni nujno enoličnega nadaljevanja zaporedja: npr. $2, 4\ldots$ se lahko nadaljuje s $8, 16\ldots$ (potencami 2), lahko pa s $6, 8, 10\ldots$)*
- S predpisom zaporedja (s splošnim členom): $a_n = 2(n-1) = 2n-2$
- Z grafičnim prikazom: SLIKA
- Z rekurzivnim zapisom (s prejšnjimi členi): $a_n = a_{n-1} + 2, a_1 = 0$ *(ne bo šlo pri vseh zaporedjih)*

Vaje:

- *Zapis zaporedij iz splošnega člena, grafični prikaz*
- *Zapis splošnega člena iz zaporedja, iz grafičnega prikaza; zapis x-tega člena zaporedja*
- *uporabljaj različne črke, ne le a*

Tema: Zaporedja
Oblika: frontalna
Poglavje: Lastnosti zaporedja
Pripomočki: tabla

Ali imajo naslednja zaporedja kakšne posebne lastnosti? *(Če ni odziva, kar direkt vprašaš "ali narašča?" ipd.)*

$$
\begin{aligned}
&-2,-1,0,1,2,3,4,5,\ldots\\
&16,8,4,2,1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\ldots\\
&1,-1,2,-2,3,-3,4,-4,\ldots\\
&2,0,1,-1,0,-2,-1,-3,\ldots
\end{aligned}
$$

Glede na urejenost je zaporedje *(lahko zraven narišeš primere grafov zaporedij, ki ustrezajo tej lastnosti ...)*:

- *naraščajoče*, če za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja $a_n \leq a_{n+1}$ *(torej to mora veljati za VSAKA sosednja člena!)*,

  strogo naraščajoče: $a_n < a_{n+1}$,

- *padajoče*, če za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja $a_n \geq a_{n+1}$,

  strogo padajoče: $a_n > a_{n+1}$,

- *alternirajoče/spreminjajoče*, če ??? (pri grafičnem prikazu dobiš žagico, ne gre za spreminjanje predznakov),

- nič od naštetega (npr. $1,2,3,2,3,4,3,4,5,\ldots$).

Glede na omejenost je zaporedje *(spet nariši kakšen grafični prikaz)*:

- *navzdol omejeno*, če obstaja $m \in \mathbb{R}$, da so vsi členi zaporedja večji ali enaki od njega: $a_n \geq m$ za vsak $n \in \mathbb{N}$.

- *navzgor omejeno*, če obstaja $M \in \mathbb{R}$, da so vsi členi zaporedja manjši ali enaki od njega: $a_n \leq M$ za vsak $n \in \mathbb{N}$.

- *omejeno*, če je navzdol in navzgor omejeno (obstajata $m, M \in \mathbb{R}$, da za vse člene zaporedja velja: $m \leq a_n \leq M$ za vsak $n \in \mathbb{N}$).

Vaje:

- *Dokaz naraščanja/padanja zaporedij (izberi primer, kjer to ni očitno, npr. kakšen racionalen splošni člen ...) (Torej ali je $a_n - a_{n-1} \leq$ ali ≥ 0)*

- *Padajoče zaporedje je navzgor omejeno s prvim členom*

- *Konstantno zaporedje -> ni STROGO naraščajoče/padajoče zaporedje*

Tema: Zaporedja **Poglavje:** Aritmetično zaporedje
Oblika: frontalna **Pripomočki:** tabla

Kaj je skupno naslednjim zaporedjem (konstantna razlika *(splošni člen poračunate potem, razen če ga kdo sam ugane)*):

$3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots$	$a_n = 2n + 1$	$d = 2$
$8, 5, 2, -1, -4, \ldots$	$a_n = -3n + 11$	$d = -3$
$5, 5, 5, 5, 5, \ldots$	$a_n = 5$	$d = 0$

Zaporedje je *aritmetično*, kadar je razlika med zaporednimi členi konstantna:

$$a_n - a_{n-1} = d \text{ za vsak } n \in \mathbb{N}$$

Za splošno zaporedje $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots$ lahko zapišemo splošni člen:

$$\begin{aligned}
&a_1\\
&a_2 = a_1 + d\\
&a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d\\
&a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d\\
&\vdots\\
&\mathbf{a_n = a_1 + (n-1)d}
\end{aligned}$$

(Tu naj primere predlagajo sami)

- $d > 0 \rightarrow$ naraščajoče (npr. $1, 2, 3, \ldots$)
- $d < 0 \rightarrow$ padajoče (npr. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$)
- $d = 0 \rightarrow$ konstantno (npr. $3, 3, 3, \ldots$)
- primer, ki ne spada nikamor, npr. $1, 2, 3, 2, 8, 6, 4, \ldots$.

Vaja:

- *Izračunamo splošni člen s to formulo za zgornje tri primere. Ali so zaporedja naraščajoča, padajoča, …?*
- *Iz splošnega člena prvih nekaj členov in $(2n+1)$-ti člen ali kaj podobnega*
- *Dokaži, da je zaporedje $a_n = 55 - 12n$ aritmetično. (izračunati $d, a_5, a_{20} \ldots$)*
- *Naj bodo a, x, b zaporedni členi aritmetičnega zaporedja. Koliko je x?*
  $x - a = b - x \rightarrow x = \frac{a+b}{2}$ *je* ***aritmetična sredina*** *ali* ***povprečje*** *števil a in b.*
- *Za katere x so to zaporedni členi zaporedja? $x^2 - 3, x - 1, 1 - 2x$ (Lahko direkt iz enakosti razlik. Za d pa en life hack: a_1, a_2, a_3 zaporedni členi aritmetičnega zaporedja: namesto $a_1, a_2 = a_1 + d, a_3 = a_1 + 2d$ gledaš $a_1 = a_2 - d, a_2, a_3 = a_2 + d$.)*

Vsota aritmetičnega zaporedja

$$
\begin{aligned}
S_n &= \sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \\
&= a_1 + a_1 + d + \ldots + a_1 + (n-1)d = \\
&= a_n + a_n - d + \ldots + a_n - (n-1)d
\end{aligned}
$$

Seštejemo in dobimo: $2S_n = n(a_1 + a_n)$

$$
S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(a_1 + a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)
$$

Vaje:

- *Vsota nekega zaporedja npr. števila od 1 do 100 (Tega že znamo z Gaussovo metodo, po "sendviču", lahko primerjamo, da dobimo enako.)*
- *Vsota od m-tega do n-tega člena (in vemo le npr. četrti člen in vsoto tretjega in petega) ($S_n - S_m$)*
- *Izračunaj primeren x: $5 + 9 + 13 + \ldots + x = 5355$.*
- *Rešitvi spodnjih enačb sta (sam mora pogruntati, da je manjši drugi člen in večji šesti člen) člena a_2 in a_6 naraščajočega aritmetičnega zaporedja. Najmanj koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da dobimo vsaj 550?*
  $3 \cdot 2^{x+2} - 6 \cdot 2^x = 2^5 - 20$
  $\log_3(x-5) - 2 = 0$

Tema: Zaporedja **Poglavje:** Geometrijsko zaporedje
Oblika: frontalna **Pripomočki:** tabla

(Na enak način kot aritmetično zaporedje) Kaj je skupno naslednjim zaporedjem (konstanten količnik *(splošni člen poračunate potem, razen če ga kdo sam ugane)*):

$2, 6, 18, 54, \ldots$	$a_n = 2n + 1$	$d = 2$
$-4, 8, -16, 32, \ldots$	$a_n = -3n + 11$	$d = -3$
$8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$	$a_n = 5$	$d = 0$

Zaporedje je *geometrijsko*, kadar je količnik med zaporednimi členi konstanten.

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = q \text{ za vsak } n \in \mathbb{N}$$

Za splošno zaporedje $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots$ lahko zapišemo splošni člen:

$$\begin{aligned}
&a_1 \\
&a_2 = a_1 \cdot q \\
&a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^2 \\
&a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q^3 \\
&\vdots \\
&\mathbf{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}
\end{aligned}$$

(Tu naj primere predlagajo sami) RAJE V TABELI!

- $a_1 > 0$:
  $q > 1 \rightarrow$ naraščajoče (npr. $2, 6, 18, 54, \ldots$)
  $0 < q < 1 \rightarrow$ padajoče (npr. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$)
- $a_1 < 0$:
  $q > 1 \rightarrow$ padajoče (npr. $-2, -6, -18, -54, \ldots$)
  $0 < q < 1 \rightarrow$ naraščajoče (npr. $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \ldots$)
- $q < 0$: alternijajoče/spreminjajoče (npr. $-4, 8, -16, 32, \ldots$)

Vaja:

- *Izračunamo splošni člen s to formulo za zgornje tri primere. Ali so zaporedja naraščajoča, padajoča, ...?*
- *Iz zaporedja splošni člen in q (Life hack: a_1, a_2, a_3 zaporedni členi geometrijskega zaporedja: namesto $a_1, a_2 = a_1q, a_3 = a_1q^2$ gledaš $a_1 = \frac{a_2}{q}, a_2, a_3 = a_2q$.)*
- *Iz splošnega člena prvih nekaj členov in $(2n+1)$-ti člen ali kaj podobnega*
- *Naj bodo a, x, b zaporedni členi geometrijskega zaporedja. Koliko je x?*
  $\frac{x}{a} = \frac{b}{x} \to x = \sqrt{ab}$ *je* ***geometrična sredina*** *števil a in b.*
- *Dokaz, da je aritmetična sredina večja od geometrijske ter kdaj je enaka.*
- *Določi x, da bodo to trije zaporedni členi geometrijskega zaporedja: $27^{3-x}, 3^{x-4}, 9^{2x-7}$ ALI $\log_5(2x+5) + 2, 4\log_5 125, 7\log_2 64 - 6$*

Vsota aritmetičnega zaporedja

$$
\begin{aligned}
S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i &= a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \\
&= a_1 + a_1 \cdot q + \ldots + a_1 \cdot q^{n-1} = \\
&= a_1(1 + q + q^2 + \ldots + q^n) = \\
&= a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1!
\end{aligned}
$$

(Razmislek za $q = 1$ – konstantno zaporedje, vsota je kar $n \cdot a_1$)

Vaje:

- *Vsota nekega zaporedja*
- *Izračunaj primeren x: $5 + 15 + 45 + \ldots + x = 49205$.*
- *Rešitvi spodnjih enačb sta zaporedoma prvi člen in količnik geometrijskega zaporedja. Najmanj koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da dobimo vsaj 7,83?*
  $\log_2 x = 2 - \log_2(x-3)$
  $5^{x+1} = 5\sqrt{5}$

Tema: Zaporedja **Poglavje:** Popolna ali matematična indukcija
Oblika: frontalna **Pripomočki:** tabla

Koliko je vsota prvih n lihih števil (S_n)?

$$\begin{aligned} S_1 &= 1 \\ S_2 &= 1+3=4 \\ S_3 &= 1+3+5=9 \\ S_4 &= 1+3+5+7=16 \\ S_5 &= 25 \\ &\vdots \\ S_n &= 1+3+5+7+\ldots+2n-1 \end{aligned}$$

Zdi se nam, da je $S_n = n^2$. Kako to preverimo?

Popolna ali matematična indukcija je način dokazovanja iz posameznega v splošno (najpogosteje pri naravnih številih). Poteka v dveh korakih:

1. korak: preverimo, ali trditev velja za $n = 1$
2. korak (*indukcijski korak*): ob predpostavki, da velja za n, je treba dokazati, da velja za $n+1$

Preverimo pri zgornjem primeru:

1. $n = 1$: $S_1 = 1 = 1^2$, formula drži
2. $n \to n+1$:

   indukcijska predpostavka: $S_n = n^2$

   indukcijski korak: $S_{n+1} = (n+1)^2$ (to želimo pokazati)

   $S_{n+1} = S_n + a_{n+1} = n^2 + (2n+1) = (n+1)^2$, s tem smo dokazali pravilnost formule

Vaje:

- *Trdim, da je* $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$. *Dokaži, da je to res.*
- *Dokaži, da 31 deli števila oblike* $5^{n+2} + 6^{2n+1}$

NEVARNOSTI (vsaka neprazna množica ima enake elemente), NEPRAVILNA RABA ...

Tema: Zaporedja **Poglavje:** Limita zaporedja
Oblika: frontalna **Pripomočki:** tabla

(Po domače:) Kam gre zaporedje $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$? *(intuitivno proti 0, predstavimo na premici na intervalu* $[0,1]$*)*

LAHKO KAKŠEN REALEN PRIMER, ZA UPORABO, NPR. ali znaš napovedati, koliko bo visok človek, če maš meritve prvih nekaj let (neka funkcija z asimptoto pri npr. 1,7 m)

Na enak način predstavimo še naslednja zaporedja in pogledamo, kam se stekajo:

- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots$ (proti 1 z desne)
- $1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \ldots$ (proti 0 z obeh strani)
- $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \ldots$ (navzven iz 0 proti -1 in 1)

Ta števila, proti katerim grejo členi, bomo imenovali *stekališča.*

Definirajmo *okolico točke a na premici* = odprt interval oblike $(a-\epsilon, a+\epsilon)$, kjer je ϵ poljubno realno število > 0. (slikca na premici)

Stekališče je neko število, v čigar okolici je neskončno členov zaporedja.

Opomba: končno zaporedje ne more imeti stekališča ...

Če je a edino stekališče zaporedja a_n in je zunaj njegove okolice vedno končno členov zaporedja, ga imenujemo **limita zaporedja**. Pišemo $a = \lim_{n\to\infty} a_n$. *(Če imamo samo pogoj, da je a edino stekališče, to ni nujno limita, npr. zaporedje* $0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, \ldots$ *ali* $1, 1, 1/2, 3, 1/3, 4, 1/4, 5, \ldots$*)*

Opomba: Zaporedje, ki ima limito, je *konvergentno* (se nagiba). Zaporedje, ki nima limite, imenujemo *divergentno* (se ne nagiba nikamor).

Lastnosti *(Lahko konkreten primer. Če kakšna ni logična, tako pač je, nej grejo študirat matematiko)*:

- $lim_{n\to\infty} c = c$
- $lim_{n\to\infty}(a_n \pm b_n) = lim_{n\to\infty} a_n \pm lim_{n\to\infty} b_n$
- $lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = lim_{n\to\infty} a_n \cdot lim_{n\to\infty} b_n$

  poseben primer: $lim_{n\to\infty}(k \cdot b_n) = lim_{n\to\infty} k \cdot lim_{n\to\infty} b_n$
- $lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{lim_{n\to\infty} a_n}{lim_{n\to\infty} b_n}; lim_{n\to\infty} b_n \neq 0$

Vaje (stopnjuješ uporabo zgornjih lastnosti):

- $lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{n-1}$ *(deljenje z n, še nekaj podobnih)*
- $a_n = \frac{2n}{n+1}$. *Zapiši prvih pet členov in izračunaj limito. Kateri členi (za katere n) ležijo zunaj okolice limite s polmerom 0,4?* ($|2 - \frac{2n}{n+1}| \geq \frac{4}{10}$)
- *racionalizacija:* $lim_{n\to\infty}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$
- $lim_{n\to\infty}(1 + \frac{1}{n})^n = e$ *(s kalkulatorjem prvih nekaj členov. Povemo, da pač to je to. Uporabimo na nadaljnih primerih npr.* $lim_{n\to\infty}(1 + \frac{4}{3n})^{5n}$*)*

Tema: Zaporedja **Poglavje:** (Neskončne) vrste
Oblika: frontalna **Pripomočki:** tabla

Zaporedje: $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n$
Vrsta *(je vsota členov zaporedja)*: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n$ *(lahko samo v zaporedju zbrišeš vejice in napišeš plus, je bolj nazorno)*

Če seštevano vse člene neskončnega zaporedja, govorimo o *neskončni* vrsti. Označimo: $S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *(S je tu samo zaradi oznake, lahko je karkoli.)*
Primeri:

- Seštej zaporedje naravnih števil. *($1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots$ jasno gre v neskončnost.)*
- Seštej vrsto $1+1/2+1/3+1/4+1/5+\ldots$. *(Tukaj ni očitno, da vsota ni končna. Ali pa, saj vedno prištevaš nekaj zraven, in ker neskončnokrat prišteješ, bo pa ja šlo vse v neskončnost? Zato si pogledamo še konvergenten primer:)*
- Ahil in želva tečeta v isto smer. Ahil štarta en kilometer pred želvo in teče 2-krat hitreje. Ali Ahil ujame želvo?*(Ustno in s premico v dveh barvah nakažeš njuno premikanje – želva preteče pol Ahilove razdalje. Ahil vedno razpolovi novo razdaljo do 2 km. Ahil preteče $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \ldots = 2$km Tu zdaj povzameš problematični vidik neskončne vrste. Načeloma je ne moreš prešteti, ker ne moreš v neskončnost seštevati, to ni smiselno (baje so Grki imeli s tem konceptom probleme). Ampak to ne pomeni, da seštevanje neskončno členov da neskončno vsoto. V nekaterih primerih lahko vsoti vseeno pripišemo smiselno vrednost.)*

Vrste, ki se jih ne da sešteti (ne dobimo nič konkretnega), imenujemo **divergentne vrste**. Kako pa vemo, ali se da vrsto sešteti (takrat jo imenujemo **konvergentna vrsta**)? Pogledamo *delne vsote* *(Naj sami z malo vodenja vidijo, da moraš vzeti limito)*:

$$
\begin{aligned}
S_1 &= a_1 \\
S_2 &= a_1 + a_2 \\
&\vdots \\
S_n &= a_1 + \ldots + a_n \\
&\vdots \\
S &= \lim_{n\to\infty} S_n
\end{aligned}
$$

Če so delne vsote konvergentne, potem je vsota neskončne vrste enaka kar limiti delnih vsot. *(Lepe vrste za seštevanje so geometrijske vrste, zato si jih podrobneje poglejmo.)*

Neskončna geometrijska vrsta

(Naštteješ zaporedja in naj vidijo, ali divergira ali ne. Konvergenten primer vzameš iz primera z Ahilom.)

- $2 + 4 + 8 + 16 + \ldots$ divergira $(q = 2)$
- $1 - 1 + 1 - \ldots$ divergira $(q = -1)$
- $1 - 3 + 9 - 27 + \ldots$ divergira $(q = -3)$
- $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots$ konvergira $(q = \frac{1}{2})$

Geometrijska vrsta konvergira, ko je $|q| < 1$. *(kako jim to razložiti??? Ker ni samo, da prištevaš vedno manjše delčke, saj harmonična vrsta divergira ...)*

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{a_1q^n - a_1}{q-1} = \frac{a_1}{1-q}$$

(Levi člen gre v 0, ker je $|q| < 1$. Če ne zastopijo, si lahko pomagaš z grafom funkcije x^n, ali pa kar konkretno številko. q načeloma lahko zapišeš kot ulomek ...)

Vaje:

- *Ahil začne teči na razdalji 100 m pred želvo. Je 10x hitrejši od želve. Kdaj jo dohiti?* $100 + 10 + 1 + 1/10 + \ldots = 111,\overline{1}\ldots$
- *izračun vsote s to formulo, kakšne enačbe (npr. za kateri x je vrsta konvergentna), lahko je dano zaporedje, lahko je dana vsota in drugi člen, obseg likov na slikci ...*
- *zapiši* $4,\overline{12}$ *z ulomkom* (= $4 + \frac{12}{100} + \frac{12}{100^2} + \ldots$, *lahko pa po vsaki decimalki posebej in imaš dve vsoti. Nato še na način iz 1. letnika, da preveriš.)*
- *Poenostavi* $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\ldots}}}}}$ (= $2^{1/2} + 2^{1/4} + 2^{1/8} + \ldots = 2$, *potem pa še na lažji način, če vse skupaj označiš z* x: $x = \sqrt{2x}$.)

(Omeni harmonično vrsto!!! Lahko napišeš programček, ki ti izračuna, koliko členov moraš sešteti, da dobiš vsoto večjo od x. Za katerokoli vsoto moraš dobiti nek x.)

Tema: Zaporedja **Poglavje:** Obrestni račun
Oblika: frontalna **Pripomočki:** tabla

Razlaga izrazov glavnica, obrestna mera ... Pač osnovno o bančništvu ...

NAVADNO OBRESTOVANJE

$G_n = G_0 + G_0 \frac{p}{100} n$

OBRESTNO OBRESTOVANJE

$G_n = G_0 r^n, r = 1 + \frac{p}{100}$

Primerjava z novčičem, kako je eksponentna bolj naraščujoča ...

OBROČNO ODPLAČEVANJE (VPLAČILA IN IZPLAČILA)

n let vplačujemo obroke a. Koliko se nam nabere na koncu na banki? (s premico)

$S_n = ar^{n-1} + \ldots + a = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

Izposodimo si G denarja, ki ga odplačujemo n let. Koliko mora znašati vsak obrok d?

$Gr^n = dr^{n-1} + \ldots + d \to d = G \frac{r^n(r-1)}{r^n-1}$

NAČELO EKVIVALENCE GLAVNICE - relativna obrestna mera

$r_{(n)} = 1 + \frac{p/n}{100}$

Vaje:

-